دانشگاه صنعتی شیراز

دانشکده علوم پایه

پایان‌نامه دوره کارشناسی ارشد ریاضی کاربردی

بررسی تبدیل‌های فازی و برخی کاربردهای آن‌ها

دانشجو:

رفیع رفیع زاده

استاد راهنما:

دکتر صدیقه جاهدی

استاد مشاور:

دکتر محمد جواد مهدی پور

تیر ۱۳۸۹

تقدیم به

پدر و مادر مهربانم

سپاسگزاری

با حمد و سپاس از درگاه ایزد تعالی، از اساتید راهنما و مشاور ارجمندم سرکار خانم دکتر جاهدی و جناب آقای دکتر مهدی‌پور و همه‌ی اساتیدی که تابحال از محضرشان بهره برده‌ام، کمال تشکر را دارم.

همچنین مراتب امتنان قلبی خود را نسبت به هم‌ترمی‌های گرامی‌ام ابراز می‌دارم.

چکیده

در این پایان‌نامه سه نوع تبدیل فازی مختلف ارائه می‌شود. تبدیل اول (معمولی) بر پایه‌ی عمل روی مجموعه اعداد حقیقی و دو نوع دیگر بر اساس اعمال روی شبکه‌های اشباع شده بنا شده‌اند. هر سه نوع تبدیل فازی فضایی از توابع روی بازه‌ای از اعداد حقیقی را توسط یک تبدیل مستقیم به فضای بردارهای $n-$بعدی حقیقی می‌نگارد. تبدیل معکوس آن‌ها بردار $n-$بعدی بدست آمده را به تابع اولیه یا تقریبی از آن برمی‌گرداند.

ایده‌ی اصلی تبدیلات فازی، افراز فازی مجموعه‌ی مرجع که توابع فضای اولیه روی آن تعریف شده‌اند، به زیر مجموعه‌های فازی می‌باشد. فرمول تبدیل فازی، میانگین تابع را در این زیر مجموعه‌ها بدست داده و فرمول تبدیل معکوس فازی با استفاده از این میانگین‌ها تابع اولیه یا تقریبی از آن‌را بازسازی می‌کند.

در فصل اول مقدمه‌ای بر مفهوم فازی و تعاریف مورد نیاز در مورد مجموعه‌های فازی بیان می‌شود. در فصل دوم تبدیل فازی برای توابع پیوسته و کاربرد آن در حل معادلات دیفرانسیل را بیان می‌کنیم. در فصل سوم مفهوم تبدیل فازی را به توابع انتگرال‌پذیر و توابع گسسته بسط داده و در فشرده‌سازی تصویر از آن استفاده می‌کنیم. فصل چهارم به دو نوع تبدیل فازی که بر اساس اعمال شبکه‌های اشباع شده بنا شده‌اند پرداخته و خاصیت تقریب‌زنی آن‌ها را مورد بررسی قرار می‌دهد. در فصل آخر مفهوم تبدیل فازی را تعمیم داده و تبدیل وزنی فازی را همراه با خواص آن ارائه می‌دهیم.

فهرست مندرجات

فصل ۱

پیش‌نیازها و مطالعات مروری

۱.۱ مقدمه

در ریاضیات کلاسیک انواع مختلفی از تبدیل ها از قبیل تبدیل های انتگرالی، لاپلاس، فوریه و موجک به‌عنوان ابزارهایی قدرتمند برای ساختن مدل‌های تقریبی و حل معادلات دیفرانسیل و ... بکار می روند. ایده‌ی اصلی آن‌ها تبدیل فضایی از توابع به فضای خاصی از توابع است که محاسبات مورد نظر در آن فضا، راحت‌تر است. بعد به‌وسیله تبدیل دیگری به فضای اولیه، برای تولید تابع اولیه یا تقریبی از آن بر می گردیم که به این تبدیل، تبدیل معکوس گفته می شود. در این پایان‌نامه هدف ارائه‌ی ارتباطی بین روش‌های شناخته شده و روش‌هایی است که برای ساختن مدل‌های تقریبی فازی بکار می‌رود. در این راستا به توسعه یک روش عام موسوم به تبدیل فازی می‌پردازیم و چند مورد از کاربردهای آن‌ها را ارائه می‌دهیم.

