



**دانشگاه پیام نور**

**دانشکده علوم پایه**

**پایان نامه**

**برای دریافت مدرک کارشناسی ارشد**

**رشته ریاضی کاربردی**

**گروه ریاضی**

**ادغام واحدهای تصمیم گیری به کمک تحلیل پوششی داده‌های فازی**

**سارا عباس پور بحرانی**

**استاد راهنما:**

**جناب آقای دکتر صابر ساعتی مهتدی**

**استاد مشاور:**

**جناب آقای دکتر شهریار فرهمندراد**

**دی ۱۳۹۱**

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

شماره: .....  
تاریخ: .....  
پیوست: .....

## صور تجلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد

جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد خانم سارا عباسپور بحرانی  
دانشجوی رشته ریاضی کاربردی به شماره دانشجویی: ۸۷۰۰۰۵۸۰۷

### تحت عنوان:

### ادغام واحدهای تصمیم‌گیری به کمک تحلیل پوششی داده‌های فازی

جلسه دفاع با حضور داوران نامبرده ذیل در روز دوشنبه مورخ: ۹۱/۱۰/۰۴ ساعت: ۱۳-۱۲ در محل تهران شرق

برگزار شد و پس از بررسی پایان‌نامه مذکور با نمره به عدد .....  
به حروف ..... و با درجه ارزشیابی ..... مورد قبول واقع شد  نشد

| ردیف | نام و نام خانوادگی | هیات داوران                                   | مرتبه دانشگاهی | دانشگاه / موسسه | امضاء   |
|------|--------------------|---|----------------|-----------------|---|
| ۱    | صابر ساعتی مهدی    | استاد راهنما                                  | استادیار       | آزاد اسلامی     |  |
| ۲    | شهریار فرهمندراد   | استاد مشاور                                   | استادیار       | پیام نور        |  |
| ۳    | سعید محرابیان      | استاد داور                                    | استادیار       | خوارزمی         |  |
| ۴    | فهیمة سلطانیان     | نماینده علمی گروه /<br>نماینده تحصیلات تکمیلی | استادیار       | پیام نور        |  |

یتجناب سارا عباس پور بحرانی دانشجوی ورودی سال ۱۳۸۷ مقطع کارشناسی ارشد رشته ریاضی کاربردی گواهی می نمایم چنانچه در پایان نامه خود از فکر، ایده و نوشته دیگری بهره گرفته ام با نقل قول مستقیم یا غیر مستقیم منبع و ماخذ آن را نیز در جای مناسب ذکر کرده ام. بدیهی است مسئولیت تمامی مطالبی که نقل قول دیگران نباشد بر عهده خویش می دانم و جوابگوی آن خواهم بود.

دانشجو تأیید می نماید که مطالب مندرج در این پایان نامه ( رساله ) نتیجه تحقیقات خودش می باشد و در صورت استفاده از نتایج دیگران مرجع آن را ذکر نموده است.

نام و نام خانوادگی دانشجو سارا عباس پور بحرانی  
تاریخ و امضاء ۷۴ ۹۱/۱۰/۲

اینجناب سارا عباس پور بحرانی دانشجوی ورودی سال ۱۳۸۷ مقطع کارشناسی ارشد رشته ریاضی کاربردی گواهی می نمایم چنانچه براساس مطالب پایان نامه خود اقدام به انتشار مقاله، کتاب، و ... نمایم ضمن مطلع نمودن استاد راهنما، با نظر ایشان نسبت به نشر مقاله، کتاب، و ... و به صورت مشترک و با ذکر نام استاد راهنما مبادرت نمایم.

نام و نام خانوادگی دانشجو سارا عباس پور بحرانی  
تاریخ و امضاء ۷۴ ۹۱/۱۰/۲

کلیه حقوق مادی مترتب از نتایج مطالعات، آزمایشات و نوآوری ناشی از تحقیق موضوع این پایان نامه متعلق به دانشگاه پیام نور می باشد.

