دانشگاه شهید چمران اهواز

دانشکده مهندسی

پایان نامه کارشناسی ارشد مهندسی عمران

گرایش مکانیک خاک و پی

عنوان :

بهینه‌سازی پایداری شیب با استفاده از الگوریتم‌های هوشمند در متلب

استاد راهنما:

دکتر مسعود اولی پور

استاد مشاور:

دکتر علی حقیقی

نگارنده :

احسان کاظمی

۱۳۹۲/۱۱/۲۷

سمعی بصری گروه عمران

باسمه تعالی

دانشگاه شهید چمران اهواز

دانشکده مهندسی

(نتیجه ارزشیابی پایان نامه کارشناسی ارشد)

پایان نامه آقای احسان کاظمی **دانشجوی رشته:** مهندسی عمران **گرایش:** مکانیک خاک و پی

دانشکده مهندسی **به شماره دانشجویی** ۹۰۴۰۵۰۷

با عنوان :

بهینه‌سازی پایداری شیب با استفاده از الگوریتم‌های هوشمند در متلب

جهت اخذ مدرک : کارشناسی ارشد **در تاریخ :** ۱۳۹۲/۱۱/۲۷ **توسط هیأت داوران مورد ارزشیابی قرار گرفت و بادرجه قابل قبول تصویب گردید.**

۱.	**اعضا ی هیأت داوران :**	**رتبه علمی**	**امضاء**
	استاد راهنما: دکتر مسعود اولی پور	استادیار	.....
	استاد مشاور : دکتر علی حقیقی	استادیار	.....
	استاد داور : دکتر آرش ادیب	دانشیار	.....
	استاد داور : دکتر جواد احدیان	استادیار	.....
	نماینده تحصیلات تکمیلی : دکتر زهره صادقیان	استادیار	.....
۲.	**مدیرگروه :** مهندس سید عبدالله حسینی دهدشتی	مربی	.....
۳.	**معاون پژوهشی و تحصیلات تکمیلی دانشکده** : دکتر علی حقیقی	استادیار	.....
۴.	**مدیرتحصیلات تکمیلی دانشگاه** :دکتر مسعود قربان پور نجف آبادی	استاد	.....

با سپاس فراوان تقدیم می نمایم به

محضر ارزشمند پدر و مادر عزیزم

به خاطر همه ی تلاشهای محبت آمیزی که انجام داده اند.

سپاسگذاری

بسی شایسته است از زحمات بی دریغ برادر ارجمندم جناب دکتر محمد کاظمی و دوست و برادر عزیزم مهندس روزبه بهزاد که مرا در انجام این پایان نامه یاری رساندند تشکر می نمایم. همچنین از مساعدت های بی شائبه ی دوستان گران مایه ام آقایان احسان اورک، مجید قرینه، علی ملک مختاری، رضا بهرامی، سید محمود آل طیب، محسن شیخی و رضا ابوالفارسی که مرا صمیمانه و مشفقانه یاری رساندند کمال تشکر را دارم.

چکیده

نام خانوادگی : کاظمی	نام: احسان	شماره دانشجویی : ۹۰۴۰۵۰۷
عنوان پایان نامه :بهینه سازی پایداری شیب با استفاده از الگوریتم های هوشمند در متلب		
استاد راهنما: دکتر مسعود اولی پور		
استاد مشاور: دکتر علی حقیقی		
درجه تحصیلی: کارشناسی ارشد	**رشته: مهندسی عمران**	**گرایش: مکانیک خاک و پی**
دانشگاه : شهید چمران اهواز	**دانشکده: مهندسی**	**گروه : عمران**
تاریخ فارغ التحصیلی : ۱۳۹۲/۱۱/۲۷		**تعداد صفحه:۹۵**

کلید واژه ها : بهینه‌سازی، پایداری شیب، جستجوی هارمونی، ضریب اطمینان

آنالیز پایداری شیب‌های خاکی یکی از محاسبات اصلی در مهندسی زئوتکنیک می‌باشد. پایداری شیب یکی از نگرانی‌ها ما در ساخت پروژه‌های خاکبرداری، خاکریزی، سدهای خاکی و باربرداری شیب‌های موجود می‌باشد. روش اصلی استفاده شده در تحلیل پایداری شیب روش قطعی می‌باشد این روش معرفی سطح گسیختگی بحرانی و ضریب اطمینان حداقل وابسته به آن را در بر می‌گیرد.

