بسم الله الرحمن الرحیم

وزارت علوم تحقیقات و فناوری
موسسه آموزش عالی جهاد

پایان نامه دوره کارشناسی ارشد مخابرات

(سیستم)

آنالیز نسبت حامل به تداخل $\left(\frac{C}{I}\right)$ درسیستم سلولی شاتگان بادرنظرگرفتن توزیع عمومی ترپدیده سایه افکنی

علی محمد خدادوست

استاد راهنما: جناب آقای دکتر هدتنی

پاییز۹۲

سپاس و ستایش خدای را که لطف و عنایتش موجب گردید تا پروژه این جانب با کمک و راهنمایی استادبزرگوار ی که به انحاء مختلف مرا یاری نمود، پایان پذیرد. لذا در این فرصت به دست آمده بر خود وظیفه می‌دانم که با تقدیر و تشکر و آرزوی سعادت و توفیق روز افزون این بزرگوار در حد توان ناچیز خود ادای دین نمایم.

قبل از هر چیز لازم می دانم ازاستاد راهنما جناب آقای دکتر هدتنی که عهده‌دار هدایت و راهنمایی اینجانب بودند ، نهایت تشکر را داشته باشم. هدایت روشمند و مؤثر و مساعدت علمی ایشان در تمامی مراحل پروژه، تأثیر فراوانی در به ثمر رساندن این پروژه داشت.

از جناب آقای دکتر امینیان که در این زمینه با توصیه ها ی راهگشا و دقیق از ارائه هیچ کمک و مساعدتی مضایقه ننموده و در طول مدت زمان انجام پروژه همواره علی‌رغم مسئولیت‌های متعدد و مشغله فراوان با سعه‌ی صدر، قبول زحمت نمودند و فرصت کافی را برای حل مشکلات و سؤالات پیش آمده در اختیارم گذاردند، نهایت تشکر و قدردانی را به عمل آورده و آرزوی موفقیت روز افزون ایشان را از خداوند مسئلت دارم.

همچنین لازم می دانم از تمامی عزیزانی که در مدت تکمیل پروژه مرا یاری نمودند تشکر و قدردانی نمایم. امید توفیق روزافزون این عزیزان را از خداوند مسئلت دارم.

چکیده

در این پایان نامه به آنالیز نسبت حامل به تداخل $\left(\frac{C}{I}\right)$ درسیستم سلولی شاتگان با درنظر گرفتن توزیع عمومی تر و عملی تر پدیده سایه افکنی میپردازیم. سیستم سلولی شاتگان سیستمی است که توزیع مکانی ایستگاههای پایه یک فرآیند پواسان میباشد.در پژوهش های قبلی که در مورد آنالیز نسبت حامل به تداخل $\left(\frac{C}{I}\right)$ سیستم سلولی شاتگان صورت گرفته است ، مسیرهای ارتباطی بین ایستگاههای پایه وموبایل مستقل از هم در نظر گرفته شده است.اما میدانیم که در واقعیت بین مسیرهای دارای سایه افکنی وابستگی وجود دارد. ما با در نظر گرفتن این وابستگی ،به آنالیز نسبت حامل به تداخل $\left(\frac{C}{I}\right)$ سیستم سلولی شاتگان میپردازیم وسپس تابع توزیع $\left(\frac{C}{I}\right)$ را بدست می آوریم ودرنهایت بااستفاده از محاسبات عددی به این نتیجه میرسیم که درنظر گرفتن وابستگی بین مسیرها ،در عملکرد سیستم سلولی تفاوتی ایجاد نمیکند.

فصل اول:

فصل دوم:

فصل سوم:

فصل چهارم:

فصل اول-مقدمه

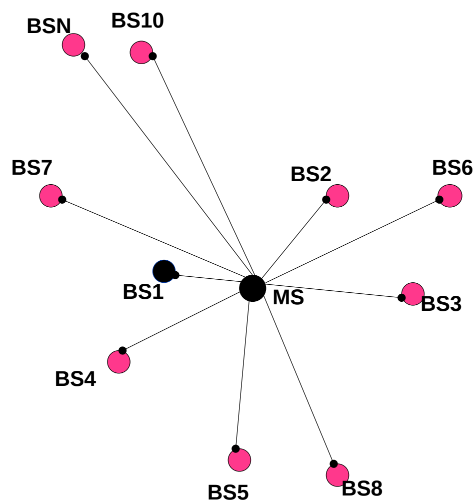
مکان ایستگاههای پایه در سیستم سلولی مسطح بهینه در اندازهای یکسان ٦ضلعی میباشد[1].به علت تغییرات زمین وعوارض زمینی،ساختمانها،محدودیت پهنای باند و... دستیابی به طرح ٦ضلعی ایده آل مشکل است.بهترین عملکرد سیستم سلولی زمانی است که به سیستم سلولی ٦ضلعی ایده آل دست پیداکنیم. عملکرد سیستم سلولی دارای دو حد بالایی[1] وحد پایینی[2]میباشد[1].سیستم ٦ضلعی قدیمی حد بالایی عملکرد و سیستم سلولی شاتگان[3] ,[1], [2], [3] [6]محدوده پایینی عملکرد را ارائه میدهند. عوامل مهم مطالعه و بررسی سیستم سلولی شاتگان این است که اختلاف بین حد بالایی و پایینی عملکرد تحت شرایط عادی در سیستم های سلولی $CDMA$ و$TDMA$ کوچک است[1] وعلاوه براین تحت فیدینگ سایه قوی محدوده بالایی و پایینی عملکرد به یکدیگر همگرا میشوند بعبارتی تفاوت سیستم ٦ضلعی ایده آل و سیستم سلولی شاتگان، تحت فیدینگ سایه قوی بسیارکوچک است. در طراحی سیستم سلولی برای قرار دادن ایستگاههای پایه[4] واختصاص کانال برای آنهاو اندازه گیری عملکرد سیستم سلولی مشکلاتی نظیرساختمانها،پهنای باند،بارهای ترافیکی و...وجود دارد.یکی از اهداف در طراحی سلولی داشتن ماکزیمم میانگین پوشش تمام صفحه با استفاد ه از حداقل ایستگاههای پایه میباشد. در یک سیستم سلولی باصفحه کاملا صاف عوارض زمینی و پارازیت ها و...باعث تغییرات چشمگیر در توان سیگنال دریافتی میشود.در سیستم های سلولی با تداخل محدود شده ،که تداخل فقط ناشی از تداخل ایستگاههای پایه ی هم کانال میباشد ،این تغییرات باعث ارتباط موبایل[5]،نه با نزدیکترین ایستگاه پایه، (که ممکن است با یک ساختمان بزرگ مسدود شده باشد) بلکه با ایستگاه پایه دومی که مسیر مسدود شده کمتری دارد،میشود.باچنین توصیفی فیدینگ سایه یک عامل بسیار مهم درطراحی سلولی و محاسبه عملکرد سیستم سلولی میشود. ما میدانیم که در واقعیت بین مسیرهای سایه افکنی وابستگی وجود دارد [4] ،که برای محاسبه عملکرد سیستم سلولی شاتگان باید این عامل مهم در نظر گرفته شود .دراین پروژه بادرنظرگرفتن این وابستگی به محاسبه عملکرد سیستم سلولی شاتگان میپردازیم،موضوعی که در گذشته وحتی تاکنون برای سیستم سلولی شاتگان مورد بحث وتحلیل قرار نگرفته است.درفصل دوم تعاریف و یادآوری در مورد سیستم سلولی شاتگان رابیان میکنیم.درفصل سوم به آنالیز $(\frac{C}{I})$در سیستم سلولی شاتگان در دو زیر بخش ٣-الف) آنالیز$(\frac{C}{I})$ در کارهای گذشته و ٣-ب)آنالیز$(\frac{C}{I})$ در کار ما ،میپردازیم. در فصل چهارم جمع بندی ونتیجه گیری وپیشنهادات ودر نهایت مراجع را معرفی میکنیم.

