

# بہ نام پروردگار بی ہمتا

بہ نام پروردگار بی ہمتا

۱۷۱۸



دانشگاه الزهراء (س)  
دانشکده علوم پایه

پایان نامه  
جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد  
رشته فیزیک ذرات بنیادی

عنوان  
روش میدان میانگین در مدل‌های برهمکنش - پخش

استاد راهنما  
دکتر امیر آقامحمدی

۱۳۸۱ / ۱۰ / ۲۵

استاد مشاور  
دکتر محمد رضا سرکرده ای

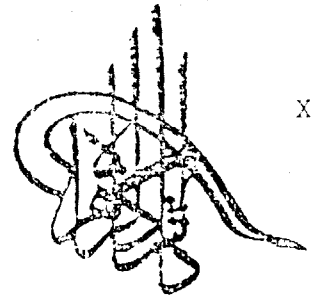
دانشجو  
فاطمه طباطبایی پناه

شهریور ماه ۱۳۸۱



جمهوری اسلامی ایران

دانشگاه الزهراء



X

۱۳۵۸۵۰۰۰۰

بسمه تعالی

بموجب نامه شماره ..... مورخ ..... جلسه دفاع از پایان نامه  
 خانم فاطمه طباطبائی پناه دانشجوی رشته ..... دانشکده ..... علوم .....  
 شماره دانشجویی ..... در روز ..... مورخ ..... تحت عنوان .....  
 میدان پیرا بدین درمدهای ..... برگزار گردید.  
 در اطاق .....  
 ابتدا خانم فاطمه طباطبائی پناه در مورد موضوع و نتایج پایان نامه صحبت نمودند و سپس به  
 سؤالات اعضاء حاضر در جلسه پاسخ دادند. هیأت داوران طی جلسه ای که همزمان تشکیل گردید پس از  
 مشورت نمره دانشجوی را ~~.....~~ و با امتیاز ..... تعیین و مورد قبول قرار گرفت.

نورده شمار میج

- هیأت داوران:
۱. استاد راهنما: دکتر ایراق احمدی
  ۲. استاد مشاور: دکتر محمد رضا سرکرده ای
  ۳. داور خارجی: دکتر محمد فری
  ۴. داور داخلی: دکتر عزیز... شفیق قای

امضاء

نام و نام خانوادگی مدیر گروه .....  
.....

امضاء

نام و نام خانوادگی رئیس دانشکده  
 یا نماینده دانشکده در شورای تحصیلات تکمیلی دانشگاه

تقدیم به پدر و مادرم که همه هستی‌ام را مرمون فداکاری‌های آن دو بستم

و تقدیم به روح بلند دکتر علی مرینی

باسپاس فراوان از زحمات استاد ارجمند جناب آقای دکتر امر آقا محمدی که  
بدون یاری و کمک موثر ایشان انجام این پایان نامه امکان پذیر نبود

همچنین از راسمائیهایی بی شائبه آقای دکتر محمد ابراهیم فولادوند که همواره پانچکوی  
سوالات من بودند تشکر و قدردانی به جای می آورم

بر خود لازم می دانم از همه اساتید و کارکنان گروه فیزیک که در طول دوره  
کارشناسی ارشد از یاریشان بهره جسته ام به خصوص خانم نیک خصال سپاسگزاری  
مایم

## چکیده

روشی برای ساده سازی معادلات تحول زمانی سیستمهای پخش - برهمکنش با دو موضع و بیشتر ارائه شده است و به این ترتیب از اثرات افت و خیزی در ابعاد پایین که باعث عدم دقت در جواب های روش های تقریبی مانند تقریب میدان متوسط می شود کاسته با بررسی شرایط گذار فاز در مدل های مطرح شده، خصوصیات آنها را با کاهش قوانین خاص بر نرخ ها قابلیت عمومیت پذیری می بخشد.

حفظ وابستگی توابع احتمال چند نقطه ای که از رهگذر افزایش متغیرها در معادلات تحول زمانی متوسط دانسیته صورت می گیرد. نتایج را به جوابهای قابل اطمینانی که از شبیه سازی کامپیوتری مدل مورد نظر بدست آمده نزدیکتر می کند، همانطور که با بررسی یک مدل ترافیکی به عنوان مثال، چنین نتیجه ای حاصل شده است.

بررسی مسئله دیگری که از ادغام نابودی های دو ذره حاصل شده، شامل حل دقیق و برآورد حل زمان بزرگ آن به روش میدان متوسط و اثبات وابستگی تغییرات دانسیته ها به ثابت های پخش به روش "میدان متوسط خوشه ای" است.