در این پایان نامه یک روش تعادل حدی توسعه داده شده است که کلیه شرایط تعادل را ارضاء می‌نماید و سطوح لغزش را دایره‌ای فرض می‌کند. معادلات تعادل نیروها و گشتاورها بدون هیچگونه فرض ساده کننده در این روش بکار برده شدند. از الگوریتم جستجوی هارمونی که به عنوان الگوریتمی نوین بهره گرفته شده است. روش های بهینه سازی عددی در یافتن حل بهینه بسیار کارامد هستند و می توانند برای مسائل غیرخطی بکار برده شوند. الگوریتم جستجوی هارمونی یک الگوریتم فرااکتشافی بوده که بر پایه روند بداهه نوازی موسیقی استوار است. بدین صورت که نوازندگان موسیقی به صورت تجربی و مرحله به مرحله سازهای خود را به منظور صدادهی بهتر و هارمونی بیشتر به صدا در می‌آورند. مسئله ابتدا بصورت مناسبی مدل شده و قیدهایی در مسئله برای جواب‌های مدنظر در نظر گرفته شده است. در اینجا برای یافتن ضریب اطمینان سطح لغزش، نیروهای برشی بین قطعات و همچنین مناسبترین شعاع برای سطح لغزش از این الگوریتم استفاده شده است.

در این پژوهش مثالی با پارامترهای پایداری سطوح شیبدار مختلف ارائه و نتایج آن با روش‌های متداول نظیر روش بیشاپ، جانبو، مورگنشترن و فلنیوس مقایسه شده است.

