به نام پروردگار بی همتا

٤٣٥١٨

دانشگاه الزهراء (س)
دانشکده علوم پایه

پایان نامه
جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد
رشته فیزیک ذرات بنیادی

عنوان
روش میدان میانگین در مدلهای برهمکنش ـ پخش

استاد راهنما
دکتر امیر آقامحمدی

۱۳۸۱ /۱۰/ ۲۵

استاد مشاور
دکتر محمد رضا سرکرده ای

دانشگاه الزهراء (س)

دانشجو
فاطمه طباطبایی پناه

شهریور ماه ۱۳۸۱

فرم شماره ۱۱

جمهوری اسلامی ایران

دانشگاه الزهرا

X

۷۸۲۸۲--۱

بسمه تعالی

بموجب نامه شماره ..... مورخ ..... جلسه دفاع از پایان‌نامه
خانم فاطمه طباطبایی پناه ..... دانشجوی رشته مدیریت ..... دانشکده علوم پایه .....
شماره دانشجویی ..... در روز ۸۱/۶/۲۰ مورخ ۸۱/۶/۲۰ تحت عنوان روش
میدان یابی درمدلهای برهمکنش - پخش .....
در اطاق آمفی تاتر شماره ۱ ..... برگزار گردید.

ابتدا خانم فاطمه طباطبایی پناه در مورد موضوع و نتایج پایان‌نامه صحبت نمودند و سپس به سؤالات اعضاء حاضر در جلسه پاسخ دادند. هیأت داوران طی جلسه‌ای که همزمان تشکیل گردید پس از مشورت نمره دانشجو را [redacted] و با امتیاز عالی ..... تعیین و مورد قبول قرار گرفت.

هیأت داوران:

۱. استاد راهنما دکتر ایرج آقا محمدی

۲. استاد مشاور دکتر محمدرضا سرکرده‌ای

۳. داور داخلی دکتر محمدی

۴. داور داخلی دکتر عزیز... شفیع‌خانی

نام و نام خانوادگی مدیر گروه ..... امضاء

نام و نام خانوادگی رئیس دانشکده ..... امضاء
یا نماینده دانشکده در شورای تحصیلات تکمیلی دانشگاه

تقدیم به پدر و مادرم که همه هستی‌ام را مرهون فداکاری‌های آن دو هستم

و تقدیم به روح بلند دکتر علی مزینانی

با سپاس فراوان از زحمات استاد ارجمند جناب آقای دکتر امیر آقا محمدی که بدون یاری و کمک موثر ایشان انجام این پایان نامه امکان پذیر نبود

همچنین از راهنمائیهای بی شائبه آقای دکتر محمد ابراهیم فولادوند که همواره پاسخگوی سوالات من بودند تشکر و قدردانی به جای می آورم

بر خود لازم می دانم از همه اساتید و کارکنان گروه فیزیک که در طول دوره کارشناسی ارشد از یاریشان بهره جسته ام به خصوص خانم نیک خصال سپاسگزاری نمایم

چکیده

روشی برای ساده سازی معادلات تحول زمانی سیستمهای پخش ـ برهمکنش با دو موضع و بیشتر ارائه شده است و به این ترتیب از اثرات افت و خیزی در ابعاد پایین که باعث عدم دقت در جواب های روش های تقریبی مانند تقریب میدان متوسط می شود کاسته ؛با بررسی شرایط گذار فاز در مدل های مطرح شده ،خصوصیات آنها را با کاهش قوانین خاص بر نرخ ها قابلیت عمومیت پذیری می بخشد.

حفظ وابستگی توابع احتمال چند نقطه ای که از رهگذر افزایش متغیر ها در معادلات تحول زمانی متوسط دانسیته صورت می گیرد.نتایج را به جوابهای قابل اطمینانی که از شبیه سازی کامپیوتری مدل مورد نظر بدست آمده نزدیکتر می کند، همانطور که با بررسی یک مدل ترافیکی به عنوان مثال، چنین نتیجه ای حاصل شده است.

بررسی مسئله دیگری که از ادغام نابودی های دو ذره حاصل شده، شامل حل دقیق و برآورد حل زمان بزرگ آن به روش میدان متوسط واثبات وابستگی تغییرات دانسیته ها به ثابت های پخش به روش "میدان متوسط خوشه ای " است .