بیشتر تبدیلات کلاسیک شناخته شده که به بعضی از آن‌ها در بالا اشاره شد، از یک هسته برای کل دامنه‌ی مورد نظر استفاده می‌کنند ولی تبدیلات فازی از هسته‌ها یا مشخصه‌های موضعی برای ساخت مدل‌های تقریبی استفاده می کنند. در واقع تابع به‌صورت موضعی توسط این مشخصه‌ها توصیف می شود. توصیف‌های موضعی بدست آمده به هم می پیوندند تا یک توصیف کلی از تابع بدست آید. تبدیل معکوس فازی، تابع اولیه یا تقریبی از آن‌را به‌صورت ترکیب خطی از مشخصه‌های موضعی بدست می دهد.

سه نوع تبدیل فازی در این پایان‌نامه معرفی می‌کنیم که یکی بر اساس عمل‌های حسابی روی مجموعه اعداد حقیقی و دو نوع دیگر بر اساس عمل روی شبکه‌های اشباع شده بنا گذاشته شده‌اند. در فصل ۴ نشان داده شده است که دو تبدیلی که بر اساس عمل روی شبکه های اشباع شده استوارند کران‌های بالا و پایین برای تبدیلی هستند که بر اساس

عمل‌های حسابی روی مجموعه اعداد حقیقی بنا شده است.

هر سه نوع تبدیلات فازی تناظری بین مجموعه‌ای از توابع و مجموعه بردارهای n—بعدی حقیقی بنا می‌کنند. فرمولی که به‌عنوان تبدیل معکوس فازی معرفی می‌شود، یک بردار n—بعدی حقیقی را به تابعی از فضای اولیه برمی‌گرداند. مزیت فرمول تبدیل معکوس فازی، نمایش ساده تقریب تابع اولیه است. با این ترفند مسئله می تواند به یک مسئله در فضای بردار های n—بعدی تبدیل شده و با استفاده از روش های جبر خطی حل شود. وقتی محاسبات پایان یافت، نتیجه می تواند به‌وسیله فرمول تبدیل معکوس فازی به فضای توابع اولیه برگردد. علاوه بر این در محاسبات پیچیده، می‌توان از تابعی که از فرمول معکوس تبدیل فازی بدست می آید بجای نمایش دقیق تابع اولیه استفاده کرد.

در این فصل مفهوم فازی و تعاریفی در مورد مجموعه های فازی ارائه داده و به‌طور کلی مجموعه های فازی و کلاسیک را مقایسه می کنیم. در فصول بعدی پلی می‌زنیم بین روش های شناخته شده و روش هایی برای ساختن مدل‌های تقریب فازی [۱۹]. این کار را با معرفی تبدیل فازی انجام داده و کاربردهایی از آن را بیان می کنیم و در فصل آخر این مفهوم را توسعه داده و تبدیل وزنی فازی را معرفی می‌کنیم.

ایده‌ی تبدیلات فازی بسیار عمومی و قدرتمند است. در فصل ۲ نشان داده شده است که تبدیلات فازی می‌توانند برای تخمین توابع پیوسته و حل معادلات دیفرانسیل با مقادیر اولیه بکار روند. در فصل ۳ این تبدیلات را در تخمین توابع گسسته و فشرده‌سازی تصویر بکار بردیم. علاوه بر این تبدیلات فازی می‌توانند در حل معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی [۲۲] و فشرده‌سازی داده‌ها استفاده شوند [۴, ۶, ۷]. تبدیلات فازی خاصیت‌های فیلترینگ (پالایش) جالبی دارند که می‌توانند برای برطرف کردن نویز (اختلال) از داده‌ها بکار روند.

در نتایج ارائه شده در مورد شبیه‌سازی‌ها از برنامه‌ی $MATLAB$ $(V.۲۰۰۹)$ استفاده شده است.