فهرست مطالب

فصل اول

۱-۱مقدمه..... ۲

۱-۲تعریف موضوع..... ٤

۱-۳اهمیت موضوع..... ٥

۱-٤فرضیات اولیه..... ٥

۱-٥اهداف..... ٦

۱-٦ساختار پایان نامه..... ۷

فصل دوم

۲-۱مقدمه..... ۹

۲-۲پیشینه روش‌های حدی..... ۱۰

۲-۳انواع روش‌های حدی..... ۱۲

۲-۳-۱ روش خطوط مشخص..... ۱۳

۲-۳-۲ روش تعادل حدی..... ۱٤

۲-۳-۳ روش تحلیل حدی..... ۱٤

۲-٤پایداری شیروانی‌ها..... ۱۷

۲-٥کلیات بررسی و گسیختگی شیب‌های خاکی..... ۱۸

۲-٦روش‌های حدی رایج در تحلیل پایداری شیروتنی‌ها..... ۲۰

۲-٦-۱ روش فلنیوس..... ۲۰

۲-٦-۲ روش بیشاپ..... ۲۱

۲-٦-۳ روش جانبو..... ۲۱

۲-٦-٤ روش بیشاپ و مرگنشترن..... ۲۲

۲-٦-٥ روش اسپنسر..... ۲۵

۲-٦-٦ .روش مرگنشترن..... ۲۸

۲-٦-۷ روش سوکولفسکی..... ۲۸

۲-۷روش‌های بهینه سازی..... ۳۱

۲-۷-۱ کلیات..... ۳۱

۲-۷-۲ تاریخچه..... ۳٤

فصل سوم

۳-۱مقدمه..... ۵۰

۳-۲روش فلنیوس..... ۵۰

۳-۳روش بیشاپ..... ۵۵

۳-٤روش جانبو..... ۵۹

۳-۵معادلات تعادل..... ٦۱

۳-۵-۱ مقدمه..... ٦۱

۳-۵-۲ روابط تعادل ۶۳

۳-۶روش انجام کار..... ۶۵

۳-۷روش بهینه‌سازی..... ۶۸

۳-۸الگوریتم جستجوی هارمونی..... ۶۹

۳-۸-۱ تعیین اولیه مسئله و پارامترهای HSA ۷۱

۳-۸-۲ تعیین اولیه حافظه هارمونی ۷۲

۳-۸-۳ تولید هارمونی جدید بر اساس بداهه نوازی..... ۷۲

۳-۸-٤ بروز رسانی حافظه هارمونی..... ۷٤

۳-۸-۵ بررسی ناحیه توقف ۷٤

فصل چهارم

فصل پنجم

۵-۱بیان مختصر موضوع و مسأله پژوهش و روش انجام کار..... ۹۱

۵-۲نتایج ۹۱

۵-۳پیشنهادات..... ۹۲

مراجع..... ۹۳

فهرست شکل ها

شکل ۲-۱: ریزش و گسیختگی دورانی ۱۸

شکل ۲-۲: مشخصات پارامترهای به کار رفته در نمودارهای بیشاپ و مورگن‌اشترن ۲۳

شکل ۲-۳: نمودار پایداری بیشاپ- مورگن‌اشترن $c'\gamma H = 0.05$ ۲٤

شکل ۲-٤: نمودار پایداری بیشاپ- مورگن‌اشترن $c'\gamma H = 0.25, 0.05$ ۲٤

شکل ۲-۵: نمودار پایداری بیشاپ- مورگن‌اشترن $c'\gamma H = 0 , 0.025$ ۲۵

شکل ۲-٦: نیروهای وارد بر یک باریکه در روش اسپنسر ۲٦

شکل ۲-۷: نمودارهای پایداری اسپنسر ۲۷

شکل ۲-۸: تعدادی از مقالات منتشر شده با موضوع پایداری شیب قطعی ۳٤

شکل ۳-۱: روش باریکه و نیروهای مؤثر در هر باریکه ۵۲

شکل ۳-۲: وضعیت نیروها در یک باریکه در روش فلنیوس ۵۲

شکل ۳-۳: وضعیت نیروها در یک باریکه در روش بیشاپ ۵٦

شکل ۳-٤: نمودار تعیین مقدار $m\alpha$ برای روش بیشاپ ساده شده ۵۸

شکل ۳-۵: نیروهای وارد بر یک باریکه در روش جانبو ٦۰

شکل ۳-٦: سطح لغزش تقسیم شده به قسمت‌های عمودی ٦۲

شکل ۳-۷: نیروهای اعمال شده به قسمتی از سطح ٦۲

شکل ۳-۸: محل مرکز دایره لغزش ٦۵

شکل ۳-۹: محل مرکز دایره لغزش ٦٦

شکل ٤-۱: شکل هندسی شیروانی خاکی مثال ٤-۱ ..... ۷۷

شکل ٤-۲: میزان خطاهای موجود در وزن قطعات ۷۸

شکل ٤-۳: میزان خطاهای موجود در طول قطعات ۸۰

شکل ٤-٤: روند بهینه سازی تابع هزینه ٨٢

شکل ٤-٥: شکل هندسی شیروانی خاکی مثال ٤-١ ..... ٨٤

شکل ٤-٦: میزان خطاهای موجود در وزن قطعات ٨٤

شکل ٤-٧: میزان خطاهای موجود در وزن قطعات ٨٦

شکل ٤-٨: روند بهینه سازی ٨٨

فهرست جداول

