بسم الله الرحمن الرحيم

دانشگاه صنعتی اصفهان

پایان نامه کارشناسی ارشد

تحلیل تنش در مسائل الاستوپلاستیک صفحه‌ای

به روش اجزاء محدود

توســـط :

عـزت اله محمـدی

زیر نظـر :

دکتر سید حسن موسوی

اردیبهشت ماه ۱۳۷۱

" بسم الله الرحمن الرحیم"

پایان نامهٔ آقای عزت اله محمدی درجلسه مورخ ۷۱/۲/۱۳ کمیته پایان نامه متشکل از اساتید ذیل موردبررسی وتائیدقرارگرفت .

۱ـ آقای دکترسیدحسن موسوی معاونت پژوهشی دانشکده واستادراهنمای رساله

۲ـ آقای دکترفریبرزقهرمانی استادکمیتهٔ تخصصی

۳ـ آقای دکترحسن خادمی زاده استادکمیتهٔ تخصصی

۴ـ آقای دکترمحمودسلیمی مسئول کمیته کارشناسی ارشددانشکده

قـــدر دانـــــــی

با اظهار تشکرو امتنان از

اساتید محترم آقای دکتر سید حسن موسوی استاد راهنمای پروژه وآقای دکتر فریبــرز قهرمانـــی و آقای دکتـر حسن خادمـــی زاده که در انجام ایــــــــن پروژه از تجریبایت ، راهنمائیها و مساعدت ایشـان برخـوردار بـــــوده امو نیز سایر اساتید معظم دانشکده مکانیک که افتخار کسب علم از محضرشـــان را داشتــــــــه ام .

فهرست مطالب

عنوان	صفحه

عنوان	صفحه
چکیده	هفت
مقدمه	۱
فصل اول - مروری بر تئوری الاستیسیته و پلاستیسیته	۳
۱ - ۱ - مقدمه	۳
۱ - ۲ - معادلات حاکم بر حوزه و اصل کار مجازی	۳
۱ - ۳ - روابط کرنش - تغییر مکان	۵
۱ - ۴ - معادلات متشکله ماده	۶
۱ - ۵ - معیارهای تسلیم	۷
۱ - ۶ - کار سختی	۹
۱ - ۷ - مسائل غیر خطی	۱۱
۱ - ۸ - روشهای حل مسائل غیر خطی	۱۲
فصل دوم - روش اجزاء محدود	۱۵
۲ - ۱ - مقدمه	۱۵
۲ - ۲ - فرمولبندی مسائل به روش تغییر مکان	۱۶
۲ - ۲ - ۱ - تابع تغییر مکان	۱۶
۲ - ۲ - ۲ - توابع شکل	۱۷
۲ - ۲ - ۳ - روابط کرنش - تغییر مکان	۱۹
۲ - ۲ - ۴ - تبدیل مشتقات	۱۹
۲ - ۲ - ۵ - فرمولبندی مسائل الاستیسیته خطی	۲۰
۲ - ۳ - انتگرالگیری عددی	۲۱
۲ - ۴ - روش حل معادلات	۲۲