دی ۱۳۹۱

## تقدیم نامه:

اگر از من بپرسند؛ که زیباترین واژه هستی چیست بی هیچ تردیدی خواهم گفت مادر واژه ای که تداعی کننده بهترین جلوه های مهر خدا بر زمین است.

مادر معجزه بزرگ عشق است عشقی که مرا تا بیکران سوق می دهد و بهشتی برایم می آفریند که هر چیز در آن تعریف شده و من در جای خود قرار گرفته ام و اما پدر که سینه ی پاکش به مقدس ترین معبدها می ماند که در آن سفیدترین کبوتران آشیانه می گیرند و پیوسته زمزمه ی روشنایی سر می دهند.

گل سرخ خوشبختی، در فراز و نشیب زندگی در دل فرزندان می شکفتد که باغبانش همیشه لبخند به لب دارد لبخندی از روی رضایت و دوست داشتن نه به رنگ درخواستن.

پدر و مادر عزیزم هر گاه که به چهره نورانی شما می نگرم بارانی از شکوفه های عشق و صداقت را احساس می کنم که بر وجودم می بارد به یاد شب زنده داریها، اشک ها و محبت های شما می افتم که چه عاشقانه تمام مرزهای کهنه دیروز را تا مرز آفتاب و فرداها در نور دیده تا من امروز در پرتو وجودتان بر دستانتان بوسه زنم.

تقدیم به خورشید هدایتم مادر

دریای آرامش و سکونم پدر

و تقدیم به:

کلیه ی دوستان عزیز

## تقدیر و تشکر

سپاس بیکران خداوند لایزال هستی‌بخش را که خلقت انسان را به زینت بیان، علم و دانش آراسته کرد و به قلم و به نوشته‌هایش سوگند خورد. ستایش بی‌انتها مخصوص اوست که قلم به دستم سپرد و سرانگشتان ناتوانم را توان نوشتن داد و حق شناخت و معرفتش را سرلوحه دفتر مشقم نمود.

هم‌اکنون که در این جایگاه از علم و معرفت قرار گرفته‌ام برخود واجب می‌دانم که از پدر و مادر بزرگوار و مهربانم قدردانی و سپاسگزاری کنم. همچنین از تمامی استادان بزرگوار دیروز و امروز قدردانی و تشکر می‌کنم؛ معلمانی که با طنین صدایشان مصوت زندگی را برایم هجی کردند و با سکوتشان، آرامش زندگی را معنا نمودند. تشکر خالصانه از جناب آقای دکتر ساعتی استاد بزرگوارم در دوره کارشناسی ارشد و همچنین استاد راهنمای بنده در طول نگارش این مجموعه پایان‌نامه، جناب آقای دکتر فرهمند استاد بزرگم به عنوان استاد مشاور، جناب آقای دکتر خلیلی استاد گرانقدرم که در طول انجام این مهم بسیار مرا یاری نمودند، دارم. همچنین تشکر ویژه از خانواده و دوستان و تمامی عزیزانی که مرا در انجام این وظیفه و تکلیف علمی یاری و مساعدت نمودند، دارم.

## چکیده

هدف از تحقیق حاضر بررسی ادغام واحدهای تصمیم‌گیری با استفاده از تحلیل پوششی داده‌های فازی می‌باشد. ضرورت ادغام با افزایش رقابت در بازارهای جهانی به منظور پیشگیری از حذف سازمان‌های کوچک و کاهش هزینه‌ها مطرح شده است. از مدل تحلیل پوششی داده‌ها نیز به عنوان یکی از روش‌هایی که می‌تواند بهترین حالات ادغام را مشخص کند، بهره گرفته‌ایم. از طرفی با توجه به اصل عدم قطعیت در مسائل واقعی از داده‌های فازی در واحدهای تصمیم‌گیری استفاده شده است.