۲.۱ مقدمه‌ای بر مجموعه‌های فازی

در این بخش مفهوم فازی و تعاریف مربوط به مجموعه‌های فازی که در جهت درک مفهوم فازی و مطالب فصول بعدی مفید خواهد بود، به اختصار ارائه داده و با مجموعه‌های کلاسیک مقایسه می‌کنیم.

شاید بتوان ادعا کرد که تفکر فازی با شروع تفکر انسان همزاد است. یعنی بشر همواره کلمات و عباراتی را بکار گرفته، که مرزهای روشنی با هم نداشته‌اند. بر خلاف ابهامات از نوع احتمالی، که مرز میان وقایع آن به وضوح مشخص است. مانند پرتاب یک سکه، که به هر حال نتیجه پرتاب یا شیر است یا خط، و بین این دو ابهامی وجود ندارد، اما در ابهام نوع فازی مرز مشخصی بین وقایع وجود ندارد. وقتی بیان می‌شود، او جوان است، صداقت یک ارزش است، در عین نادقیقی مفاهیم قابل فهمی ارائه می‌شود. این‌که در عبارات «کوه‌های سر به فلک کشیده، جنگل‌های زیبا» نمی‌گوییم هر کدام دقیقاً چند متر است یا چند درجه زیباست، مفاهیم آن‌ها را خدشه‌دار نمی‌کند. به این دلیل به‌نظر می‌رسد فازی بودن جزء زندگی ماست. باید آن‌را شناخت، به‌طریقی سنجید و بکار برد [۲۵].

منطق کلاسیک یا تفکر دو حالته صفر و یک یا سیاه و سفید قادر نیست همه‌ی پدیده‌های اطراف ما را تشریح کند.

تئوری مجموعه‌های فازی نخستین بار به‌طور رسمی توسط لطفعلی عسگر زاده[۱] در

[۱] Zadeh

سال ۱۹۶۵ مطرح شد [۲۳].

ژاپنی‌ها در بکارگیری منطق فازی در سیستم کنترل (در تجهیزات صنعتی، مترو، لوازم خانگی و غیره) نقش مهمی در جلب توجه جهانیان و به‌ویژه متخصصان و مهندسان غربی به کارآیی و اثربخشی این تئوری داشتند [۲۵].

پایه ریاضیات منطق فازی از تئوری مجموعه‌های فازی نتیجه می‌شود. تئوری مجموعه‌های فازی را می‌توان شکل تعمیم یافته تئوری مجموعه‌های کلاسیک دانست. آشنایی با نظرات جدید، نمادها و عملگرهای مجموعه‌های فازی درمطالعه اصول منطق فازی و کاربردهای آن مفید است.

به‌عنوان مثال مجموعه صندلی‌های موجود در یک اتاق را در نظر بگیرید. در تئوری مجموعه‌ها، مجموعه‌ی صندلی‌ها به‌وسیله‌ی مشخص نمودن جواب ما در مورد هر یک از اشیاء داخل اتاق، به این سئوال که «آیا این شئی صندلی است؟» تشکیل می‌گردد. درتئوری مجموعه‌های کلاسیک ما اجازه‌ی استفاده از دو جواب را داریم : بله یا خیر. اگر یک را به‌عنوان بله و صفر را به‌عنوان خیر در نظر بگیریم آنگاه جواب‌های ما در مجموعه‌ی دو عضوی {۰, ۱} خواهند بود. در این صورت اگر جواب یک باشد آن عنصر به مجموعه متعلق است و اگر جواب صفر است به مجموعه تعلق ندارد. در پایان با جمع آوری تمام اشیاء که بر چسب ۱ دارند، مجموعه صندلی‌های موجود در یک اتاق بدست می‌آید.

حال فرض کنید که این سئوال را بدین ترتیب تغییر دهیم که «کدام یک از اشیاء موجود در یک اتاق می‌تواند عملکردی شبیه به صندلی داشته باشد؟» بار دیگر در مورد هر شئی این سئوال را مطرح می‌نماییم که «آیا می‌توان از این شئی به‌عنوان صندلی استفاده کرد؟» در این حالت مجموعه اشیاءی موجود در یک اتاق که می توانند عملکردی شبیه به یک صندلی

داشته باشند، فقط شامل صندلی‌ها نمی‌شود، بلکه میزها، صندلی‌ها، قسمتی از کف اتاق و امثال این‌ها را نیز شامل می‌شود. این مجموعه، مجموعه‌ای است که به‌طور منحصربفرد تعریف نمی‌شود و بستگی به این دارد که، منظور ما از کلمه‌ی عملکرد چیست.