---

[1] Upper performance bound
[2] lower performance bound
[3] Shotgun Cellular System(SCS)
[4] Base Station(BS)
[5] Mobile Station(MS)

فصل دوم-تعاریف و یادآوری

سیستم سلولی شاتگان[6],[3],[2],[1] سیستم سلولی است که توزیع مکانی ایستکاههای پایه واختصاص کانال جهت برقراری ارتباط بین ایستگاه پایه وموبایل، تصادفی وبصورت توزیع پواسان در تمام صفحه میباشد.به شکل(1) توجه کنید:



شکل1:سیستم سلولی شاتگان

درسیستم سلولی شاتگان میانگین چگالی ایستگاههای پایه λ میباشد که برای پوشش کامل تمام صفحه ودرنتیجه موبایل ها آن رابه اندازه کافی بزرگ درنظر میگیریم. برای تحلیل کارایی سیستم سلولی شاتگان از پارامتری بنام نسبت حامل به تداخل $(\frac{C}{I})$ استفاده میکنیم(که درآن $\boldsymbol{C}$ توان سیگنال نزدیکترین ایستگاه پایه به موبایل و $\boldsymbol{I}$ توان تداخل ناشی از ایستگاه های پایه همکانال دیگر (سیگنال همه ایستگاههای پایه (بجز نزدیکترین ایستگاه پایه به موبایل)به عنوان تداخل در نظر گرفته میشود).$(\frac{C}{I})$ به عنوان متریک عملکرد میباشد ونشان دهنده کیفیت سیگنال در گیرنده میباشد. تداخل در سیستم سلولی شاتگان به تداخل ایستگاههای پایه هم کانال محدود شده ونویزحرارتی ونویز زمینه صفر در نظر گرفته میشود . نسبت حامل به تداخل $(\frac{C}{I})$ به صورت بالاسو[1] و پایین سو[2] ندازه گیری میشود.از آنجایی که عملکرد سیستم سلولی شاتگان $(\frac{C}{I})$ در دو حالت بالاسو و پایین سو بسیار نزدیک بهم میباشد ودر حالت پایین سو شبیه سازی و محاسبات ساده

---
[1] uplink
[2] downlink

تر میباشد ،برای محاسبه $(\frac{C}{I})$ فقط حالت پایین سو (ایستگاه پایه به طرف موبایل) را در نظر میگیریم[1]. احتمال انتها مقدار[1] برای نسبت حامل به تداخل $(\frac{C}{I})$ در شاتگان بوسیله احتمال $prob\left\{\frac{C}{I} > y \middle| y \geq 1\right\}$، [2]بدست می آید.

در سیستم سلولی شاتگان همه ایستگاههای پایه یکسان هستند یعنی دارای توان ارسال وبهره آنتن و...یکسان هستند. سیگنال بین موبایل و ایستگاه پایه متحمل تلفات مسیرمیشود. تلفات مسیر ازقانون توانی معکوس، یعنی $R^{-\varepsilon}$ ،پیروی میکند.که در آن R فاصله بین موبایل و ایستگاه پایه و ε نمای افت مسیرمیباشد،که فرض میکنیم $\varepsilon > 2$است. در اثر وجود ساختمان و زمین ناهمواروديگر موانع بین موبایل و ایستگاه پایه فیدینگ سایه باعث ایجاد تغییرات اساسی در توان سیگنال دریافتی میشود.با در نظر گرفتن هردو تلفات مسیر و فیدینگ سایه توان سیگنال دریافت شده در موبایل از رابطه $p = \frac{k\Psi}{R^{\varepsilon}}$ محاسبه میشود که در آن k توان ارسالی ایستگاه پایه وبهره آنتن،Ψ متغییر فیدینگ سایه وآن R فاصله بین موبایل و ایستگاه پایه و ε نمای افت مسیرمیباشد.فیدینگ سایه[2] اغلب با متغیر تصادفی Ψ با توزیع لاگنرمال(که دارای میانگین صفر و انحراف معیار σ میباشد) بصورت زیر مدل میشود[6],[3],[2],[1].

$$p(\Psi) = \frac{e^{\frac{-(\frac{\ln\Psi}{\sigma})^2}{2}}}{\Psi\sqrt{2\pi}\,\sigma} \qquad (1)$$

Tail probability [1]
shadowing [2]