## مقدمه :

شاید در زمانه ای که نیوتن به بررسی و سازماندهی ریاضیات مکانیک ذرات، مشغول بود، دقت نظر در مکانیک سیستمهایی با درجات آزادی زیاد- که در آنها برآورد دقیق تکانه و مکان هر ذره بسیار مشکل است - جالب توجه نبوده است، اما امروزه فیزیک چنین سیستمهایی که به مکانیک آماری معروف است، بخش قابل توجهی از تحقیقات رابه خود اختصاص داده است.

روش بررسی در این حیطه از رهگذر بررسی برهمکنش های میکروسکوپی به تعیین خواص ماکروسکوپی آنها صورت می پذیرد. با توجه به عدم تعیین دقیق همه ذرات، دیدگاه تصادفی نسبت به چنین پدیده هایی نقش مهمی در توصیف آنها ایفا می کند به این ترتیب که به جای کمیات مکان یا تکانه به هر ذره احتمال فرار گیری در یک پیکر بندی - که از حالات ممکن برای یک دستگانه تشکیل یافته - نسبت داده می شود. [1-6]

علاوه اینکه بسیاری از بررسی ها در این محیط، مربوط به سیستمهایی است که بعد از گذشت از شرایط پایدار اولیه به حالت متعادل رسیده اند، توجه به دستگانهایی در حالت غیر پایا و چگونگی گذار آنها به حالات پایدار، بیانگر چگونگی انجام بسیاری از فرآیندهایی از این نوع می باشد. [4.6.15]

سیستمهای برهمکنش پخش، روشی برای توصیف ساختارهایی با این شرایط است، به این ترتیب که در شبکه مفروض یک بعدی یا چند بعدی، ذرات می توانند با احتمالی

معین به اطراف حرکت کنند و یا در اثر برخورد به یکدیگر برهمکنش کنند که در نتیجه آن تعداد ذرات کاهش یافته و یا افزوده می شود. [7.21]

چنین توصیفی برای سیستمهای آماری دور از تعادل، طیف وسیعی از پدیده ها از جمله، مدل‌های ترافیکی [22.29] واکنش های شیمیایی [8]، پدیده های زیست شناسی [4.9] ... تا مدل‌هایی برای وقوع آتش سوزی در جنگل [10] را شامل می شود.

راهکارهای ارائه شده برای تصحیح روش های حل تقریبی مانند روش میدان متوسط که در ابعاد پایین پاسخگو نیستند [7.30] راه نسبتاً خوبی برای حل معادلات تحول زمانی احتمالات در چنین سیستمهایی می باشند. [11-15]

به این ترتیب علاوه بر بهره مندی از ساده سازی موجود در چنین روشهایی، از تاثیرات نامطلوب افت و خیزی بر جوابها کاسته می شود. [4]

بنابراین با حفظ وابستگی توابع چند نقطه ای در روشهای تصحیح شده تقریب میدان متوسط و اعمال آنها بر سیستمهایی بر همکنش های شامل سه موضع و یا بیشتر، می توان به بررسی وجود گذار فاز در آنها، یافتن تشابهات رفتاری در گذار آنها، دسته بندی و عمومیت بخشیدن به شرایط انجام گذار فازهای غیر تعادلی پرداخت، همانند قوانینی که در گذارهای فاز در شرایط متعادل، به طور کلی برقرار است.

بررسی های از این گونه، در شرایطی که حل هایی به روش دقیق، بدلیل ایجاد معادلات حجیم پیچیده تنها با اتخاذ شرایط خاصی در ثابت های برهمکنش قابل حل هستند - و در نتیجه از عمومیت موضوع می کاهند - بسیار مهم می باشند [20]. تلاشهای صورت گرفته



در شبیه سازی کامپیوتری چنین مدل‌هایی و مقایسه جواب های حاصل، مازاد استفاده

از چنین تقریب هایی تصحیح شده ای مطمئن می سازد. [16-19]

مطالب این پایان نامه به این شرح است :

فصل ۱، به صورت هر چند کوتاه و مقدماتی به معرفی سیستمهای برهمکنش پخش

پرداخته و معادله اساسی تحول زمانی آنها را بیان می کند.

فصل ۲، شامل معرفی دو روش تقریبی و اعمال آنها بر یک مدل خاص و بررسی جواب

هایی حاصل از آن دو است.