## فهرست مطالب

|   |    |
|---|----|
| مقدمه.....  | ۱۰ |
| فصل اول: کلیات تحقیق .....                        | ۱۱ |
| ۱-۱ مقدمه .....                                   | ۱۲ |
| ۲-۱ خلاصه‌ای از روش‌های پیشنهادی .....            | ۱۲ |
| ۳-۱ معرفی فصل‌های بعدی پایان‌نامه .....           | ۱۳ |
| فصل دوم: مبانی نظری و پیشینه تحقیق .....          | ۱۴ |
| ۱-۲ مقدمه .....                                   | ۱۵ |
| ۲-۲ تحلیل پوششی داده‌ها .....                     | ۱۵ |
| ۲-۲-۱ مختصری از مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها ..... | ۱۶ |
| ۳-۲ مروری بر منطق فازی .....                      | ۲۰ |
| ۲-۳-۱ تعریف مجموعه فازی .....                     | ۲۱ |
| ۲-۳-۲ توابع عضویت .....                           | ۲۲ |
| ۴-۲ اعداد فازی .....                              | ۲۳ |
| ۲-۴-۱ اعداد فازی مثلثی .....                      | ۲۳ |
| ۲-۴-۲ اعمال جبری روی اعداد فازی مثلثی .....       | ۲۵ |
| فصل سوم: روش کار .....                            | ۲۶ |
| ۱-۳ مقدمه .....                                   | ۲۷ |



|         |  |
|---------|--|
| ۲۷..... | ۲-۳ تعریف ادغام .....  |
| ۲۷..... | ۳-۳ بررسی کارهای انجام شده در ادغام .....                                  |
| ۳۰..... | ۴-۳ فواید و مزایای ادغام .....   |
| ۳۲..... | ۵-۳ معیارهای ارزیابی ادغام .....   |
| ۳۳..... | فصل چهارم: ادغام واحدهای تصمیم گیری به کمک تحلیل پوششی داده‌های فازی ..... |
| ۳۴..... | ۱-۴ مقدمه .....  |
| ۳۴..... | ۲-۴ روش پیشنهادی .....   |
| ۴۳..... | ۳-۴ حل مثال عددی .....   |
| ۵۹..... | فصل پنجم: نتیجه گیری و پیشنهادات .....                                     |
| ۶۰..... | ۱-۵ نتیجه گیری .....   |
| ۶۱..... | ۲-۵ پیشنهادات .....  |
| ۶۲..... | واژه‌نامه .....  |
| ۶۳..... | مراجع و منابع .....  |
| ۶۵..... | چکیده انگلیسی .....  |

## مقدمه

افزایش رقابت بین سازمان‌ها و شرکت‌ها، باعث عقب ماندن واحدهای کوچک می‌گردد. در چنین حالتی ادغام این گونه شرکت‌ها موجب جلوگیری از حذف آن‌ها است. ادغام باعث کاهش هزینه‌ها، دسترسی به دانش و فناوری، دسترسی به بازارهای مشترک و نیز توان مالی بالاتر می‌شود. یکی از روش‌هایی که می‌تواند بهترین حالت ممکن در ادغام را معرفی نماید، روش تحلیل پوششی داده‌ها است. این روش می‌تواند به عنوان یک ابزار قدرتمند و با کاربرد گسترده جهت اندازه‌گیری کارایی پس از ادغام مورد بهره‌برداری قرار گیرد.

در تحلیل پوششی داده‌ها امکان بررسی روابط پیچیده و اغلب نامعلوم بین چندین ورودی و چندین خروجی وجود دارد. از تحلیل پوششی داده‌ها به عنوان یک روش و ابزار مهم به منظور مدیریت بهتر منابع جهت نیل به خروجی‌های مورد انتظار، می‌توان کمک گرفت.

از آنجا که داده‌های واقعی در دنیای واقعی کیفی و نادقیق هستند، از داده‌های فازی استفاده می‌کنیم. منطق فازی توانسته است احتمالات و نامعلومات را دربرگرفته و براساس ماهیت طبیعی، نتایج منطقی را از آن‌ها حاصل نماید. بنابراین از منطق فازی جهت نیل به نتایج و رفع کاستی‌های مدل تحلیل پوششی داده‌ها استفاده می‌کنیم.