فصل سوم-آنالیز $\frac{C}{I}$ درسیستم سلولی شاتگان

اندازه گیری عملکرد درسیستم سلولی شاتگان به این دلیل برای ما اهمیت داردکه نشانه ی کیفیت سیگنال در موبایل میباشد وبا نسبت توان سیگنال حامل دریافت شده برتوان تداخل کل($\left(\frac{C}{I}\right)$) بیان میشود. توان سیگنال حامل، توان رسیده ازنزدیکترین ایستگاه پایه به موبایل (که بعنوان خدمت رسان[۱] اصلی میباشد) و توان تداخل کل، مجموع تمام توان دریافت شده از همه ایستگاههای پایه ی دیگربجز نزدیکترین ایستگاه پایه به موبایل (که بعنوان تداخل همکانال میباشند)میباشد. $(\frac{C}{I})$بوسیله انتخاب نزدیکترین ایستگاه پایه به عنوان سیگنال حامل ونزدیکترین ایستگاه پایه بعدی به عنوان تداخل،ماکزیمم میشود.بدترین حالت به صورتی است که دو ایستگاه پایه نزدیکتر، دارای فاصله یکسان با موبایل دارند،بنابراین همواره $(\frac{C}{I}) \geq 1$.

۳-الف)آنالیز $\frac{C}{I}$ درکارهای گذشته

درتمامی کارهای گذشته عملکرد سیستم سلولی شاتگان بدون در نظر گرفتن وابستگی بین مسیرها تحلیل شده است.

بطورکلی $(\frac{C}{I})$ در موبایل ،بوسیله رابطه زیر تعیین میشود:

$$\left(\frac{C}{I}\right) = \frac{\Psi_s\, {R_s}^{-\varepsilon} K_s}{\sum_i \Psi_i\, {R_i}^{-\varepsilon} K_i} \qquad (2)$$

که در آن K_sو $\{K_i\}$به ترتیب بهره آنتن وتوان ارسالی سیگنال حامل درایستگاه پایه وتداخل درایستگاههای پایه رابه خود اختصاص میدهند و Ψ_sو $\{\Psi_i\}$به ترتیب عاملهای فیدینگ سایه متناظر با سیگنال حامل درایستگاه پایه وتداخل درایستگاههای پایه میباشد.

وهمچنین R_s و $\{R_i\}$به ترتیب فاصله بین موبایل و ایستگاه پایه سیگنال حامل وفاصله بین موبایل و ایستگاههای پایه ی سیگنال تداخل میباشد.

برای سیستم سلولی شاتگان بدون درنظرگرفتن فیدینگ سایه و توان آنتن ها[2]

$$\left(\frac{C}{I}\right) = \frac{{R_1}^{-\varepsilon}}{\sum_{i>1} {R_i}^{-\varepsilon}} \qquad (3)$$

برای سیستم سلولی شاتگان بادرنظرگرفتن فیدینگ و بدون درنظرگرفتن توان آنتن ها[2]

[۱] Server

$$\left(\frac{C}{I}\right)=\frac{\Psi_s\, {R_s}^{-\varepsilon}}{\sum_i \Psi_i\, {R_i}^{-\varepsilon}} \tag{4}$$

برای سیستم سلولی شاتگان بدون درنظرگرفتن فیدینگ سایه وبادرنظرگرفتن توان آنتن ها[2]

$$\left(\frac{C}{I}\right)=\frac{{R_s}^{-\varepsilon}K_s}{\sum_i {R_i}^{-\varepsilon}K_i} \tag{5}$$

در[2] $\left(\frac{C}{I}\right)^{-1}$ محاسبه شده است.میدانیم که محاسبه $\left(\frac{C}{I}\right)^{-1}$ به معنی محاسبه معکوس $\left(\frac{C}{I}\right)$ میباشد.

تابع مشخصه $\left(\frac{C}{I}\right)^{-1}$ برای سیستم سلولی شاتگان بوسیله رابطه زیر تعیین میشود[2]:

(اثبات در[2])

$$\Phi_{\left(\frac{C}{I}\right)^{-1}}(\omega)=\frac{1}{1^{F_1}\left(-\frac{2}{\varepsilon};1-\frac{2}{\varepsilon};i\omega\right)} \tag{6}$$

عبارت $1^{F_1}(.;.;.)$ تابع هایپرژئومتریک میباشد.

بابکارگیری معادله (6) در عبارت $prob\left\{\frac{C}{I}>y \middle| y\geq 1\right\}$ احتمال انتها مقدار برای CIR بدست می آید:

$$\int_{\omega=-\infty}^{\infty}\Phi_{\left(\frac{C}{I}\right)^{-1}}(\omega)\left(\frac{1-e^{-j\omega y^{-1}}}{j\omega}\right)\frac{d\omega}{2\pi},\qquad y\geq 1 \tag{7}$$

۳-ب) آنالیز $\frac{C}{I}$ درکارما

در این پروژه مابا درنظر گرفتن وابستگی بین مسیرها به تحلیل عملکرد سیستم سلولی شاتگان پرداخته ایم.

ابتدا بصورت مختصر درمورد سایه افکنی و وابستگی بین مسیرهای دارای سایه افکنی توضیح میدهیم.

سایه افکنی در مخابرات بی سیم بطورکامل در [4] مورد بررسی قرارگرفته است.

تلفات توان در مخابرات بی سیم به دو صورت می باشد:

۱)تلفات مسیر

۲)اغتشاشات جوی،که به دو صورت زیر می باشد:

الف)سایه افکنی :وقتی یک فرستنده به طرف گیرنده سیگنالی ارسال میکند این سیگنال به موانع ساکن ومتحرک متعددی برخورد میکند که باعث افت توان وانرژی سیگنال دریافتی درگیرنده میشود.جذب شدن انرژی توسط موانع ساکن و متحرک درمسیر بین گیرنده وفرستنده راسایه افکنی می گویند.

ب)فیدینگ چند مسیره:تلف شدن توان بخاطر اینکه سیگنال مسیرهای مختلفی طی می کند تا اینکه به گیرنده برسد.

$$P_r = k.R^{-2b}.\Psi.Z \tag{8}$$

P_r:توان سیگنال دریافتی در گیرنده

k:توان ارسالی

$R^{-2b} = R^{-\varepsilon}$: افت مسیر

Ψ:سایه افکنی

Z:فیدینگ چند مسیره که مورد بحث مانیست.