فصل ۳، با معرفی مدلی که شامل گذار فاز غیر تعادلی است، توصیف آن را در روش

های تقریبی بیان می کند،

بررسی یک مدل ترفیکی به عنوان یک سیستم برهمکنش پخش در فصل ۴، منجر به

بررسی جواب های حاصل از حل معادلات تحول زمانی در تقریب های درجه اول و

درجات بالاتر و مقایسه نتایج با جواب های بدست آمده از شبیه سازی مدل مورد نظر می

شود

و فصل ۵، شامل بررسی چگونگی واپاسی یک مدل دو گونه ذره ای و وابستگی توانایی

آن به ثابت های پخش و یا نرخ های برهمکنش در زمانهای طولانی است. -

# فصل اول

مقدمه ای بر سیستمهای پخش و برهمکنش

## ۱-۱. فرایندهای تصادفی<sup>۱</sup>

طیف وسیعی از فرایندهایی که در طبیعت رخ می دهند، متضمن نوعی تصادف هستند. فرایندهایی که در طول زمان به صورت غیر قابل پیش بینی تغییر می کنند، فرایندهای تصادفی می نامند.

منظور از تصادفی، نامشخص بودن مکان و تکانه تک تک اجزای سیستم، بدلیل نامشخص بودن شرایط اولیه یا پیچیده بودن آن می باشد، که البته در یک سیستم آماری دانستن چنین کمّیاتی چندان جالب توجه نیست. مشخصه چنین سیستمهایی کمّیتی به نام احتمال  $p(\sigma, t)$  به معنای احتمال قرارگیری یک دستگاه در حالت  $\sigma$  در زمان  $t$  است. [1,2]

با در نظر گرفتن تمام حالات امکان پذیر در یک دستگاه، فضایی به نام فضای پیکربندی  $\{\sigma\}$  می توان ایجاد کرد، که در این فضا با توجه به تعریف احتمال بدیهی است که:

$$\sum_{\{\sigma\}} p(\sigma, t) = 1$$

که بیانگر قانون بقای احتمال است.

برای مشخص ساختن چگونگی تغییر احتمال هر پیکربندی در طول زمان، احتیاج به معادله ای است که بر احتمالات حاکم باشد. [3] معادله ای که تحول زمانی فرایندهای تصادفی را توصیف می کند، معادله مادر<sup>۲</sup> نامیده می شود:

1 - Stochastic Process

2 - Master equation

$$\frac{\partial}{\partial t} p(\sigma, t) = \sum_{\sigma \neq \sigma'} \{ \omega(\sigma' \rightarrow \sigma) p(\sigma', t) - p(\sigma, t) \omega(\sigma \rightarrow \sigma') \} \quad (1-1)$$

$\omega(\sigma' \rightarrow \sigma)$  احتمال گذار از پیکربندی  $\{\sigma'\}$  به  $\{\sigma\}$  در واحد زمان است که به آن

نرخ گذار<sup>۳</sup> می گویند.

نکته جالب توجه در مورد معادله (۱-۱) این است که با اعمال تغییراتی می توان

آن را به صورت یک معادله شرودینگر-گونه در آورد. [6,7]

به این منظور، بوسیله پیکربندی  $\{\sigma\}$  در یک سیستم، یک فضای برداری<sup>۴</sup>  $\{|\sigma\rangle\}$

تعریف می کنیم. برای این مبنا، یک ضرب برداری به این شکل قابل تعریف است.

$$\langle \sigma | \sigma' \rangle = \delta_{\sigma\sigma'} \quad (2-1)$$

و همینطور بردار احتمال دستگاه

$$|p(t)\rangle = \sum_{\sigma} p(\sigma, t) |\sigma\rangle \quad (3-1)$$

با توجه به رابطه (۳-۱)، احتمال قرارگیری یک دستگاه در پیکربندی  $\{\sigma\}$  در زمان  $t$ ، در

واقع تصویر بردار احتمال بر بردار پایه آن پیکربندی است.

$$p(\sigma, t) = \langle \sigma | p(t) \rangle \quad (4-1)$$

برای داشتن عملگر  $H$  همانند معادله شرودینگر، از معادله مادر می توان چنین

نتایج را به دست آورد.

<sup>3</sup>-Transition

<sup>4</sup>-vector space

$$\langle \sigma | H | \sigma \rangle = - \sum_{\sigma=\sigma'} \omega(\sigma \rightarrow \sigma')$$

$$\langle \sigma | H | \sigma' \rangle = \omega(\sigma \rightarrow \sigma') \quad (5-1)$$

بنابراین معادله (1-1) به چنین معادله ای تبدیل می شود:

$$\frac{\partial}{\partial t} |p(t)\rangle = H |p(t)\rangle \quad (6-1)$$

این معادله، در یک زمان موهومی که  $t \rightarrow it$ ، بسیار شبیه به معادله شرودینگر

است.