جدول ۲-۱: ویژگی‌ها و مشخصات روش‌ها ۳۰

جدول ٤-۱: ضرایب مربوط به معادله ٤-۱ ..... ۷۹

جدول ٤-۲: ضرایب مربوط به معادله ٤-۲ ..... ۸۰

جدول ٤-۳: ضرایب مربوط به معادله ٤-۳ ..... ۸۱

جدول ٤-٤: ضریب اطمینان روش‌های مختلف ۸۲

جدول ٤-۵: نیروی برشی بین قطعات ۸۳

جدول ٤-٦: ضرایب مربوط به معادله ٤-۱ ..... ۸۵

جدول ٤-۷: ضرایب مربوط به معادله ٤-۲ ..... ۸٦

جدول ٤-۸: ضرایب مربوط به معادله ٤-۳ ..... ۸۷

جدول ٤-۹: ضریب اطمینان روش‌های مختلف ۸۸

جدول ٤-۱۰: نیروی برشی بین قطعات ۸۹

فصل اول

مقدمه و طرح مسئله

۱-۱ مقدمه

منظور از پایداری استاتیکی سطح لغزش، حفظ تعادل و جلوگیری از حرکت سطح لغزش در مقابل نیروهای استاتیکی وارده است. به عبارت دیگر، یک سطح لغزش وقتی در حال تعادل یا پایداری است که در هر قسمت از آن برآیند تنش‌های اعمال شده کوچکتر از مقاومت بسیج شده در آن قسمت باشد. بنابراین مشاهده می‌شود که پایداری یک مسئله نسبی است و بر حسب تغییر نسبی مقادیر نیروهای مخرب و نیروهای مقاوم، درجات مختلفی از پایداری می‌تواند وجود داشته باشد. از این رو میزان نسبی پایداری با معیاری به نام ضریب اطمینان[۱] سنجیده می‌شود و هر چه این ضریب بالاتر باشد، منعکس کننده درجه پایداری بیشتر خواهد بود.

مسائل اساسی مکانیک خاک را غالباً می توان در دو شرایط کاملاً متمایز بررسی نمود، و به عبارت دیگر به دو گروه جدا از هم تقسیم کرد. این دو گروه عبارتند از:

[۱] Safety Factor

الف) پایداری (در حالت حدی نهایی)؛

ب) تغییر شکل‌ها (در شرایط بهره برداری یا اجرایی).

البته این نوع جداسازی به منظور سهولت محاسبات و آسان شدن تحلیل‌ها است.

اساس کار روش‌های تعادل حدی، بر مبنای تعیین تنش‌های اعمال شده و مقاومت بسیج شده در یک سطح گسیختگی فرضی در داخل شیب خاکی و سپس تعیین ضریب اطمینان با توجه به نسبت این دو کمیت، استوار است. در روش دوم، توزیع تنش و کرنش‌های حاصل از آن در قسمت‌های مختلف سطح لغزش شیب خاکی مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته و بر اساس آن ضمن تهیه تصویری از رفتار سطح، ضریب اطمینان بر روی مستعدترین سطح گسیختگی با مقایسه مقاومت برشی قابل بسیج شدن در سطح مذکور تعیین می‌شود. روش اخیر مستلزم کاربرد تئوری‌های الاستیسیته یا پلاستیسیته و حل معادلات حاصله بر اساس این تئوری‌هاست. در عمل به علت پیچیدگی‌های موجود در شکل هندسی توده گسیختگی، ناهمگنی مصالح و مشخصات فنی آن‌ها و غیر خطی بودن منحنی‌های تنش-کرنش، استفاده از این روش مشکل و نیاز به فرضیات ساده کننده است.

در مسائل پایداری، وضعیت خاک در لحظه گسیختگی بررسی می شود. تعیین نیروی رانش بر دیوار حائل، ظرفیت باربری پی ها و بررسی پایداری شیروانیها در زمرهٔ این گونه مسائل هستند. در این گروه از مسائل رفتار خاک عمدتاً به صورت پلاستیک کامل در نظر گرفته می شود و ارزیابی تغییر شکل‌ها مدنظر نمی‌باشد. از سوی دیگر، در مسائل گروه دوم وضعیت تنش‌ها و تغییر شکل‌های توده خاک در شرایط متناظر با بهره‌برداری مورد نظر قرار می‌گیرد. تعیین نشست پی‌ها یکی از مهم‌ترین مسائل این گروه است.