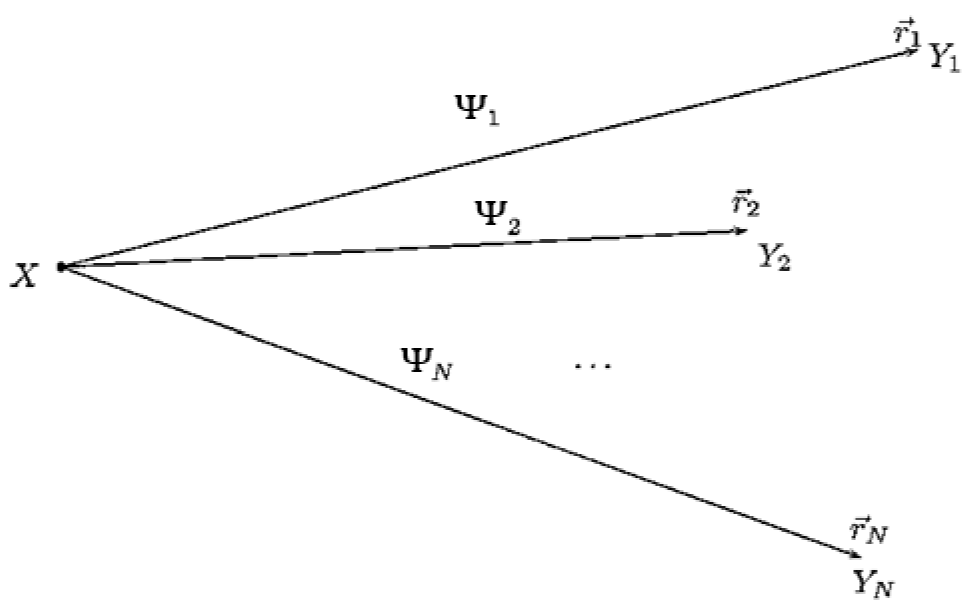
دو مسیرفرستنده X_1 به گیرنده Y_1 ،و فرستنده X_2 به گیرنده Y_2 را بصورت: $\overrightarrow{X_1Y_1}, \overrightarrow{X_2Y_2}$ و به ترتیب با سایه افکنی Ψ_1, Ψ_2در نظر بگیرید،ضریب وابستگی آنها بصورت زیر است:

$$\rho_{1,2} = \frac{E\{\Psi_1, \Psi_2\}}{\sqrt{VAR\{\Psi_1\}VAR\{\Psi_2\}}} \tag{9}$$

N نقطه $Y_1 \dots . Y_N$ رافرض کنید که در یک صفحه در موقعیت های $\overrightarrow{r_1}, \dots, \overrightarrow{r_N}$ با $\overrightarrow{r_j}\{0\} \in R^2$ قرار گرفته اند و داریم:

$r_j = \|\overrightarrow{r_j}\|$ فرض می کنیم X در مبدا قرار گرفته است پس بنابراین $\overrightarrow{r_j} = \overrightarrow{xy_j}$.

فرض کنید Ψ_j لگاریتم تضعیف توان بخاطر سایه افکنی بر هر جهت $\overrightarrow{r_j}$ باشد(شکل (2) را ببینید).



شکل2:

$log - variance$ سایه افکنی می تواند به طور کلی عبارت باشد از :

$$\sigma_j^2 = VAR\{\Psi_j\} = \sigma_\Psi^2(\vec{r_j}) \quad (10)$$

میبینیم که واریانس سایه افکنی تابعی از فاصله بین فرستنده وگیرنده میباشد.

در[5] واریانس سایه افکنی که تابعی از فاصله بین فرستنده و گیرنده میباشد بصورت زیربیان شده است:

$$\sigma(r) = 10\left[1 - e^{\frac{-3r}{200}}\right] \quad (11)$$

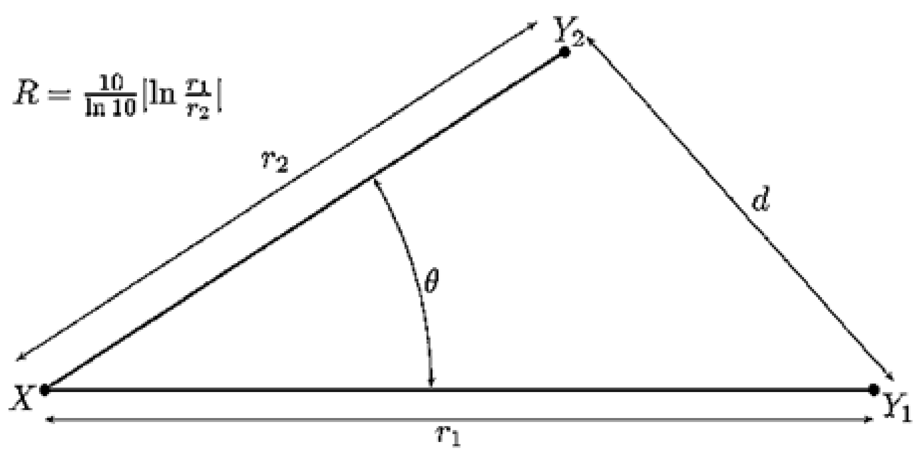
ضریبهای وابستگی جفتی (دو به دو)بصورت زیر است :

$$\rho_{i,j} = \frac{E\{\Psi_i, \Psi_j\}}{\sigma_i\, \sigma_j} = h(\vec{r_i}, \vec{r_j}), \quad i \neq j \quad (12)$$
$$\rho_{i,j} = 1, \quad i = j$$

سپس ویژگی های زیر را داریم:

$$1)\ -1 \le h(\vec{r_i}, \vec{r_j}) \le 1$$
$$2) h(\vec{r_i}, \vec{r_j}) = h(\vec{r_j}, \vec{r_i}) \quad (13)$$

وابستگی بین مسیرهای سایه افکنی درپارامترهای زیرکه بین مسیرهای سایه افکنی وجود دارد، بررسی میشود(به شکل (3) توجه کنید)



شکل3:

۱- فاصله محض (بین Y_2, Y_1) : $d = \|\overline{r_1} - \overline{r_2}\|$

۲- زاویه بین دو مسیر: $\theta = |\angle\vec{r}_1 - \angle\vec{r}_2| \in [0^\circ, 180^\circ]$

۳- نسبت فاصله دو مسیر تاگیرنده (به دسیبل): $R = |\log_{10} {}^{r_1}/_{r_2}| = ({}^{10}/_{\ln 10})|\ln r_1 - \ln r_2|$

این کمیت ها در شکل (3) نشان داده شده اند.