۲-۵-روش ذخیره سازی Sky - Line ۲۴

فصل سوم - رفتار ماده الاستوپلاستیک ۲۸

۳ - ۱ - مقدمه ۲۸

۳ - ۲ - روابط نموی تنش - کرنش پلاستیک ۲۹

۳ - ۳ - روابط تنش - کرنش کلی ۳۰

۳ - ۴ - ماتریس متشکله الاستوپلاستیک ۳۰

۳ - ۵ - فرآیند محاسباتی روش " تنش اولیه " ۳۳

۳ - ۶ - روشهای حل ترکیبی ۳۵

فصل چهارم - حل مسائل نمونه و نتایج ۳۶

فصل پنجم - برنامه کامپیوتری ۵۹

۵ - ۱ - مقدمه ۵۹

۵ - ۲ - اطلاعات ورودی ، شبکه بندی ۶۰

۵ - ۳ - عملکرد و ویژگیهای برنامه ۶۱

۵ - ۴ - فلوچارت ۶۷

۵ - ۵ - معرفی متغیرها و زیر برنامه‌ها ۷۰

۵ - ۶ - لیست برنامه اصلی و زیر برنامه‌ها ۷۳

مراجع ۸۹

چکیده انگلیسی ۹۰

چکیـــــــده

برای تحلیل و دستیابی به توزیع تنش پس‌از شروع تسلیم در جسم ناگزیر به حل یک دستگـــــاه معادلات و دیفرانسیل غیر خطی خواهیم بود. برای این منظور برنامه کامپیوتری بروش اجزاء محـــــدود و بزبان فرترن با قابلیت اجزاء روی میکروکامپیوترها توسعه یافته که در آن از ذخیره سازی درایه‌هـای ماتریس سختی بروش Sky - Line استفاده شده است . این برنامه بر اساس روشهای تکـــــرار با ماتریس سختی مماسی[1] و نیوتن - رافزون اصلاح شده و روشهای ترکیبی از این دو با اعمال نمـــوی بار،به حل مسائل صفحه‌ای با توجه به شرایط مرزی آنها می‌پردازد. برای ماده ایزوتروپیک با رفتـــار الاستوپلاستیک همراه با کار سختی و رفتار الاستیک خطی و با استفاده از معیار تسلیم فن میـــــزز و قاعده جریان[2] به تدوین این برنامه با شبکه بندی المانهای مربعی هشت گرهی ایزوپارمتریـــــک پرداخته شده است. دقت و همگرائی روشهای مختلف حل همراه با راندمان خوب و زمان مناســـب، برای چند مثال با درجات آزادی مختلف (حداکثر ۱۰۲۰ درجه آزادی) تحقیق شده است .

1- Tangential Stiffness matrix

2- Flow rule

مقـــدمـــه

تاریخ علم بررسی تنشهای پلاستیک یا حالت خمیری از سال ۱۸۶۴ میلادی که ترسکا[1] نتایج کارهای خودش را درباره برخی آزمایشهای تغییر شکل فلزات منتشر کرد شروع می‌شود. او در این موقع با آزمایشهائی که انجام داد معیار تسلیم فلزات را فرمولبندی کرد که امروزه بنام خود او شهرت دارد. چند سال بعد با استفاده ازنتایج ترسکا، سنت ونان[2] و لوی[3] پایه‌های تئوری جدید حالت خمیری را بیان کردند. برای ۷۵ سال بعد یعنی تا سال ۱۹۴۵ پیشرفت خیلی کند و ناهموار بود گرچه کمکهای مهمی توسط دانشمندان چون فن میزز[4]، هینکی[5] و پراندتل[6] و سایرین صورت گرفت ولی از این سال به بعد نظریه واحدی پدیدار گشت و کوششهای متمرکز پژوهشگران باعث پیشبرد سریع این علم بخصوص پس از سالهای ۱۹۶۰ که استفاده از کامپیوتر و تحلیل عددی مسائل رواج و توسعه یافته شد. امروزه تجزیه و تحلیل مربوط به بسیاری از حالات رفتاری مواد مثل تحلیل الاستیک خطی و غیرخطی، خزش، ترموالاستیک و غیره و از جمله حالت الاستوپلاستیک که جزء دسته مسائل غیر خطی‌اند به کمک کامپیوتر صورت می‌گیرد.

حل دستگاه معادلات دیفرانسیل حاکم بر مسائل اغلب بطور تحلیلی غیر ممکن بوده و به کمک روشهای عددی و تقریبی مورد بررسی قرار می‌گیرند. یکی از روشهای قدرتمند عددی در ضمیمه بررسی و تحلیل مسائل مکانیک جامدات روش اجزاء محدود[7] می‌باشد. مطابق این روش جسم را متشکل از چندین جزء (المان) که در مرزها به یکدیگر اتصال دارند فرض کرده و حل دستگاه معادلات دیفرانسیل حاکم بر مسئله به حل یک دستگاه معادلات همزمان تبدیل می‌شود.