# فصل اول

## کلیات تحقیق

## ۱-۱- مقدمه

هدف از تحقیق حاضر بررسی ادغام به کمک روش تحلیل پوششی داده‌های فازی می‌باشد. تصمیم به ادغام شرکت‌ها جهت افزایش کارایی و بهبود روند تولید، یکی از مسائل مهم اقتصادی است. تحلیل پوششی داده‌ها یک روش مهم و استاندارد در مطالعات اندازه‌گیری کارایی و تحلیل عملکرد واحدها می‌باشد.

در سال‌های اخیر استفاده از داده‌های کیفی و غیردقیق در مدل تحلیل پوششی داده‌ها بسیار مطرح بوده است. از گزینه‌های مطرح، استفاده از منطق فازی است. آنچه ما را به استفاده از منطق فازی ترغیب می‌نماید داشتن نتایجی منطبق با حقایق می‌باشد.

با پیشرفت علم و تکنولوژی اهمیت تعیین کارایی و افزایش آن از جمله دغدغه‌های مهم مدیران و سرمایه‌گذاران است. ادغام شرکت‌ها در دنیای واقعی جهت افزایش کارایی کاملاً رایج است، بنابراین بدیهی است می‌توان با کمک تحلیل پوششی داده‌های فازی به دلیل انطباق با واقعیت، کارایی واحدهای ادغام شده به منظور بهره‌وری بیشتر را اندازه‌گیری نمود.

## ۱-۲- خلاصه‌ای از روش پیشنهادی

فرض کنیم  $n$  واحد تصمیم‌گیری<sup>۱</sup> داریم که هرکدام  $m$  ورودی<sup>۲</sup> فازی<sup>۳</sup> را به منظور تولید  $S$  خروجی<sup>۴</sup> فازی مصرف می‌کند. می‌خواهیم دو تا از واحدهای تصمیم‌گیری را ادغام<sup>۵</sup> نماییم.

$T_A$  و  $T_B$  را به ترتیب مجموعه‌های واحدهای تصمیم‌گیری قبل و بعد از ادغام در نظر می‌گیریم.

---

۱) Decision Making Unit

۴) Output

۲) Input

۵) Merger

۳) Fuzzy

داریم :

$$\begin{aligned} |T_B| &= n \\ |T_A| &= n - 1 \end{aligned} \quad (1-1)$$

پس از ادغام، مرز مجموعه  $T_B$  ممکن است با مرز مجموعه  $T_A$  متفاوت باشد. بنابراین مقایسه کارایی واحدهای تصمیم‌گیری در  $T_B$  و  $T_A$  غیرممکن است. راه‌حل پیشنهادی این است که میزان کارایی مجموعه  $T_A$  با مرز مجموعه  $T_B$  مقایسه شود. [۸]

### ۱-۳- معرفی فصل‌های پایان‌نامه

در این فصل به بیان مسأله و خلاصه‌ای از موضوع تحقیق پرداخته شده است. فصل دوم در خصوص تعریف تحلیل پوششی داده‌ها<sup>۱</sup> و معرفی مدل‌های آن و نیز مفهوم منطق فازی<sup>۲</sup>، اعداد فازی<sup>۳</sup>، اعداد فازی مثلثی<sup>۴</sup> و اعمال جبری روی اعداد فازی مثلثی می‌باشد. در فصل سوم ادغام تعریف شده و از فواید و فعالیت‌های انجام گرفته سخن به میان آمده است و در آخر فصل دو معیار<sup>۵</sup> ارزیابی ادغام معرفی شده است. فصل چهارم نیز شامل عنوان اصلی پایان‌نامه به همراه حل مثال عددی است. در پایان نتیجه‌گیری و پیشنهادات در رابطه با موضوع مورد بحث ارائه شده است.