مدلهای وابستگی سایه افکنی در[4]بطورکامل بررسی شده است وعلاوه بر این ، این مدلها را بر طبق امکان به وقوع پیوستن از نظر فیزیکی بررسی کرده اند ،پس [4] ما را درانتخاب یک مدل بعنوان بهترین مدل موجود برای سایه افکنی راهنمایی می کند.

بسته به امکان پذیری ریاضی و بحث هایی که در مورد فیزیک مدل ها در [4] صورت گرفته، نتیجه می گیریم که بهترین گزینهٔ موجود برای مدل سازی وابستگی در سایه افکنی ، مدلی است که در مرجع [72]معرفی شده در [4] میباشد:

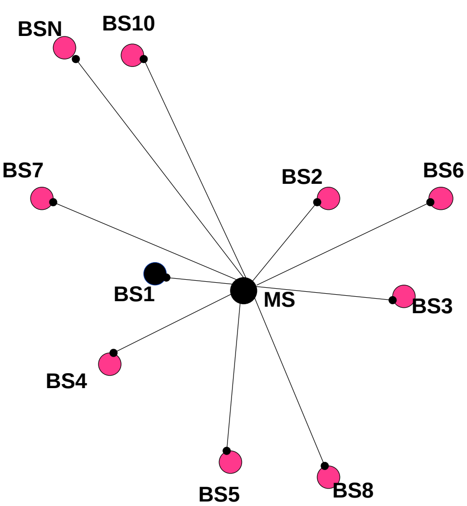
$$h(\theta) = \begin{cases} a - (a-b)\,\theta/\theta_0, & \theta \le 60^{\circ} \\ b, & \theta > 60^{\circ} \end{cases} \tag{14}$$

$$h(\theta, R) = h_\theta(\theta) h_R(R) \tag{15}$$

$$h_R(R) = \max(0, 1 - R/6) \tag{16}$$

این مدل توسط (16)و(15)و(14)با $b = 0$, $a = 1$ داده شده است. پس منظور ما از ρ(وابستگی بین مسیرهای سایه افکنی) که در محاسبات آینده استفاده میکنیم، $h(\theta, R)$ است که در(15)بیان شده است.

در سیستم سلولی شاتگان مکان موبایل درمرکزصفحه و مکان ایستگاههای پایه بصورت تصادفی طبق فرآیند پواسان در تمام صفحه قرار گرفته اند.به شکل (4) توجه کنید:

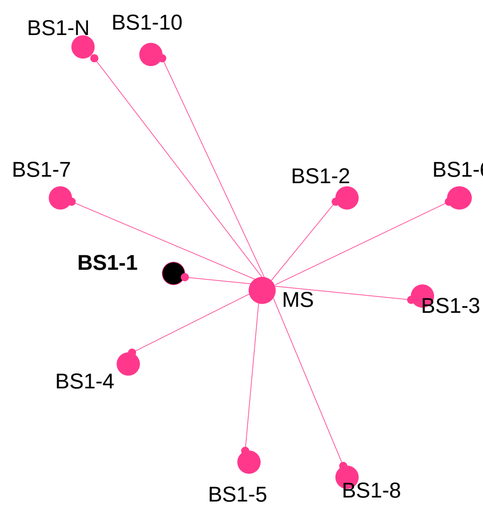


شکل 4: سیستم سلولی شاتگان

برای درنظر گرفتن وابستگی ρ بین مسیرهای سایه افکنی سیگنالهایی که به موبایل می رسد و محاسبه $\left(\frac{C}{I}\right)$ واقعیتر برای سیستم سلولی شاتگان به سیستم سلولی شاتگان بگونه ای نگاه میکنیم که تاکنون از این نگاه به آن پرداخته نشده است.درادامه این نگاه وتحلیلش بطور کامل توضیح داده خواهدشد:

ازآنجاییکه خدمت رسان ها(ایستگاههای پایه) درسیستم سلولی شاتگان متحرک هستند درنتیجه گیرنده موبایل درهرلحظه با وضعیت مختلف توزیع مکانی ایستگاههای پایه مواجه است.اینکه ایستگاههای پایه در این سیستم متحرک هستند باعث میشود بین مسیرهای سیگنالی که ازایستگاههای پایه به موبایل در هر لحظه میرسد وابستگی وجودداشته باشد.اگرفقط دولحظه متوالی رادرنظربگیریم میبینیم ایستگاههای پایه در دولحظه ،دردومکان مختلف میباشد که این مانند حالتی است که ایستگاههای پایه درحال حرکت هستند و میتوان وابستگی را برای مسیرهای سیگنالهای ارسالی آنها درنظر گرفت.

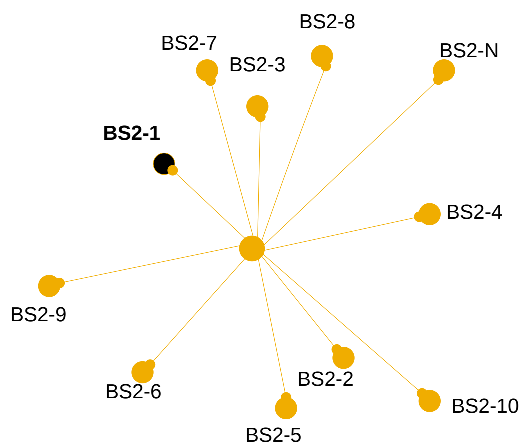
مثلا اگر در لحظه t_1 توزیع مکانی N تا ایستگاه پایه در سیستم سلولی شاتگان که طبق فرآیند پواسان میباشد ،بطورمثال شبیه زیر باشد:



شکل 5:سیستم سلولی شاتگان در لحظه اول(t1)

نکته:در شکل بالا $1-N$ در BS_{1-N} به معنی ایستگاه پایه N ام در لحظه اول است.