در حقیقت مجموعه اشیاءی موجود در یک اتاق که عملکردی شبیه به صندلی دارند، یک مجموعه‌ی فازی است. به عبارت دیگر ویژگی لازم برای عضویت در این مجموعه به‌طور شفاف و مشخص تعریف نشده است. اشیائی نظیر میزها، جعبه‌ها و قسمتی از کف اتاق می‌توانند تا حدی عملکردی شبیه به صندلی داشته باشند. این‌که تا چه حد می‌توانند عملکردی شبیه به صندلی داشته باشند هم، بسته به نظر افراد مختلف فرق می‌کند [۲۵].

در این بخش فرض بر این است که خواننده با علایم و خواص بنیادی مربوط به نظریه مجموعه‌ها آشنایی دارد.

مجموعه‌ها را با حروف بزرگ و اعضای آنها را با حروف کوچک نشان می‌دهیم. مجموعه‌ی مرجع یا جهانی را با X نشان می‌دهیم.

سه روش پایه برای تعریف یک مجموعه روی مجموعه‌ی مرجع X وجود دارد.

۱) مجموعه با نام بردن اعضای آن تعریف می‌شود. این روش می‌تواند فقط برای مجموعه‌هایی با اعضای متناهی بکار رود. به‌عنوان مثال مجموعه‌ی A با اعضای $a_۱, ..., a_n$ معمولاً دراین روش به‌صورت زیر بیان می‌شود.

$$A = \{a_۱, a_۲, ..., a_n\}$$

۲) مجموعه با توجه به خاصیتی که اعضای مجموعه در آن خاصیت صدق می‌کنند، تعریف می‌شود. شکل عمومی این روش به‌صورت زیر است

$$A = \{x|p(x)\}$$

که در آن $p(x)$ خاصیتی است که اعضای A دارا هستند. به عبارت دیگر A شامل اعضایی از X است که خاصیت $P(x)$ در مورد آن‌ها درست است.

۳) مجموعه با یک تابع معرفی می‌شود که معمولاً به تابع مشخصه معروف است. این تابع بیان می‌کند که، عضوی از X عضوی از A نیز هست یا نه. مجموعه‌ی A با توجه به مجموعه‌ی مشخصه، به‌صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\chi_A(x) = \begin{cases} 0 & x \notin A \\ 1 & x \in A. \end{cases}$$

تابع مشخصه هر یک از اعضای X را به مجموعه‌ی $\{0, 1\}$ می‌نگارد [۲۴].درنظریه‌ی مجموعه های کلاسیک، یک عنصر، یا به مجموعه تعلق دارد یا ندارد. در واقع عضویت، مفهومی محض برای یک مجموعه است. ولی عضویت در مجموعه‌های فازی می‌تواند مفهوم منعطف‌تری داشته باشد. نقطه‌ی عزیمت به‌سوی مجموعه‌های فازی، تعمیم تابع مشخصه با برد $\{0, 1\}$ به تمام اعداد موجود در بازه $[0, 1]$ است. با این توسعه، شکل تابع مشخصه به تابع عضویت تغییر یافته و با $\mu_A(x)$ نمایش داده می‌شود. به این ترتیب به‌جای مجموعه‌های کلاسیک مجموعه‌های فازی داریم، که در این‌جا درجه‌ی عضویت فقط ۰ یا ۱ نیست، بلکه تعداد نامحدودی درجه عضویت درفاصله‌ی $[0, 1]$ خواهیم داشت. در واقع تابع عضویت، هر عضو از مجموعه‌ی مرجع X را به عددی در فاصله‌ی $[0, 1]$ می‌نگارد.

$$\mu_A : X \longrightarrow [0, 1]$$

رابطه‌ی فوق، تعمیمی از تابع مشخصه است. توابع عضویت، ابزار ریاضی ساده و در عین حال متنوعی برای بیان عضویت در یک مجموعه هستند [۲۴].