۱-۲ تعریف موضوع

حل کامل مسائل پایداری در مکانیک خاک غالباً نیازمند در نظر گرفتن رفتار انتقال از حالت ارتجاعی به خمیری است. به دلیل پیچیدگی بسیار زیاد این راه حل‌ها و با توجه به این که در بسیاری از مسائل مکانیک خاک، تعیین بار حدی مدنظر می‌باشد، روش‌هایی که بتوان با آنها بارهای حدی را بدون نیاز به حل کامل مسأله به دست آورد همواره مورد توجه مهندسان و محققان بوده است. این گونه روش‌ها به روش‌های حدی موسوم‌اند و در پاسخ به اساسی ترین مسائل پایداری در علم مکانیک خاک گسترش فراوانی داشته اند. یکی از مهم ترین این مسائل، مسأله بررسی پایداری شیروانی‌های خاکی بوده است.

معمولیترین روش مورد استفاده برای تحلیل پایداری شیب بر پایه روش‌های تعادل حدی می‌باشد این روش‌ها برای بدست آوردن ضریب اطمینان لغزش‌ها از نظریه تعادل حدی استفاده می‌کنند

یک روش سودمند و پرقدرت در آنالیز پایداری شیب روش الگوریتم بهینه سازی می‌باشد. در پایداری شیب محل تعداد زیادی مطالعات برای حل مسائل پایداری شیب مورد تحقیق قرار گرفته است در این راه تلاش‌های جدی برای نشان دادن یک آنالیز کامل الگوریتم‌های بهینه سازی مختلف برای آنالیز پایداری شیب انجام شده که بوسیله محققان در دهه‌های گذشته پیشنهاد شده‌اند.

۱-۳ اهمیت موضوع

آنالیز پایداری شیب‌های خاکی یکی از محاسبات اصلی در مهندسی زئوتکنیک می‌باشد. پایداری شیب یکی از نگرانی‌ها ما در ساخت پروژه‌های خاکبرداری، خاکریزی، سدهای خاکی و باربرداری شیب‌های موجود می‌باشد. روش اصلی استفاده شده در تحلیل پایداری شیب روش قطعی می‌باشد این روش معرفی سطح گسیختگی بحرانی و ضریب اطمینان حداقل وابسته به آن را در بر می‌گیرد.

۱-٤ فرضیات اولیه

در روش‌های تعادل حدی یک سطح گسیختگی قوسی (دایروی یا غیر دایروی) یا غیر قوسی(روش قطعه‌ای) انتخاب و سپس نیروهای محرک و مقاوم به لغزش مقایسه شده و با توجه به شرایط مفروض ضریب اطمینان پایداری محاسبه می‌شود. در چنین شرایطی نیروی محرک لغزش معمولاً شامل نیروی ثقلی و نیروهای نشست در شرایط نامطلوب می‌باشد. در شرایط وقوع زلزله، افزایش مؤلفه محرک نیروی وزن و نیز افزایش حاصل در نیروی نشست نیز به عنوان نیروی‌های محرک لغزش محسوب می‌شوند. نیروی مقاوم به لغزش شامل مقاومت برشی خاک سطح لغزش است.

به طور کلی روش‌های تعادل حدی، بر اساس مبانی زیر تحلیل می‌شود.

- فرض یک سطح لغزش محتمل
- در دست بودن پارامترهای مقاومت برشی خاک

- پذیرش فرضیاتی در مورد چگونگی توزیع و مقدار تنش‌های داخلی در امتداد و بالای سطح لغزش
- کاربرد علم استاتیک برای تحلیل تعادل توده خاک در امتداد سطح لغزش فرض شده

۱-۵ اهداف

تا کنون روش‌های متعددی بر اساس روش‌های تعادل حدی به منظور ارزیابی پایداری شیب‌های خاکی ارائه شده که تقریباً همه آنها بر مبنای روش قطعات استوارند.