نظریه‌های خمیری به دو دسته کلی نظریه‌های فیزیکی و نظریه‌های ریاضی تقسیم می‌شوند. نظریه‌های

1- Tresca

2- Saint - Venant

3- Levy

4- Von - Mises

5- Hencky

6- Prandtl

7- The finite element method

فیزیکی بیشتر در پی بررسی علل و عوامل جاری شدن خمیری اجسام و نگرش میکروسکوپی به آنها و بررسی حالت و موقعیت کریستالها و اتمها در طی هر فرآیند برمی‌آید. در حالی که نظریه‌های ریاضی هر فرآیندی را در طبیعت بعنوان معلول یک دسته عوامل منطقی مورد بررسی قرار داده و سعی در فرمولبندی به شکل قالبی قابل استفاده دارد. این نظریه از نگرش خیلی عمیق به مبانی فیزیکی مسئله پرهیز می‌کند و همین مورد است که مبنای کار علوم مهندسی را تشکیل می‌دهد.

همچنین علوم مربوط به مطالعه و تحلیل مسائل پلاستیسته را میتوان به دو دسته کلی زیر تقسیم کرده حالتی که کرنشهای پلاستیک در مقایسه با کرنشهای الاستیک خیلی بزرگ بوده و یا به عبارتی کرنشهای الاستیک در مقایسه با کرنشهای پلاستیک قابل صرفنظرند. این حالت بطور کلی جهت طرح و بررسی ماشینها و دستگاههای خطوط تولید مانند نورد ، کشش سیمها ، تزریق فلزات و شکل دادن قطعات و نظایر آن که در آنها تغییر شکلهای خیلی بزرگ مورد نظر است کاربرد دارد. حالت دیگر مسائل پلاستیسیته حالتی است که کرنشهای پلاستیک در حدود و یا نزدیک کرنشهای ارتجائی باشند که آنرا حالت الاستوپلاستیک می‌گوییم . این حالت بیشتر در طراحی و انجام محاسبات ساختمانها و سازه‌های فلزی و دستگاهها و مکانیزمهای مکانیکی کاربرددارد. در اینگونه مسائل ضمن رعایت فاکتور اطمینان حداکثر ظرفیت بارگذاری مجاز سیستم ولو اینکه تنش در برخی نواحی خاص از جسم به میزانی بالاتر از سطح تسلیم خود برسد مطلوب می‌باشد. جسمی که تحت چنین شرایطی طرح شود ، پارامتر وزن به ظرفیت بارگذاری بهینه‌ای خواهد داشت ضمن صرفه‌جویی در مصرف مواد سازنده در دستگاههائی نظیر ماشینهای پرنده که در آنها فاکتور وزن بسیار مهم است جایگاه ویژه‌ای دارد.

پایان‌نامه حاضر حاصل تلاشی در ضمینه تدوین برنامه‌ای کامپیوتری برای آنالیز تنش الاستوپلاستیک محیطهای پیوسته می‌باشد. در فصول اول و سوم این پایان نامه مروری گذرا بر روابط در تئوریهای الاستیسیته و پلاستیسیته و رفتار ماده الاستوپلاستیک و معادلات و متشکله مربوط به آن خواهیم داشت . فرمولبندی مسائل با کرنش و تغییر مکانهای کوچک بروش اجزاء محدود در فصل دوم و در فصلهای چهارم و پنجم با حل مسائل نمونه همراه با صورت برنامه به تشریح عملکرد و مختصات آن خواهیم پرداخت .

فصـــل اول :