تعریف ۱.۲.۱ : اگر X مجموعه‌ای از عناصر که با x مشخص می‌شوند، باشد آنگاه

مجموعه‌ی فازی $\widetilde{A}$ در X یک مجموعه از زوج‌های مرتب است طوری‌که

$$\widetilde{A} = \{(x, \mu_{\widetilde{A}}(x)) | x \in X\}.$$

$\mu_{\widetilde{A}}(x)$ را تابع عضویت یادرجه‌ی عضویت عنصر یا عضو x در A گویند [۲۴].

مثال ۱.۲.۱ : مجموعه اعداد طبیعی کوچک، $\widetilde{A}$ ، روی مجموعه‌ی مرجع تمام اعداد صحیح، می‌تواند به‌صورت زیر تعریف شود:

$$\widetilde{A} = \{(۱, ۱), (۲, ۱), (۳, ۰/۷۵), (۴, ۰/۵), (۵, ۰./۳), (٦, ۰/۳), (۷, ۰/۱), (۸, ۰/۱)\}$$

مثلاً $(۴, ۰/۵)$ مؤید آن است که عدد ۴ با درجه‌ی عضویت ۰/۵ به مجموعه‌ی $\widetilde{A}$ تعلق دارد.

مثال ۲.۲.۱ : مجموعه‌ی $\widetilde{A}$، که در زیر نشان داده شده است، اعداد حقیقی نزدیک ۱۰ را نشان می‌دهد.

$$\widetilde{A} = \{(x, \mu_{\widetilde{A}}(x)) | \mu_{\widetilde{A}}(x) = (۱ + (x - ۱۰)^{۲})^{-۱}\}$$

مجموعه‌های فازی را به شکل زیر نیز نمایش می‌دهند

$$\widetilde{A} = \sum_{x_i \in X} \mu_{\widetilde{A}}(x) / x_i \ .$$

علامت«$\sum$» در رابطه‌ی فوق بیانگر اجتماع تمام عناصر مجموعه‌ی فازی می‌باشد. علامت « / » به‌معنای تقسیم نیست، بلکه یک علامت جدا کننده است. در رابطه‌ی فوق فرض بر این است که مجموعه‌ی مرجع گسسته است. نمایش مجموعه اعداد طبیعی کوچک، که در

مثال ۱.۲.۱ ذکر شد، به‌وسیله‌ی این نماد به‌شکل زیر است:

$$\begin{aligned}\widetilde{A} &= \mu_{\widetilde{A}}(۱)/۱ + \mu_{\widetilde{A}}(۲)/۲ + \mu_{\widetilde{A}}(۳)/۳ + \mu_{\widetilde{A}}(۴)/۴ \\ &+\mu_{\widetilde{A}}(۵)/۵ + \mu_{\widetilde{A}}(٦)/٦ + \mu_{\widetilde{A}}(۷)/۷ + \mu_{\widetilde{A}}(۸)/۸ \\ &= ۱/۱ + ۱/۲ + (۰/۷۵)/۳ + (۰/۵)/۴ + (۰/۳)/۵ + (۰/۳)/٦ + (۰/۱)/۷ + (۰/۱)/۸\end{aligned}$$

برای مجموعه‌ی مرجع پیوسته، مجموعه‌های فازی را به‌شکل زیر نمایش می‌دهند

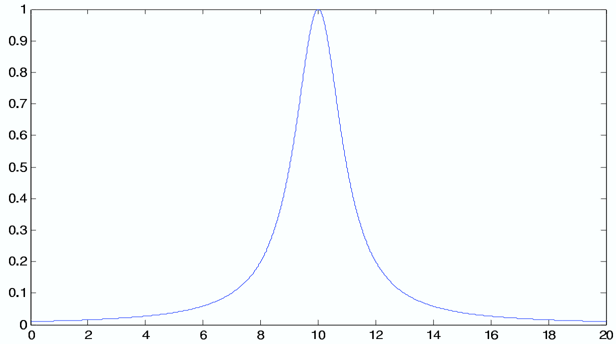
$$\widetilde{A} = \int_X \mu_{\widetilde{A}}(x)/x \ .$$