مقدمه :

شاید درزمانه ای که نیوتن به بررسی و سازماندهی ریاضیات مکانیک ذرات ،مشغول بود،دقت نظر درمکانیک سیستمهایی با درجات آزادی زیاد-که در آنها برآورد دقیق تکانه و مکان هر ذره بسیار مشکل است -جالب توجه نبوده است ،اما امروزه فیزیک چنین سیستمهایی که به مکانیک آماری معروف است ،بخش قابل توجهی از تحقیقات رابه خود اختصاص داده است.

روش بررسی در این حیطه از رهگذر بررسی برهمکنش های میکروسکوپی به تعیین خواص ماکروسکوپی آنها صورت می پذیرد . باتوجه به عدم تعین دقیق همه ذرات ،دیدگاه تصادفی نسبت به چنین پدیده هایی نقش مهمی در توصیف آنها ایفامی کندبه این ترتیب که به جای کمیات مکان یا تکانه به هر ذره احتمال قرار گیری در یک پیکر بندی - که از حالات ممکن برای یک دستگاه تشکیل یافته -نسبت داده می شود.[6-1]

علارغم اینکه بسیاری از بررسی ها در این مبحث ،مربوط به سیستمهایی است که بعداز گذشت از شرایط ناپایدار اولیه به حالت متعادل رسیده اند ،توجه به دستگاههایی در حالت غیر پایا و چگونگی گذار آنها به حالات پایدار ، بیانگر چگونگی انجام بسیاری از فرآیندهایی از این نوع می باشد.[4.6.15]

سیستمهای برهمکنش بخش ،روشی برای توصیف ساختارهایی بااین شرایط است ،به این ترتیب که در شبکه مفروض یک بعدی یا چند بعدی ،ذرات می توانند بااحتمالی

معین به اطراف حرکت کنندو یا در اثر برخورد به یکدیگر برهمکنش کنند که در نتیجه آن تعدادذرا ت کاهش یافته و یا افزوده می شود.[7.21]

چنین توصیفی برای سیستمهای آماری دور از تعادل ،طیف وسیعی از پدیده ها از جمله، مدلهای ترافیکی [22.29] واکنش های شیمیایی[8] ،پدیده های زیست شناسی[4.9] ... تا مدلهایی برای وقوع آتش سوزی در جنگل[10] راشامل می شود.

راهکارهای ارایه شده برای تصحیح روش های حل تقریبی مانند روش میدان متوسط که در ابعاد پایین پاسخگونیستند[7.30]راه نسبتاً خوبی برای حل معادلات تحول زمانی احتمالات درچنین سیستمهایی می باشند.[11-15]

به این ترتیب علاوه بر بهره مندی از ساده سازی موجود در چنین روشهایی، از تاثیرات نامطلوب افت وخیزی بر جوابها کاسته می شود.[4]

بنابراین با حفظ وابستگی توابع چند نقطه ای در روشهای تصحیح شده تقریب میدان متوسط واعمال آنها بر سیستمهایی دور همکنش های شامل سه موضع و یا بیشتر،می توان به بررسی وجود گذارفاز در انها یافتن تشابهات رفتاری در گذار آنها،دسته بندی و عمومیت بخشیدن به شرایط انجام گذار فازهای غیر تعادلی پرداخت .همانندقوانینی که درگذارهای فاز در شرایط متعادل .به طور کلی برقرار است.

بررسی های از این گونه .در شرایطی که حل هایی به روش دقیق .بدلیل ایجادمعادلات حجیم پیچیده تنها بااتخاذ شرایط خاصی درثابت های برهمکنش قابل حل هستند – و در نتیجه از عمومیت موضوع می کاهند – بسیار مهم می باشند[20].تلاشهای صورت گرفته

در شبیه سازی کامپیوتری چنین مدلهایی ومقایسه جواب های حاصل ،ما رادر استفاده ازچنین تقریب هایی تصحیح شده ای مطمئن می سازد.[19-16]

مطالب این پایان نامه به این شرح است :

فصل ۱، به صورت هر چند کوتاه و مقدماتی به معرفی سیستمهای برهمکنش پخش پرداخته ومعادله اساسی تحول زمانی آنهارا بیان می کند.

فصل ۲ ، شامل معرفی دو روش تقریبی و اعمال آنها بریک مدل خاص وبررسی جواب هایی حاصل از آن دواست.