مروری بـر تئـوری الاستیسیته و پلاستیسیته

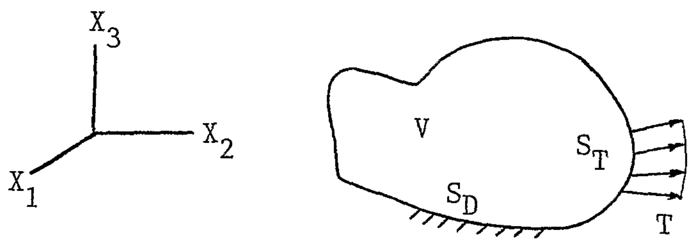
۱ ـ ۱ مقـدمـه

در این فصل مروری بر مفاهیم اساسی در الاستیسیته و پلاستیسیته نظیر روابط تنش ـ کرنـــش، معادلات متشکله ماده ، معیارهای تسلیم و قوانین کار سختی خواهیم داشت. همچنین توضیحاتی راجع به منابع غیر خطی (منابعی که باعث بی‌اعتباری تقریب زدن معادلات خطی با معادلات غیرخطی نظیر آنها می‌شوند) و نیز برخی روشهای متداول حل مسائل غیر خطی آمده است . به مفاهیمی نظیر روابط نموی تنش ـ کرنش و ماتریس متشکله ماده الاستوپلاستیک که در این فصل جای می‌گیرند در مقاطع مناسب سایر فصول بطور مفصل اشاره خواهد شد. کلیه روابط بدون در نظر گرفتن ملاحظات حرارتی و اثرات تغییر دما و زمان بدست آمده و ماده ایزوتروپیک و کلیه خواص در همه جهات یکسان فرض شده است .

۱ ـ ۲ معادلات حاکم بـر حـوزه متعـادل و اصـل کار مجازی

هر جسم مادی نظیر شکل (۱ ـ ۱) که حجم V از فضا را اشغال کرده و دارای سیستم تنـــش داخلی σ_{ij} ، نیروهای بدنی بر واحد حجم b_i بوده و قسمتی از سطح آن (S_D) دارای تغییر مکانهای

معین و نیروهای خارجی T_i روی قسمتی دیگر از سطح (S_T) اعمال می‌شود چنانچه این جسم بعنوان یک محیط پیوسته[1] در حالت تعادل باشد ، روابط تعادل نیروئی و تعادل گشتاورها با استفاده از علائم اندیسی و رعایت قرارداد جمع[2] چنین بدست می‌آید :



شکل (۱ ـ ۱) حوزه متعادل و شرایط مرزی

$$\partial_j \sigma_{ij}+b_i=0$$

$$\sigma_{ij}=\sigma_{ji} \qquad (۱-۱)$$

$$u_i= d_i \qquad \text{روی ناحیه } S_D$$

$$T_i= \sigma_{ij}\nu_j \qquad \text{روی ناحیه } S_T$$

که در آن ν برداریکه عمود بر سطح و ∂_j مشتق نسبت به مولفه j ام بردار موقعیت ذره در دستگاه مختصات(x_1 , x_2 , x_3) می‌باشد . در روش مانده‌های وزن‌دار[3] برای تبدیل معادلات دیفرانسیلی نظیر (۱ ـ ۱) به معادلاتی بفرم انتگرالی بایستی که رابطه زیر به ازای هر تابع اختیاری δu_i ارضا گردد.

$$\int_v \delta u_i(\partial_j\sigma_{ij}+b_i)dv = 0 \qquad (۲-۱)$$

1- Continum

2- Summation Convention

3- Weighted risiduals

رابطه (۱ ـ ۲) را به کمک انتگرال جزء به جزء و قضیه گرین و فرض اینکه u_i و $\partial_j(u_i)$ بترتیب تابع تغییر مکان و کرنش[1] می‌باشند به رابطه زیر تبدیل می‌شود.

$$\int_v \delta\varepsilon_{ij}\sigma_{ij}dv - \int_v \delta u_i b_i dv - \int_{S_T} \delta u_i T_i dS = 0 \qquad (۱ـ۳)$$

رابطه (۱ ـ ۳) همان رابطه کار مجازی و یک فرم ضعیف[2] از معادله تعادل (۱ ـ ۱) می‌باشد. این رابطه بدون هیچگونه فرض اضافی در مورد رابطه تنش ـ کرنش، و تنها با فرض وجود تعادل در جسم بدست آمده است .