علامت $\int$ در رابطه‌ی فوق، بیان‌گر اجتماع تمام عناصر مجموعه‌ی فازی است. برای مثال، اعداد حقیقی نزدیک ۱۰ که در مثال ۲.۲.۱ بیان شد به‌صورت زیر نشان داده می‌شود.

$$\widetilde{A} = \int_R \frac{۱}{۱ + (x - ۱۰)^۲}/x$$

که نمودار آن در شکل ۱.۱.۱ آمده است. این نمودار و نمودارهای شبیه آن به نمودار زاده معروف هستند [۲۵]. دو مجموعه‌ی فازی را برابر گوییم، اگر توابع عضویت آن‌ها در تمام نقاط مجموعه‌ی مرجع با هم برابر باشند، یعنی $\widetilde{A} = \widetilde{B}$ اگر بازای هر $x \in X$ داشته باشیم $\mu_{\widetilde{A}}(x) = \mu_{\widetilde{B}}(x)$ [۱۲].

تعریف ۲.۲.۱ : مجموعه‌ی فازی $\widetilde{A}$ تهی نامیده می‌شود، اگر تابع عضویت آن در تمام نقاط مجموعه‌ی مرجع X صفر باشد، یعنی $\widetilde{A} = \emptyset$ اگر بازای هر $x \in X$ داشته باشیم $\mu_{\widetilde{A}}(x) = ۰$ [۱۲].



شکل ۱.۱.۱: اعداد حقیقی نزدیک ۱۰

تعریف ۳.۲.۱ : مجموعه‌ی پشتیبان مجموعه‌ی فازی $\widetilde{A}$ که با $S(\widetilde{A})$ نشان داده می‌شود، عبارت است از مجموعه عناصری از X که درجه‌ی عضویت آن‌ها در $\widetilde{A}$ بزرگ‌تر از صفر است [۲۵]، یعنی

$$S(\widetilde{A}) = \{x \in X | \widetilde{A}(x) > \circ\}.$$

تعریف ۴.۲.۱ : ارتفاع یک مجموعه‌ی فازی، بزرگ‌ترین مقدار درجه عضویت در آن مجموعه است [۲۵]: یعنی

$$hyt(\widetilde{A}) = \max\{\mu_{\widetilde{A}}(x)\}.$$

تعریف ۵.۲.۱ : یک مجموعه‌ی فازی را نرمال نامند، اگر درجه عضویت حداقل یکی از اعضای آن مثلاً x_i برابر یک باشد [۲۴].

همه‌ی مجموعه‌های کلاسیک به غیر از تهی نرمال هستند. جهت نرمال نمودن مجموعه‌ی فازی غیر نرمال ، کافی است که درجه‌ی عضویت هر عضو را به $hyt(\widetilde{A})$ تقسیم کنیم. در این صورت، مجموعه‌ی بدست آمده نرمال خواهد بود.

تعریف ۶.۲.۱ : هسته‌ی مجموعه‌ی فازی $\widetilde{A}$ که با $core(\widetilde{A})$ نشان داده می‌شود، عبارت است از زیر مجموعه‌ای از مجموعه‌ی مرجع X که درجه عضویت عناصر آن در $\widetilde{A}$ برابر یک است [۲۵]، یعنی

$$core(\widetilde{A}) = \{x \in X | \mu_{\widetilde{A}}(x) = ۱\}.$$

مثال ۳.۲.۱ : یک بنگاه معاملات ملکی می‌خواهد خانه‌هایی را که به مشتریانش پیشنهاد می‌کند طبقه‌بندی نماید. مشخصه‌ی راحتی این خانه‌ها، تعداد اتاق‌های خواب است. اگر مجموعه‌ی $X = \{۱, ۲, ..., ۱۰\}$ را به‌عنوان انواع مختلف خانه‌های در دسترس، که در آن x تعداد اتاق خواب موجود در خانه است، تعریف کنیم آنگاه مجموعه فازی «خانه‌ی راحت برای یک خانواده ۴ نفره» را می‌توان به‌صورت زیر بیان کرد:

$$\widetilde{A} = \{(۱, ۰/۲), (۲, ۰/۵), (۳, ۰/۸), (۴, ۱), (۵, ۰/۷), (۶, ۰/۳)\}.$$