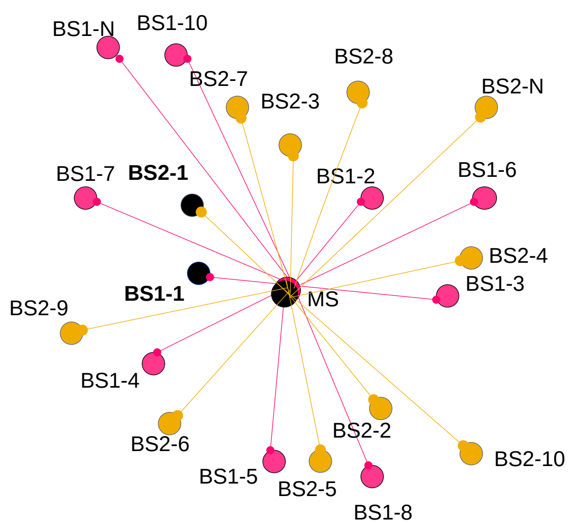
واگر در لحظه t_2 توزیع N تا ایستگاه پایه در سیستم سلولی شاتگان ،بطورمثال شبیه زیر باشد:



شکل 6:سیستم سلولی شاتگان در لحظه دوم(t2)

نکته:در شکل بالا $N-2$ در BS_{2-N} به معنی ایستگاه پایه N ام در لحظه دوم است.

حال اگرتوزیع ایستگاههای پایه را در دولحظه باهم درنظر بگیریم در این صورت توزیع ایستگاههای پایه در دولحظه t_2وt_1 همزمان در یک لحظه و به شکل زیر در می آید :



شکل 7:سیستم سلولی شاتگان در دولحظه اول و دوم باهم

دراین صورت توان سیگنال حاملی که از ایستگاههای پایه به موبایل میرسد حاصل از جمع توان دوسیگنال حاملی است که در لحظه اول از BS_{1-1} (که نزدیکترین ایستگاه پایه به موبایل درلحظه اول میباشد)و توان سیگنال حاملی که در لحظه دوم از BS_{2-1} (که نزدیکترین ایستگاه پایه به موبایل درلحظه دوم میباشد) به موبایل میرسد،میباشد.

و توان سیگنال تداخل(که ازنوع تداخل همکانال میباشد) ازهمه ایستگاههای پایه ی دیگر (بجزنزدیکترین ایستگاههای پایه به موبایل در همان دو لحظه)به موبایل میرسد ، حاصل از جمع دوتوان سیگنالهای تداخلی است که درلحظه اول از$N-1$ تا ایستگاه پایه به موبایل میرسدو توان سیگنالهای تداخلی که در لحظه دوم از$N-1$ تا ایستگاه پایه به موبایل میرسد،میباشد.

بنابراین برای محاسبه $\left(\frac{C}{I}\right)$ بصورت زیرعمل میکنیم:

$$\left(\frac{C}{I}\right)=\frac{P_t\Psi_{1-1}\,{R_{1-1}}^{-\varepsilon}+P_t\Psi_{2-1}{R_{2-1}}^{-\varepsilon}}{\sum_{i=2}^{N}P_t\Psi_{1-i}\,{R_{1-i}}^{-\varepsilon}+\sum_{i=2}^{N}P_t\Psi_{2-i}\,{R_{2-i}}^{-\varepsilon}}$$
$$=\frac{(\Psi_{1-1}\,{R_{1-1}}^{-\varepsilon}+\Psi_{2-1}\,{R_{2-1}}^{-\varepsilon})}{(\sum_{i=2}^{N}(\Psi_{1-i}\,{R_{1-i}}^{-\varepsilon}+\Psi_{2-i}\,{R_{2-i}}^{-\varepsilon}))} \qquad (17)$$

در(17) P_t توان فرستنده میباشد و Ψ_{1-1} و${R_{1-1}}^{-\varepsilon}$به ترتیب متغیر سایه افکنی و افت مسیر ناشی از فاصله بین فرستنده اصلی BS_{1-1} وگیرنده موبایل در لحظه t_1 میباشد($1-1$ به معنی نزدیکترین ایستگاه پایه به موبایل در لحظه اول است) و Ψ_{2-1} و${R_{2-1}}^{-\varepsilon}$ به ترتیب متغیر سایه افکنی و افت مسیرناشی از فاصله بین فرستنده اصلی BS_{2-1} وگیرنده موبایل در لحظه t_2 میباشد($2-1$ به معنی نزدیکترین ایستگاه پایه به موبایل‌در لحظه دوم است) و Ψ_{1-i} و ${R_{1-i}}^{-\varepsilon}$به ترتیب متغیر سایه افکنی و افت مسیر ناشی از فاصله بین باقی ایستگاههای پایه (بجزنزدیکترین ایستگاههای پایه به موبایل در لحظه t_1) وگیرنده موبایل در لحظه t_1 میباشد($1-i$ به معنی همه ایستگاههای پایه ی دیگر(بجز نزدیکترین ایستگاه پایه درلحظه اول) در لحظه اول است) و Ψ_{2-i}و ${R_{2-i}}^{-\varepsilon}$ به ترتیب متغیر سایه افکنی و افت مسیر ناشی از فاصله بین باقی ایستگاههای پایه (بجزنزدیکترین ایستگاههای پایه به موبایل در لحظه t_2)وگیرنده موبایل در لحظه t_2 میباشد($2-i$ به معنی همه ایستگاههای پایه ی دیگر(بجز نزدیکترین ایستگاه پایه درلحظه دوم) در لحظه دوم است) .