روش‌های تعادل حدی پایداری شیب ارائه شده تا کنون به ترتیب قدمت شامل: بیشاب[۱] (۱۹۵۵)، مورگن اشترن و پرایس[۲] (۱۹٦۵)، اسپنسر[۳] (۱۹٦۷)، جانبو[٤] (۱۹۷۳) و شارما[٥] (۱۹۷۳) می‌باشد.

در این پایان نامه یک روش تعادل حدی توسعه داده شده است که کلیه شرایط تعادل را ارضاء می‌نماید و سطوح لغزش را دایره‌ای فرض می‌کند. معادلات تعادل نیروها و گشتاورها بدون هیچگونه فرض ساده کننده در این روش بکار برده شدند. از الگوریتم جستجوی هارمونی که به عنوان الگوریتمی نوین بهره گرفته شده است. روش‌های بهینه سازی عددی در یافتن حل بهینه

[۱] Bishop
[۲] Morgenstern-Price
[۳] Spencer
[٤] Janbu
[٥] Sarma

بسیار کارامد هستند و می توانند برای مسائل غیرخطی بکار برده شوند.

سعی شده نیروهای بین قطعه‌ای و ضریب اطمینان را از روش‌های مختلف بدست آورده و با روش هارمونی که برنامه‌نویسی شده است مقایسه شود.

۱-٦ ساختار پایان نامه

ساختار این پایان نامه بدین شرح می باشد:

فصل ۱: اهداف، اهمیت و ضرورت این پژوهش را شرح می دهد.

فصل۲: شامل اولین بررسی‌ها درباره پایداری شیب‌های خاکی و همچنین بررسی تحقیقات و عمل کرد محققان در زمینه سطح لغزش می‌باشد.

فصل ۳: بیان تئوری مسئله و روش انجام تحقیق و فرضیات بکار رفته می‌باشد

فصل ٤: ارائه کلیه نتایج حاصل از برنامه نوشته شده و روش‌های محاسبه شده و مقایسه آنها با یکدیگر می‌باشد.

فصل ۵: شامل خلاصه یافته‌ها و پیشنهاداتی برای مطالعات بیشتر می باشد.

فصل دوم

مرور پژوهش های پیشین

۲-۱ مقدمه

این فصل بر پژوهش‌های پیشین درمورد تعادل حدی و پایداری شیب و شرح مختصری است از روش‌های موجود در مورد روش بهینه‌سازی خاک‌ها و از خلاصه مبانی نظری، کاربرد عملی، محاسن و نقایص روش‌های مختلف تشکیل شده است.

به طور کلی در این فصل به پیشینه روش‌های پایداری شیب‌ها و بررسی تعادل حدی و توضیح مختصری در مورد انواع روش‌های تعادل حدی که در فصل سوم بکار رفته‌اند و در نهایت تاریخچه‌ای از روش‌های بهینه سازی پرداخته می‌شود.

تحلیل پایداری شیب اخیراً مورد توجه زیادی قرار گرفته است. مسائل پایداری شیب باید با استفاده از هر دو روش قطعی و احتمالی حل شوند تا بعنوان مسائل بهینه‌سازی توصیف گردند.

در روش قطعی، ضریب اطمینان تابعی است که کمینه می‌شود و برای تحلیل احتمالی، ضریب اطمینان تابع هدف می‌باشد. تحقیق برای ضریب اطمینان حداقل برای مسائل بهینه‌سازی بسیار پیچیده می‌باشد و روش‌های بهینه‌سازی موفق بسیاری برای حل این مسئله بکار گرفته

شده‌اند.