فصل ۳، با معرفی مدلی که شامل گذار فاز غیر تعادلی است ،توصیف آن را درروش های تقریبی بیان می کند،

بررسی یک مدل ترافیکی به عنوان یک سیستم برهمکنش پخش درفصل ۴،منجربه بررسی جواب های حاصل از حل معادلات تحول زمانی در تقریب های درجه اول و درجات بالاتر ومقایسه نتایج با جواب های بدست آمده از شبیه سازی مدل موردنظر می شود

و فصل ۵،شامل بررسی چگونگی واپاشی یک مدل دو گونه ذره ای و وابستگی توانی آن به ثابت های پخش و یا نرخ های برهمکنش در زمانهای طولانی است. -

فصل اول

مقدمه ای بر سیستمهای پخش و برهمکنش

۱-۱.فرایندهای تصادفی[1]

طیف وسیعی از فرآیندهایی که در طبیعت رخ می دهند،متضمن نوعی تصادف هستند. فرآیندهایی که در طول زمان به صورت غیر قابل پیش بینی تغییر می کنند ، فرآیندهای تصادفی می نامند.

منظوراز تصادفی،نامشخص بودن مکان و تکانه تک تک اجزاءسیستم،بدلیل نامشخص بودن شرایط اولیه یا پیچیده بودن آن می باشد ،که البته در یک سیستم آماری دانستن چنین کمیاتی چندان جالب توجه نیست .مشخصه چنین سیستمهایی کمیتی به نام احتمال $p(\sigma,t)$ به معنای احتمال قرارگیری یک دستگاه در حالت σ در زمان t است.[1,2]

بادرنظر گرفتن تمام حالات امکان پذیر در یک دستگاه ، فضایی به نام فضای پیکربندی $\{\sigma\}$ می توان ایجادکرد،که دراین فضا با توجه به تعریف احتمال بدیهی است که:

$$\sum_{\{\sigma\}} p(\sigma,t) = 1$$

که بیانگر قانون بقای احتمال است.

برای مشخص ساختن چگونگی تغییر احتمال هر پیکربندی در طول زمان ،احتیاج به معادله ای است که بر احتمالات حاکم باشد.[3] معادله ای که تحول زمانی فرآیندهای تصادفی را توصیف می کند ،معادله مادر[2] نامیده می شود:

---

1 -Stochastic Process
2 -Master equation

$$\partial/\partial t\, p(\sigma,t) = \sum_{\sigma \neq \sigma'} \{\omega(\sigma' \to \sigma) p(\sigma',t) - p(\sigma,t)\omega(\sigma \to \sigma')\} \qquad (۱-۱)$$

$\omega(\sigma' \to \sigma)$احتمال گذار از پیکربندی $\{\sigma'\}$به $\{\sigma\}$ در واحد زمان است که به آن نرخ گذار[۳] می گویند.

نکته جالب توجه در مورد معادله (۱-۱) این است که با اعمال تغییراتی می توان آن را به صورت یک معادله شرودینگر- گونه در آورد.[6,7]

به این منظور ،بوسیله پیکربندی $\{\sigma\}$در یک سیستم ،یک فضای برداری[۴] $\{|\sigma>\}$ تعریف می کنیم. براین مبنا،یک ضرب برداری به این شکل قابل تعریف است.

$$< \sigma \mid \sigma' >= \delta_{\sigma\sigma'} \qquad (۲-۱)$$

و همینطور بردار احتمال دستگاه

$$\mid p(t) >= \sum_{\sigma} p(\sigma,t) \mid \sigma > \qquad (۳-۱)$$

با توجه به رابطه (۱-۳) ،احتمال قرارگیری یک دستگاه در پیکربندی، $\{\sigma\}$ در زمان t، در واقع تصویر بردار احتمال بر بردار پایه آن پیکربندی است.

$$p(\sigma,t) =< \sigma \mid p(t) > \qquad (۴-۱)$$

برای داشتن عملگر H همانند معادله شرودینگر،از معادله مادر می توان چنین نتایجی را به دست آورد.