---

۱) Data Enevelopment Analysis

۴)Triangular

۲)Fuzzy Logic

۵)Criteria

۳)Fuzzy Numbers

## **فصل دوم:**

# **مبانی نظری و پیشینه تحقیق**

## ۲-۱- مقدمه

امروزه تمامی مدیران در همه سازمان‌ها، خواستار استفاده بهینه از امکانات و ظرفیت‌های موجود در بخش‌های مختلف می‌باشند. بنابراین وجود مدلی به منظور ارائه بازخورد در راستای ارزیابی و بهبود عملکرد واحدهای مختلف سازمان‌ها و دستیابی به ابزاری جهت برآورد این نیاز مدیران بسیار ضروری و منطقی به نظر می‌رسد. این مدل می‌باید علاوه بر شناسایی واحدهای کارا و ناکارا، موقعیت‌های مناسب را جهت بهبود عملکرد واحدهای ناکارا و تقویت هرچه بیشتر واحدهای کارا به کار برد. از تحلیل پوششی داده‌های فازی به عنوان یک روش به این منظور می‌توان کمک گرفت.

## ۲-۲- تحلیل پوششی داده‌ها

تحلیل پوششی داده‌ها یکی از روش‌های مناسب در جهت استفاده بهینه از منابع و تخصیص آن‌ها و در نهایت کسب سودآوری بیشتر می‌باشد. تحلیل پوششی داده‌ها به مدیران کمک می‌کند عملکرد شرکت خود را در قبال سایر رقبا محک بزنند و براساس نتایج آن برای آینده‌ای بهتر تصمیم‌گیری کنند.

تاکنون مطالعات و تحقیقات زیادی در انجمن‌های مختلف و دانشگاه‌های مختلف جهان در مورد تحلیل پوششی داده‌ها و کاربردهای آن صورت گرفته است. سادگی فهم و اجرای روش تحلیل پوششی داده‌ها و در کنار آن دقت بالا و کاربرد وسیع آن در زمینه‌های مختلف سیاسی، فرهنگی، اجتماعی و اقتصادی، باعث شده است محققان زیادی از این روش جهت دست یافتن به اهداف خود استفاده کنند.

تحلیل پوششی داده‌ها، کارایی نسبی<sup>۱</sup> واحدهایی را که دارای ورودی‌ها و خروجی‌های مشابه می‌باشند، اندازه‌گیری می‌کند. ما این گونه واحدها را واحدهای تصمیم‌گیری می‌نامیم.

---

۱)Relative Efficiency

تحلیل پوششی داده‌ها، کارایی یک واحد تصمیم‌گیری را در مقایسه با سایر واحدها ارزیابی می‌کند. به همین خاطر امتیاز کارایی یک واحد تصمیم‌گیری، یک امتیاز نسبی خواهد بود. ارزیابی و مقایسه عملکرد و کارایی واحدهای مشابه قسمت مهمی از مدیریت یک سازمان پیچیده می‌باشد.

تحلیل پوششی داده‌ها برای اولین بار در سال ۱۹۷۸ توسط چارنز<sup>۱</sup>، کوپر<sup>۲</sup> و رودز<sup>۳</sup> در سال ۱۹۷۸ ارائه شد [۴] و تا کنون مقالات و کتاب‌های زیادی در مورد تئوری و کاربردها، محاسبات و مسائل مدل-سازی تحلیل پوششی داده‌ها منتشر شده است.

مهمترین علت موفقیت تحلیل پوششی داده‌ها به عنوان یک ابزار کمی، غیر پارامتری بودن روش آن است. [۳]

## ۲-۱-۲- مختصری از مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها

تحلیل پوششی داده‌ها دارای چهار مدل اصلی می‌باشد.

۱- مدل بازده نسبت به مقیاس ثابت ( $CRS^t$ )

این مدل که اولین مدل روش تحلیل پوششی داده‌هاست، توسط چارنز، کوپر و رودز در سال ۱۹۷۸ ارائه شد، این مدل را با حروف CCR که برگرفته از نام پدیدآورندگان مدل است، می‌شناسند.