فاصله بین ایستگاههای پایه وموبایل که باR مشخص شده ونمای افت مسیر که با ε ($\varepsilon>2$)مشخص شده ،در هر لحظه یک مقدارمعلوم میباشند، پس جهت سادگی محاسبات $R^{-\varepsilon}$ که افت ناشی از فاصله بین گیرنده و فرستنده میباشد را مقدار ثابت در نظر میگیریم($a=R^{-\varepsilon}$) پس داریم :

$$\left(\frac{C}{I}\right)=\frac{P_t(a_{1-1}\Psi_{1-1}\;+a_{2-1}\Psi_{2-1})}{P_t(\sum_{i=2}^{N}(a_{1-i}\Psi_{1-i}\;+a_{2-i}\Psi_{2-i}))}$$
$$=\frac{(a_{1-1}\Psi_{1-1}\;+a_{2-1}\Psi_{2-1})}{(\sum_{i=2}^{N}(a_{1-i}\Psi_{1-i}\;+a_{2-i}\Psi_{2-i}))} \qquad (18)$$

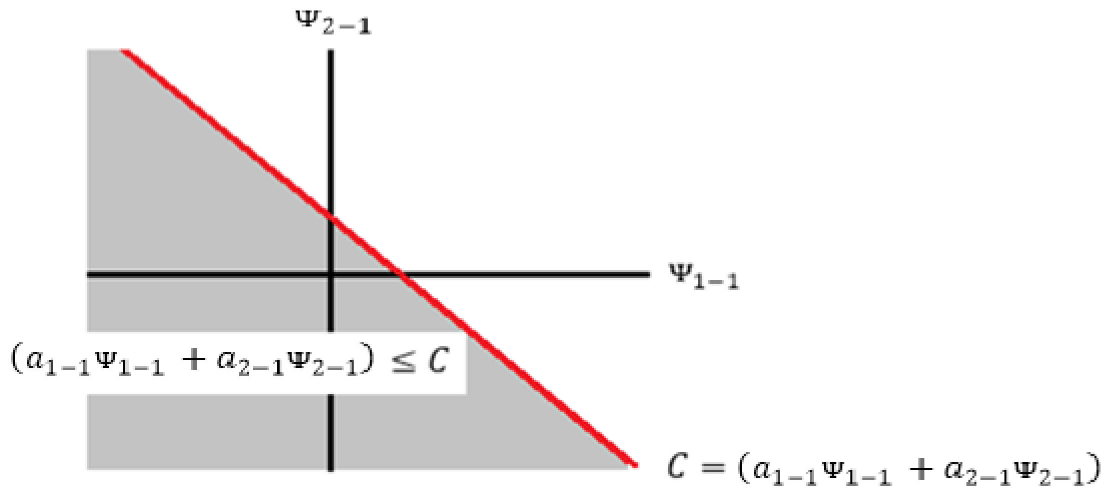
واز آنجاییکه رایج ترین مدل توزیع سایه افکنی ، لاگنرمال میباشد [1],[2],[3],[5],[6] وحاصل ضرب یک عدد ثابت در توزیع لاگنرمال نیز بازهم یک توزیع لاگنرمال میباشد، عباراتی که در صورت کسر و هم در مخرج رابطه $\left(\frac{C}{I}\right)$ قرار دارد،چندین توزیع لاگنرمال است که باهم جمع شده اند .

در[4] بیان شده است که مسیرهای دارای سایه افکنی باضریب ρ باهم وابستگی دارند پس با در نظر گرفتن این وابستگی بین مسیرهای سایه افکنی $\left(\frac{C}{I}\right)$ را مورد محاسبه قرار میدهیم:

ابتدا تابع توزیع $\boldsymbol{C}$ را مورد محاسبه قرار میدهیم:

$$C = (a_{1-1}\Psi_{1-1} + a_{2-1}\Psi_{2-1}) \tag{19}$$

تابع توزیع (pdf)برای C طبق [7] بصورت زیر محاسبه میشود:



شکل 8:

تابع توزیع تجمعی[1] متغیر طبق شکل بالا بصورت زیر محاسبه میشود:

$$F_c(C) = p\{(a_{1-1}\Psi_{1-1} + a_{2-1}\Psi_{2-1}) \leq C\} \tag{20}$$

[1] Cumulative Distribution Function(cdf)

$$F_c(C) = \int_{\Psi_{2-1}=-\infty}^{+\infty} \int_{\Psi_{1-1}=-\infty}^{\frac{C-a_{2-1}\Psi_{2-1}}{a_{1-1}}} f_{\Psi_{1-1},\Psi_{2-1}}(\Psi_{1-1},\Psi_{2-1}) d\Psi_{1-1}\, d\Psi_{2-1} \qquad (21)$$

جاییکه[7]:

$$f_c(C) = \frac{dF_c(C)}{dC} \qquad (22)$$

برای حل رابطه (27)از اربطه زیر استفاده میکنیم :

اگر

$$F_c(C) = \int_{a(c)}^{b(c)} f(x,y)\ dxdy \qquad (23)$$

سپس داریم :

$$f_c(C) = \frac{dF_c(C)}{dC} = \frac{d\, b(C)}{dC} f(b(c),c) - \frac{d\, a(C)}{dC} f(a(c),c) + \int_{a(c)}^{b(c)} \frac{\partial f(x,c)}{\partial C}\ dx \qquad (24)$$

بابکارگیری رابطه(24) در رابطه (22)بدست می آید:

$$f_c(C) = \int_{\Psi_{2-1}=-\infty}^{+\infty} \left(\frac{\partial}{\partial C} \int_{\Psi_{1-1}=-\infty}^{\frac{C-a_{2-1}\Psi_{2-1}}{a_{1-1}}} f_{\Psi_{1-1},\Psi_{2-1}}(\Psi_{1-1},\Psi_{2-1}) d\Psi_{1-1}\right) d\Psi_{2-1}$$
$$= \frac{1}{a_{1-1}} \left(\int_{\Psi_{2-1}=-\infty}^{+\infty} f_{\Psi_{1-1},\Psi_{2-1}} \left(\frac{C - a_{2-1}\Psi_{2-1}}{a_{1-1}}, \Psi_{2-1} \right) d\Psi_{2-1} \right) \qquad or$$
$$= \frac{1}{a_{2-1}} \left(\int_{\Psi_{1-1}=-\infty}^{+\infty} f_{\Psi_{1-1},\Psi_{2-1}} \left(\Psi_{1-1}, \frac{C - a_{1-1}\Psi_{1-1}}{a_{2-1}} \right) d\Psi_{1-1} \right) \qquad (25)$$

برای محاسبه رابطه(25)به تابع توزیع توام [۱] Ψ_{2-1}و Ψ_{1-1}نیاز داریم :