در مورد مجموعه‌ی فازی فوق داریم

$$S(\widetilde{A}) = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶\}.$$

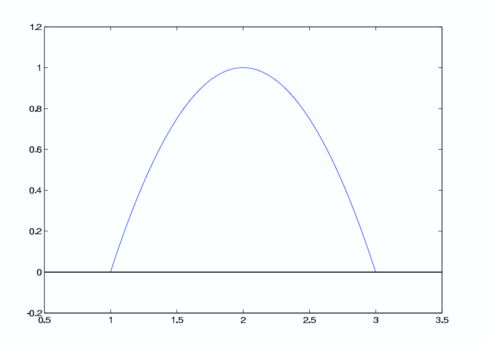
مجموعه‌ی فازی $\widetilde{A}$ یک مجموعه‌ی فازی نرمال است، زیرا $hyt(\widetilde{A}) = ۱$ است. هم‌چنین داریم $core(\widetilde{A}) = \{۴\}$.

تعریف ۷.۲.۱ : اگر مقدار میانگین تمام نقاطی که در آن‌ها تابع عضویت مجموعه‌ی فازی به حداکثر مقدار خود می‌رسد محدود باشد، در این صورت، این مقدار میانگین، مرکز یک مجموعه‌ی فازی می‌باشد. اگر مقدار میانگین مثبت بی‌نهایت (منفی بی‌نهایت) باشد در این صورت، مرکز به‌صورت کوچک‌ترین (بزرگ‌ترین) نقطه‌ای است که در آن نقطه، تابع عضویت به حداکثر مقدار خود می‌رسد [۲۵].

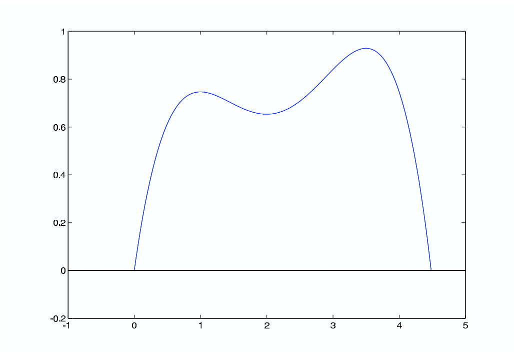
تعریف ۸.۲.۱ : مجموعه‌ی فازی $\tilde{A}$ محدب است اگر بازای هر $x_1, x_2 \in X$ و $\lambda \in [0, 1]$ داشته باشیم

$$\mu_{\tilde{A}}(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \geq \min\{\mu_{\tilde{A}}(x_1), \mu_{\tilde{A}}(x_2)\}.$$

شکل ۲.۲.۱ یک مجموعه‌ی فازی محدب و شکل ۳.۲.۱ یک مجموعه‌ی فازی غیرمحدب را نشان می‌دهد [۲۴].



شکل ۲.۲.۱: مجموعه فازی محدب



شکل ۳.۲.۱: مجموعه فازی غیرمحدب

تعریف ۹.۲.۱ : اعداد فازی بر روی مجموعه‌ای از اعداد حقیقی و زیر مجموعه‌هایش تعریف شده و تابع عضویت آن‌ها باید نرمال، محدب و نیمه پیوسته‌ی بالایی باشد. یعنی مجموعه‌ی $\{x : \mu_{\tilde{A}}(x) < \alpha\}$ بازای هر عدد حقیقی $0 \leq \alpha \leq 1$ باز باشد. اعداد فازی مجموعه‌هایی فازی هستند، که برای توصیف مفاهیمی نظیر در حدود، تقریباً و نزدیک به استفاده می‌شوند. در شکل ۴.۲.۱ سه نوع عدد فازی ذوزنقه‌ای، مثلثی و زنگوله‌ای نشان داده شده است [۲۴].