۲- مدل بازده نسبت به مقیاس متغیر ( $VRS^o$ )

این مدل توسط بانکر<sup>۴</sup>، چارنز و کوپر در سال ۱۹۸۴ ارائه شده [۵] و اغلب با حروف BCC شناخته می‌شود.

---

۱)Charnes

۵)Variable Returns to Scale

۲)Cooper

۶)Banker

۳)Rhodes

۴)Constant Returns to Scale



۳- مدل بازده نسبت به مقیاس افزایشی ( $IRS^1$ )

۴- مدل بازده نسبت به مقیاس کاهششی ( $DRS^2$ )

دو مدل فوق توسط چارنز و کوپر در سال ۱۹۸۴ و سیفورد<sup>۳</sup> و ترال<sup>۴</sup> در سال ۱۹۹۰ ارائه شده است. [۵]

مدل بازده نسبت به مقیاس متغیر ( $VRS$ ) ترکیبی از دو مدل بازده نسبت به مقیاس افزایشی ( $IRS$ ) و مدل بازده نسبت به مقیاس کاهششی ( $DRS$ ) می باشد. فرض بازده نسبت به مقیاس، به میزان افزایش یا کاهش کارایی و تغییر مرز کارایی برمی گردد. هرکدام از مدل های فوق دارای دو ماهیت مطالعه (خروجی محور- ورودی محور) هستند. در مطالعاتی که باید یک واحد تصمیم گیری با یک یا چند واحد تصمیم گیری دیگر مقایسه شود از مدل های خروجی محور یا ورودی محور استفاده می شود. [۳]

از مهم ترین مدل های تحلیل پوششی داده ها، مدل  $CCR$  و  $BCC$  است که در ذیل به شرح آنها می پردازیم.

مدل  $CCR$ :

فرض کنید  $n$  واحد تصمیم گیرنده به صورت

$$DMU_1, DMU_2, \dots, DMU_n \quad (1-2)$$

داریم و برای هر واحد تصمیم گیری،  $m$  ورودی

$$x_{ij} \quad (j = 1, 2, \dots, n), (i = 1, 2, \dots, m) \quad (2-2)$$

و  $S$  خروجی

---

۱) Increasing Returns to Scale

۳) Seiford

۲) Decreasing Returns to Scale

۴) Thrall

$$y_{rj} \quad (j = 1, 2, \dots, n), (r = 1, 2, \dots, s) \quad (3-2)$$

داریم. برای هر واحد تصمیم‌گیری یک ورودی و یک خروجی مجازی به کمک وزن‌های  $v_i$  و  $u_r$  که  $i = 1, 2, \dots, m$  و  $r = 1, 2, \dots, s$  است به صورت زیر تشکیل می‌دهیم.

$$\frac{\sum_{i=1}^m v_i x_{ip}}{\sum_{r=1}^s u_r y_{rp}} \quad (4-2)$$

سپس سعی می‌کنیم وزن‌ها را به کمک برنامه‌ریزی بدست آوریم، طوری که نسبت زیر حداکثر گردد:

$$\frac{\text{خروجی مجازی}}{\text{ورودی مجازی}} \quad (5-2)$$

باید  $n$  مسئله بهینه‌سازی را حل کنیم. در هر بار کارایی یک واحد تصمیم‌گیری محاسبه می‌شود.

فرض کنید می‌خواهیم  $DMU_p$  ( $P = 1, 2, \dots, n$ ) را ارزیابی کنیم. برای محاسبه وزن‌های  $v_i$ ،  $u_r$  و  $(i = 1, 2, \dots, m)$  مسئله کسری زیر را حل می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \text{Max } \theta &= \sum_{r=1}^s u_r y_{rp} / \sum_{i=1}^m v_i x_{ip} \\ \text{S.t:} \\ \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} / \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} &\leq 1 \quad (j = 1, 2, \dots, n) \\ v_1, v_2, \dots, v_m &\geq 0 \\ u_1, u_2, \dots, u_s &\geq 0 \end{aligned} \quad (6-2)$$

این قیود تضمین می‌کند که نسبت خروجی مجازی به ورودی مجازی برای هیچ‌یک از واحدهای تصمیم‌گیری، بیشتر از 1 نمی‌شود. تابع هدف به نحوی است که  $v_i$  ها و  $u_r$  های به دست آمده این نسبت را برای  $DMU_p$  حداکثر می‌کند. حداکثر مقدار  $\theta^*$  برابر 1 است.