۱ ـ ۳ روابط کرنش تغییر مکان

با معلوم بودن تغییر مکانهای نقاط یک محیط پیوسته میتوان کرنش را در هر نقطه از آن محاسبه کرد. در حالت کلی رابطه بین بردار تغییر مکانها و کرنشها در قالب رابطه (۱ ـ ۴) که در آن S عملگر دیفرانسیل[3] می‌باشد، قابل بیان است .

$$\{\varepsilon\} = [S]\{U\} \qquad (۱ـ۴)$$

با صرفنظر کردن از غیرخطی هندسی (رجوع به بخش ۱ ـ ۷) یعنی فرض کوچک بودن تغییر مکانها و کرنشها میتوان کرنشها را با دقت بسیار خوبی بر حسب مشتقات اول توابع تغییر مکان بیان کرد. درتئوری الاستیسیته خطی رابطه (۱ ـ ۴) عبارت استاز

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \qquad (۱ـ۵)$$

یعنی

$$[S] = \begin{bmatrix} \partial/\partial x & 0 \\ 0 & \partial/\partial y \\ \partial/\partial y & \partial/\partial x \end{bmatrix} \qquad (۱ـ۶)$$

که در آن u_i و u_j بترتیب مولفه‌های تغییرمکان نقاط در راستای محورهای x_i و x_j بوده و در تعریف فوق سازگاری تغییرمکانها نیز رعایت شده است .

1- Displacement and strain

2- Weak form

3- Operator

۱ ـ ۴ معادلات متشکله ماده

عکس‌العمل مواد نسبت به تحریکات خارجی تابع ساختمان داخلی آنها بوده و معادلاتی که بیانگر رفتار مواد نسبت به تحریکات خارجی باشند را معادلات متشکله[۱] گویند. رفتار واقعی مواد پیچیده بوده‌و بیان یک رابطه کلی که مبین‌رفتار ماده در حالات مختلف باشد امکان پذیرنیست.از این رو بسته به شرایط مسئله مدلهای مختلفی برای رفتار ماده در نظر گرفته می‌شود.یک‌کلی رابطه‌تنش-کرنش بشکل زیر می‌باشد.

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\,\varepsilon_{kl} \qquad (۱-۷)$$

که در آن تانسور ضرائب C_{ijkl} تابع خواص‌ماده از قبیل ایزوتروپی می‌باشد. برای ماده ایزوتروپیک و الاستیک خطی تانسور ضرائب عبارت است از :

$$C_{ijkl} = \lambda\delta_{ij}\,\delta_{kl} + \mu\,(\delta_{ik}\,\delta_{jl} + \delta_{il}\,\delta_{jk}) \qquad (۱-۸)$$

که در آن δ_{ij} دلتای کرونکر[۲] و λ ، μ ضرائب لامه[۳] می‌باشند. معمولا" بجای ضرائب λ و μ از دو ضریب متعارف از خواص ماده یعنی‌مدول الاستیسیته و ضریب پواسان[۴] ، E ، ν استفاده می‌گردد. شکل ماتریسی‌معادله (۱ ـ ۷) با استفاده از ضرائب اخیر برای مسائل الاستیک بصورت معادله (۱ ـ ۹)معروف به قانون هوک می‌باشد.

$$\{\sigma\} = [\,D\,]\,\{\varepsilon\} \qquad (۱-۹)$$

که در آن $[D]$ ماتریس متقارن و مثبت معین[۵] معروف به ماتریس الاستیسیته[۶] می‌باشد. بسط این رابطه در مسائل صفحه‌ای عبارت است از :

حالت تنش صفحه‌ای

1- Constitutive equations

2- Kronicker delta

3- Lame constants

4- Poisson's ratio

5- Symmetric positive definite

6- Elasticity matrix

$$\begin{Bmatrix}\sigma_{xx}\\ \sigma_{yy}\\ \sigma_{xy}\end{Bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2}\begin{bmatrix}1 & & 0\\ & 1 & 0\\ Sym & & \frac{1-\nu}{2}\end{bmatrix}\begin{matrix}\varepsilon_{xx}\\ \varepsilon_{yy}\\ \varepsilon_{xy}\end{matrix} \qquad (۱۰-۱)$$

حالت کرنش صفحه‌ای

$$\begin{Bmatrix}\sigma_{xx}\\ \sigma_{yy}\\ \sigma_{xy}\end{Bmatrix} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}\begin{bmatrix}1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0\\ & 1 & 0\\ Sym & & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}\end{bmatrix}\begin{matrix}\varepsilon_{xx}\\ \varepsilon_{yy}\\ \varepsilon_{xy}\end{matrix} \qquad (۱۱-۱)$$

راجع به معادله متشکله ماده و ماتریس $[D]$ در رابطه‌ای نظیر (۱ ـ ۹) درموقعیت‌الاستیک‌پلاستیک‌موادبطور مفصل در بخش (۳ ـ ۴) توضیح داده خواهد شد.