---

[3] -Transition
[4] -vector space

$$< \sigma \mid \boldsymbol{H} \mid \sigma >= -\sum_{\sigma=\sigma'} \omega(\sigma \to \sigma')$$

$$< \sigma \mid H \mid \sigma' >= \omega(\sigma \to \sigma') \qquad (۵-۱)$$

بنابراین معادله (۱-۱) به چنین معادله ای تبدیل می شود:

$$\frac{\partial}{\partial t}|p(t)>= H|p(t)> \qquad (۶-۱)$$

ایـن معادلـه،در یـک زمـان موهـومی کـه $t \to it$ ، بسـیار شـبیه بـه معادلـه شـرودینگر است.

و جواب آن اینگونه خواهد شد:

$$|p(t)>= e^{Ht}|p(0)> \qquad (۷-۱)$$

اگر برای فضای برداری<σ| یک فضای دوگان تعریف کنیم به شکلی که :

$$< s |= \sum_{\sigma} < \sigma | \qquad (۸-۱)$$

مـی تـوان مقـدار متوسـط هـر مشـاهده پـذیر[۵] M را در ایـن فضـا بـه ایـن شـکل نمـایش داد:

$$< M >_t = \sum_{\sigma} M(\sigma) p(\sigma,t) =< s|Me^{Mt} \mid p(0) > \qquad (۹-۱)$$

---

[۵] -Operator

۱-۲.سیستمهای برهمکنش- پخش [۶]

به عنوان نمونه ای از فرآیندهای تصادفی از سیستم های برهمکنش- پخش می توان نام برد.[4,6]

در این سیستم ها یک شبکه یا پیوستار یک بعدی یاچند بعدی با Lموضع[۷] در نظر گرفته می شود.در یک حالت خاص که سیستم انحصاری[۸] باشد، موضع های شبکه یا خالی است یا تنها توسط یک ذره اشغال می شود . ممکن است ذرات موجود در شبکه از یک نوع یا چند نوع باشند که در این حالت به سیستم چند گونه ذره ای[۹] می گویند.[21]

نکته مفروض در این سیستمها کوتاه برد بودن[۱۰] اندرکنش هاست . به معنای آنکه تاثیر یک ذره فقط برموضع های همسایه آن می باشد.

در صورت خالی بودن موضع های همسایه ،ذره می تواندروی شبکه حرکت کند که به آن عمل پخش[۱۱] می گویند:

"پخش ذره به چپ و به راست باآهنگ "

$$A + \Phi \leftrightarrow \Phi + A \qquad D \qquad (۱۰-۱)$$

اگر A نشان دهنده ذره Aو Φ نشان دهنده یک موضع خالی باشد.

---

[6] -Reaction –diffusion systems
[7] -Site
[8] -Exclusive
[9]- Multi species
[10]-Nearest-neighbor interaction
[11] -Diffusion

و در صورت انجام فرآیند هایی که در ادامه می آ ید و متضمن اضافه شدن یا کم شدن یک ذره به شبکه است عمل بر همکنش [۱۲] صورت گرفته است.

عمل نابودی زوج [۱۳] با آهنگ a_c	$A + A \to \Phi + \Phi$
عمل ادغام در چپ [۱۴] با آ هنگ C_L	$A + A \to A + \Phi$
عمل ادغام در راست [۱۵] با آهنگ C_R	$A + A \to \Phi + A$
عمل واادغام در چپ [۱۶] با آ هنگ D_{CL}	$\Phi + A \to A + A$
عمل واادغام در راست [۱۷] با آ هنگ D_{CR}	$A + \Phi \to A + A$
مرگ ذره در چپ [۱۸] باآهنگ D_{el}	$A + \Phi \to \Phi + \Phi$
مرگ ذره در راست [۱۹] باآهنگ D_{er}	$\Phi + A \to \Phi + \Phi$
خلق ذره در چپ [۲۰] باآهنگ B_l	$\Phi + \Phi \to A + \Phi$
خلق ذره در راست [۲۱] باآهنگ B_R	$\Phi + \Phi \to \Phi + A$
تولید زوج [۲۲] C_r	$\Phi + \Phi \to A + A$

(۱۱-۱)

[12] -Reaction
[13] -Pair annihilation
[14] -Coagulation to the left
[15] -Coagulation to the right
[16] -Decoagulation to the left
[17] -Decoagulation to the right
[18] -Death to the left
[19] -Death to the right
[20] -Creation to the left
[21] -Creation to the right
[22] -Birth