مدل خطی (مضربی) CCR به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \text{Max } \theta &= \sum_{r=1}^s u_r y_{rp} \\ \text{S.t:} \end{aligned} \quad (7-2)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m v_i x_{ip} &= 1 \\ \sum_{r=1}^s y_{rj} u_r - \sum_{i=1}^m x_{ij} v_i &\leq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, n) \\ v_1, v_2, \dots, v_m &\geq 0 \\ u_1, u_2, \dots, u_s &\geq 0 \end{aligned}$$

مدل دوگان (پوششی) CCR بصورت زیر است:

Min $\theta$

S.t:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} &\geq y_{rp} \quad (r = 1, 2, \dots, s) \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} &\leq \theta x_{ip} \quad (i = 1, 2, \dots, m) \\ \lambda_j &\geq 0 \end{aligned} \quad (8-2)$$

CCR خروجی محور

مدل CCR مطرح شده ورودی محور بود یعنی با ثابت نگه داشتن میزان خروجی‌ها، ورودی‌ها را تا حد امکان کاهش می‌دادیم. اما در مدل CCR خروجی محور با ثابت نگهداشتن میزان ورودی، خروجی‌ها را تا حد امکان افزایش می‌دهیم.

مدل CCR خروجی محور اولیه بصورت زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned} \text{Min}\theta &= \sum_{i=1}^m v_i x_{ip} \\ \text{S.t:} \\ \sum_{r=1}^s u_r y_{rp} &= 1 \\ \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} - \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} &\geq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, n) \\ v_1, v_2, \dots, v_m &\geq 0 \\ u_1, u_2, \dots, u_s &\geq 0 \end{aligned} \quad (9-2)$$

مدل BCC

بانکر و همکارانش در سال ۱۹۸۴ یک مدل برای برآورد کارایی واحدهای تصمیم‌گیری پیشنهاد کردند.

مدل BCC ورودی محور بصورت زیر می‌باشد:

$$Max\theta = \sum_{r=1}^s u_r y_{rp} + u_p$$

S.t:

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{ip} = 1 \quad (10-2)$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + u_p \leq 0 \quad j = (1, 2, \dots, n)$$

$$v_1, v_2, \dots, v_m \geq 0$$

$$u_1, u_2, \dots, u_s \geq 0$$

یک واحد BCC کاراست اگر و فقط اگر  $\theta = 1$ .

مدل BCC خروجی محور نیز بصورت زیر است:

$$Min\theta = \sum_{i=1}^m v_i x_{ip} + v_p$$

S.t:

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rp} = 1$$

$$\sum v_i x_{ij} - \sum u_r y_{rj} + v_p \geq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (11-2)$$

$$v_1, v_2, \dots, v_m \geq 0$$

$$u_1, u_2, \dots, u_s \geq 0$$

## ۲-۳- مروری بر منطق فازی

مفهوم مجموعه‌های فازی برای اولین بار در سال ۱۹۳۷ بیان شد. سپس در سال ۱۹۶۵ پروفیسور لطفی‌زاده [۱۰] مقاله خود را با عنوان «مجموعه‌های فازی» در مجله اطلاعات و کنترل منتشر ساخت. مفهوم مجموعه‌های فازی توسط لطفی‌زاده در رابطه با مسائل احتمالی در مدل‌سازی سیستم‌ها ارائه شد. نام فازی، نامی است که لطفی‌زاده از آن به جای نام‌های «ابهام» و «چند ارزشی» استفاده کرد.