۱ ـ ۵ معیارهای تسلیم

معیار تسلیم، حدود تنش را برای بیان شروع تغییر شکل پلاستیک جسم معین می‌کند . یک رابطه کلی برای بیان این خاصیت جسم بفرم زیر است

$$F(\sigma_{ij}) = Y(k) \qquad (۱۲-۱)$$

که در آن σ_{ij} سیستم تنش و k یک خاصیت جسم ، کارسختی[1] و F یک تابع برای بیان مرز تسلیم است . مهمترین معیارهائی که با تجربه اثبات و رفتار پلاستیک فلزات را بخوبی بیان می‌کنند معیارهای تسلیم ترسکا و فن میزز[2] می‌باشند. معیارهای تسلیم معتبر دیگری نیرو وجود دارند که بیشترفتار مواد غیر فلزی را بفرم دقیقتری نشان می‌دهند.

الف ـ معیارهای تسلیم ترسکا

مطابق این معیار تسلیم، رسیدن ماکزیمم تنش برشی به یک مقدار معین، سبب شروع تسلیم در جسم میگرددچنانچه برای تنشهای اصلی σ_1، σ_2، σ_3 داشته باشیم

$$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$$

1- Work hardening

2- Tresca and Von Mises yield criteria

آنگاه رابطه (۱ ـ ۱۲) در این معیار تسلیم عبارت است از :

$$\sigma_1 - \sigma_3 = Y(k) \qquad (۱۳ - ۱)$$

که در آن $Y(k)$ پارامتر ماده که بطور تجربی تعین،و تابع کارسختی جسم می‌باشد.

ب ـ معیار تسلیم فن میزز

با فرض ایزوتروپیک بودن ماده ، معیار تسلیم مستقل از دستگاه انتخابی که در آن تنش‌ها بیان می‌شوند بوده بنابراین بایستی فقط تابعی از سه نا متغیر تنش[۱] باشد. بطور تجربی ثابت شده است که بطور اعم تغییر شکل پلاستیک مستقل از نامتغیر اول تنش (فشار هیدروستاتیک) ، نیز برای فلزات در مقاصد عملی میتوان اثر نامتغیر سوم را ناچیز فرض‌کرده و اثر نامتغیر دوم تنش را در معیار تسلیم کافی دانست که همان معیار فن میزز است . بیان رابطه (۱ ـ ۱۲) در این معیار تسلیم عبارت است از

$$(J_2')^{\frac{1}{2}} = Y(k) \qquad (۱۴ - ۱)$$

که در آن J_2' نامتغیر دوم تنش کاهش یافته[۲] بوده و چنانچه به مقدار خاصی که توسط رابطه (۱ـ ۱۴) تعیین می‌شود برسد بمعنی‌شروع تسلیم در جسم می‌باشد. معمولا" معیار تسلیم فن میزز با تعریف تنش موثر $_e$ بصورت زیر بکار برده می‌شود.

$$\sigma_e = \sqrt{3/2}\,\{\sigma'_{ij}\ \sigma'_{ij}\}^{\frac{1}{2}} \quad ; \quad \bar{\sigma}_e = 3\ Y(k) \qquad (۱۵ - ۱)$$

در معیارهای تسلیم فوق‌الذکر اولی رسیدن تنش برشی هشت وجهی و دیگری رسیدن انرژی کرنش پیچشی[۳] را به حد معین شرط تسلیم می‌دانند . نمایش هندسی معیارهای تسلیم ترسکا و فن میزز در شکل (۱ ـ ۲) آمده است.

1- Stress invariants

2- Second invariant of deviatoric stress

3- Distortion energy