Ψ_{2-1}و Ψ_{1-1} هردودارای توزیع لاگنرمال بامیانگین صفر میباشد پس تابع توزیع لاگنرمال مشترک آنها بادرنظر گرفتن وابستگی بین انها بشکل زیر است[8]:

[۱] Jointly Probability Distribution Function (Jointly pdf)

$$f_{\Psi_{1-1},\Psi_{1-2}}(\Psi_{1-1},\Psi_{2-1}) = \frac{1}{2\pi\Psi_{1-1}\,\Psi_{2-1}\,\sigma_{1-1}\sigma_{2-1}}\left(\exp\left(\frac{-1}{2-2\rho^2}\right)\left(\left(\frac{\ln(\Psi_{1-1})}{\sigma_{1-1}}\right)^2+\left(\frac{\ln(\Psi_{2-1})}{\sigma_{2-1}}\right)^2 + \left(-2\rho\left(\frac{\ln(\Psi_{1-1})}{\sigma_{1-1}}\right)\left(\frac{\ln(\Psi_{2-1})}{\sigma_{2-1}}\right)\right)\right)\right) \quad (26)$$

باجایگذاری در رابطه(25) داریم:

$$f_c(C) = \frac{1}{a_{1-1}}\left(\int_{\Psi_{2-1}=-\infty}^{+\infty}\frac{1}{2\pi\left(\frac{C-a_{2-1}\Psi_{2-1}}{a_{1-1}}\right)\Psi_{2-1}\,\sigma_{1-1}\sigma_{2-1}}(\exp(\frac{-1}{2-2\rho^2})(\left(\frac{\ln(\frac{C-a_{2-1}\Psi_{2-1}}{a_{1-1}})}{\sigma_{1-1}}\right)^2 + \left(\frac{\ln(\Psi_{2-1})}{\sigma_{2-1}}\right)^2 + (-2\rho\left(\frac{\ln(\frac{C-a_{2-1}\Psi_{2-1}}{a_{1-1}})}{\sigma_{1-1}}\right)\left(\frac{\ln(\Psi_{2-1})}{\sigma_{2-1}}\right))))d\Psi_{2-1}\right) \quad (27)$$

متاسفانه رابطه(27) به سادگی قابل محاسبه نیست و جواب معینی به ما نمیدهد، پس برای بدست آوردن تابع چگالی احتمال[1] آن باید راه حل دیگری بیاندیشیم.

$a_{1-1}\Psi_{1-1} + a_{2-1}\Psi_{2-1}$ که در صورت کسر رابطه $\left(\frac{C}{I}\right)$ قرار دارد، دو تا توزیع لاگنرمال است که باهم جمع شده اند .خوشبختانه مقالات و پژوهش های زیادی درمورد تابع چگالی احتمال جمع چند متغیر تصادفی لاگنرمال صورت گرفته است[10],[9].ازآنجاییکه جواب دقیق و قطعی برای آن تاکنون بدست آورده نشده است، تابع چگالی احتمال جمع چند متغیر تصادفی لاگنرمال بصورت تقریبی بادقت زیادی ،تخمین زده شده است و ما نیز جهت محاسبه تابع چگالی احتمال جمع چند متغیر تصادفی لاگنرمال از این تخمین ها استفاده میکنیم .

یک تخمین بسیار مهم درمورد توزیع جمع چندمتغیر تصادفی لاگنرمال، تخمین (F_W)[2] [9]میباشد.

اگر تابع توزیع احتمال لاگنرمال متغیر Ψ بامیانگین m_z وواریانس σ_z نرمال معادلش بصورت زیر باشد:

Probability Distribution Function (pdf) [1]

Fenton Wilkinson [2]

$$p(\Psi) = \frac{e^{\frac{-\left(\frac{\ln\Psi - m_z}{\sigma_z}\right)^2}{2}}}{\Psi\sqrt{2\pi}\,\sigma_z} \qquad (28)$$

آنگاه معادل نرمال آن $z = \log(\Psi)$ میباشد و دارای توزیعی بصورت زیر میباشد:

$$p(z) = \frac{e^{\frac{-\left(\frac{z - m_z}{\sigma_z}\right)^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_z} \qquad (29)$$

به عبارتی اگرمتغیر نرمال با z بیان شده باشد معادل لاگنرمال آن با $\Psi = \exp(z)$ بدست می آید(همانطور که در بالا توضیح داده شد).بااستفاده از تخمین (F_W) که در [10] مورد استفاده و بررسی قرار گرفته است توزیع جمع چندمتغیر تصادفی لاگنرمال را مورد بحث قرار میدهیم :

اگر$\Psi = C$جمع چندمتغیر تصادفی لاگنرمال باشد یعنی :

$$\Psi = \sum_{i=1}^{2} a_{i-1}\Psi_{i-1} = a_{1-1}\Psi_{1-1} + a_{2-1}\Psi_{2-1} \qquad (30)$$

در تخمین (F_W) جمع چندمتغیر تصادفی لاگنرمالΨ با یک متغیر تصادفی لاگنرمال e^z تخمین زده میشود:

$$\Psi = \sum_{\boldsymbol{i=1}}^{\boldsymbol{2}} a_{i-1}\Psi_{\boldsymbol{i-1}} = \sum_{i=1}^{2} a_{i-1}e^{Yi-1} = a_{1-1}e^{Y1-1} + a_{2-1}e^{Y2-1} \cong e^z \qquad (31)$$

Yn ها و z متغیرهای تصادفی نرمال هستند:

برای بدست آوردن میانگین و واریانس متغیر z ازممانهای اول ودوم Ψ استفاده میشود:

ممان اول که با u_1 نشان داده میشود بصورت زیر میباشد:

$$u_1 = E\{\Psi\} = E\{e^Z\} = E\{a_{1-1}e^{Y1-1} + a_{2-1}e^{Y2-1}\} = e^{m_z + ({\sigma^2}_z)/2} = \sum_{i=1}^{2} a_{i-1}e^{m_{y_{i-1}} + ({\sigma^2}_{y_{i-1}})/2} \qquad (32)$$

ازآنجاییکه میانگین همه متغریهای نرمال ما در رابطه (32)صفر است پس$\boldsymbol{u_1}$ بصورت زیر در می آید**:**