۲-۲ پیشینه روش‌های حدی

اولین مفاهیم پلاستیسیته در خاک با ارائـه نظریـه کولمـب[۱] در سـال ۱۷۷۳ مطـرح گردیـد. کولمب ضمن استفاده از مفهوم تعادل خمیری در حالت حدی، فشار جانبی خاک را بر دیوارهـای حائل به دست آورد. پس از وی، رانکین[۲] در سال ۱۸۵۷ تعادل خمیری توده‌ای نامحـدود از خـاک را در حالت حدی تحلیل نمود. در سـال ۱۹۰۳، کـوتر[۳] ضـمن ارائـه معـادلات تعـادل در حالـت خمیری و انتقال آنها به سیستمی منحنی الخط، روش خطوط مشخصـه[٤] را پایـه ریـزی کـرد. ایـن روش توسط محققان دیگر توسعه داده شد، که از میان آنها تعمیم سوکولوفسـکی[٥] در سـال ۱۹٦٥ شاخص‌ترین می‌باشد. از سوی دیگر، در سـال ۱۹۲٦ فلنیـوس[٦] تعمـیم روش کولمـب را در حـل مسائل متعدد مورد استفاده قرار داد. این روش را نیز بسیاری از محققان دیگر پـس از وی بـه کـار گرفتند و اساس آن که به روش تعادل حدی[۷] موسوم می‌باشد، به روشنی در کتـاب‌هـای مکانیـک خاک شرح داده شده است. بدین ترتیب تحلیل مسائل پایداری در دو شاخه جدا از هـم گسـترش می‌یافت. علم پلاستیسیته از حدود سال ۱۹۵۰ با ارائه مفاهیم قضایای حدی، اصل دراکر[۸] (تعریف

[1] . Coulomb
[2] . Ranklin
[3] . Kotter
[4] . Characteristic method
[5] . Sokolovsky
[6]. Fellenius
[7] . Limit Equilibrium
[8] . Drucker

پایداری مصالح) و قانون جریان وابسته[1] (شرط نرمالیته) به نحوی اساسی متحـول گردیـد و روش تحلیل حدی[2] برمبنای مفاهیم مزبور در سال ۱۹۵۰ تا ۱۹۶۵ شکل گرفت. در این روش با اسـتفاده از قضایای حدی، مرز بالا و مرز پایین بارهای حدی تعیین می‌شود. با ارائه مفاهیم پایداری مصالح و شرط نرمالیته در روش تحلیل حدی، ارتباط میان تنش‌ها و تغییر شکل‌های نسبی که تا آن زمـان نادیده گرفته می‌شد، فراهم گردید و بدین ترتیب، زمینه پیشرفت‌های در خور توجه بعدی در علـم پلاستیسیته پایه ریزی شد. کاربردهای اولیه این روش به فلزاتی نظیر فـولاد نـرم کـه رفتـار آن در حالت حدی به رفتار خمیری کامل بسیار نزدیک اسـت منحصـر مـی‌شـد. در ایـن فلـزات زاویـه اصطکاک داخلی و تغییر حجم در حالت حدی صفر است و مقاومت نهایی صرفاً بـا یـک پـارامتر (نظیر چسبندگی در مکانیک خاک) تعیین می‌گردد.

سابقه کاربرد تحلیل حدی در حل مسائل مکانیک خاک نسبت بـه سـایر روش‌هـای حـدی کمتر است. با این حال تاکنون بسیاری از مسائل اساسی مکانیک خاک با این روش حل شـده‌انـد. البته بسیاری از مفاهیم اساسی روش تحلیل حدی در روش‌های خطوط مشخصه و تعـادل حـدی نیز در مورد استفاده بوده‌اند. این دو روش کاربرد گسترده‌ای در مسـائل ژئـوتکنیکی دارنـد، لـیکن چنان که قبلاً نیز گفته شد، ارتباط تنش‌ها با تغییر شـکل‌هـای نسـبی در دو روش مزبـور در نظـر گرفته نشده است. یادآوری می‌شود که رابطه تنش‌ها و تغییـر شـکل‌هـا نقـش مهمـی در مکانیـک محیط‌های پیوسته دارد. این ارتباط (به تقریب) در روش تحلیل حدی در نظـر گرفتـه شـده و لـذا برخلاف دیگر روش‌های حدی، در این روش دقت و جایگاه پاسخ‌ها به خوبی مشخص می‌گـردد. بدین سبب روش تحلیل حدی در حال حاضر به صورت ابزاری قدرتمند و به شکلی گسـترده در

[1] . Associoted Flow Rule
[2] . Limit Analysis