و جواب آن اینگونه خواهد شد:

$$|p(t)\rangle = e^{Ht} |p(0)\rangle \quad (7-1)$$

اگر برای فضای برداری  $|\sigma\rangle$  یک فضای دوگان تعریف کنیم به شکلی که:

$$\langle s | = \sum_{\sigma} \langle \sigma | \quad (8-1)$$

می توان مقدار متوسط هر مشاهده پذیر  $M^s$  را در این فضا به این شکل نمایش

داد:

$$\langle M \rangle_t = \sum_{\sigma} M(\sigma) p(\sigma, t) = \langle s | Me^{Mt} | p(0) \rangle \quad (9-1)$$

## ۱-۲. سیستمهای برهمکنش - پخش<sup>۶</sup>

به عنوان نمونه ای از فرآیندهای تصادفی از سیستم های برهمکنش - پخش می

توان نام برد. [4,6]

در این سیستم ها یک شبکه یا پیوستار یک بعدی یا چند بعدی با  $\Lambda$  موضع<sup>۷</sup> در

نظر گرفته می شود. در یک حالت خاص که سیستم انحصاری<sup>۸</sup> باشد، موضع های

شبکه یا خالی است یا تنها توسط یک ذره اشغال می شود. ممکن است ذرات موجود

در شبکه از یک نوع یا چند نوع باشند که در این حالت به سیستم چند گونه ذره ای<sup>۹</sup>

می گویند. [21]

نکته مفروض در این سیستمها کوتاه برد بودن<sup>۱۰</sup> اندرکنش هاست. به معنای

آنکه تاثیر یک ذره فقط بر موضع های همسایه آن می باشد.

در صورت خالی بودن موضع های همسایه، ذره می تواند روی شبکه حرکت کند

که به آن عمل پخش<sup>۱۱</sup> می گویند:

پخش ذره به چپ و به راست با آهنگ “



اگر A نشان دهنده ذره  $\Phi$  و A نشان دهنده یک موضع خالی باشد.

<sup>۶</sup> -Reaction -diffusion systems

<sup>۷</sup> -Site

<sup>۸</sup> -Exclusive

<sup>۹</sup> -Multi species

<sup>۱۰</sup> -Nearest-neighbor interaction

<sup>۱۱</sup> -Diffusion

و در صورت انجام فرآیند هایی که در ادامه می آید و متضمن اضافه شدن یا کم شدن یک ذره

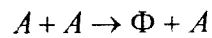
به شبکه است عمل بر همکنش<sup>12</sup> صورت گرفته است:



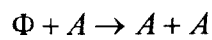
عمل نابودی زوج<sup>13</sup> با آهنگ<sup>14</sup>



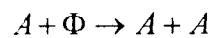
عمل ادغام در چپ<sup>15</sup> با آهنگ<sup>16</sup>  $C_L$



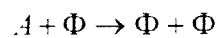
عمل ادغام در راست<sup>17</sup> با آهنگ<sup>18</sup>  $C_R$



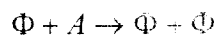
عمل وادغام در چپ<sup>19</sup> با آهنگ<sup>20</sup>  $D_{CL}$



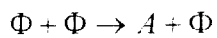
عمل وادغام در راست<sup>21</sup> با آهنگ<sup>22</sup>  $D_{CR}$



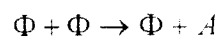
مرگ ذره در چپ<sup>23</sup> با آهنگ<sup>24</sup>  $D_{el}$



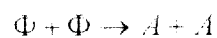
مرگ ذره در راست<sup>25</sup> با آهنگ<sup>26</sup>  $D_{er}$



خلق ذره در چپ<sup>27</sup> با آهنگ<sup>28</sup>  $B_l$



خلق ذره در راست<sup>29</sup> با آهنگ<sup>30</sup>  $B_R$



تولید زوج<sup>31</sup>  $C_T$

(۱۱-۱)

<sup>12</sup> -Reaction

<sup>13</sup> -Pair annihilation

<sup>14</sup> -Coagulation to the left

<sup>15</sup> -Coagulation to the right

<sup>16</sup> -Decoagulation to the left

<sup>17</sup> -Decoagulation to the right

<sup>18</sup> -Death to the left

<sup>19</sup> -Death to the right

<sup>20</sup> -Creation to the left

<sup>21</sup> -Creation to the right

<sup>22</sup> -Birth