بسم الله الرحمن الرحیم

دانشگاه پیام نور
مرکز شیراز
پایان نامه
برای دریافت درجه کارشناسی ارشد
در رشته فیزیک اتمی

دانشکده علوم پایه

گروه علمی فیزیک

عنوان پایان نامه:

مطالعه‌ی درهم‌تنیدگی گرمایی زنجیره‌های اسپینی مدل هایزنبرگ

استاد راهنما:
دکتر احمد آخوند

استاد مشاور:
دکتر عبدالرسول قرائتی

نگارنده:
نوید هادی‌زاده

شهریور ۱۳۸۹

دانشگاه پیام نور

بسمه تعالی

تصویب پایان نامه

پایان نامه تحت عنوان : مطالعه درهم تنیدگی گرمایی زنجیره های اسپینی مدل هایزنبرگ که توسط نوید هادی زاده در مرکز شیراز تهیه و به هیأت داوران ارائه گردیده است مورد تأیید می باشد.

تاریخ دفاع: ۱۳۸۹/۰۶/۲۵ نمره: ۱۹ درجه ارزشیابی : عالی

اعضای هیأت داوران:

نام و نام خانوادگی	هیأت داوران	مرتبه علمی	امضاء
۱- دکتر احمد آخوند	استاد راهنما	استادیار	آخوند
۲- دکتر عبدالرسول قرائتی	استاد مشاور	دانشیار	
۳- دکتر محمد مهدی گلشن	استاد داور	دانشیار	
٤- دکتر محمد قناعتیان	نماینده تحصیلات تکمیلی	استادیار	

تقدیم به

شهدای ۸ سال دفاع مقدس

همسرمهربان و پدرومادر عزیزم

تشکر و قدردانی

بر خود لازم می‌دانم که از جناب آقای دکتر احمد آخوند که در مراحل مطالعه ، تحقیق ، نگارش و ویرایش مقالات و پایان‌نامه‌ی اینجانب، صمیمانه و دلسوزانه و فراتر از یک استاد راهنما در انجام این مجموعه من را یاری کرده‌اند کمال تشکر و سپاس را داشته باشم.

عنوان پایان نامه:

مطالعه‌ی درهم‌تنیدگی گرمایی زنجیره‌های اسپینی مدل هایزنبرگ

نگارنده:

نوید هادی‌زاده

چکیده

در این پایان‌نامه زنجیره‌ی اسپینی هایزنبرگی مدل XXX را برای دو کیوبیت و سه‌کیوبیت به‌کار برده، سپس اثر میدان‌های خارجی متفاوت را برآن‌ها بررسی کرده‌ایم. هدف از این کار یافتن جهت‌گیری-های مناسب میدان مغناطیسی برای افزایش میزان درهم‌تنیدگی در مدل‌های ذکر شده می‌باشد .نتایج بررسی‌های ما نشان می‌دهد که میدان‌های مغناطیسی و دما دو عامل کنترل کننده در میزان درهم‌تنیدگی زنجیره‌ی اسپینی می‌باشند.در سیستم دو کیوبیتی، اثر میدان‌های مغناطیسی خارجی خلاف‌جهت نسبت به میدان‌های هم‌جهت در افزایش درهم‌تنیدگی دو کیوبیت مفیدتر است.در زنجیره‌ی سه کیوبیتی، جهت-گیری مناسب میدان مغناطیسی اعمال شده بر کیوبیت میانی می‌تواند اولاً باعث ایجاد درهم‌تنیدگی در حالت فرومغناطیس و ثانیاً موجب افزایش درهم‌تنیدگی در حالت آنتی‌فرومغناطیس شود.

کلمات کلیدی:درهم‌تنیدگی گرمایی-کیوبیت-معیار تلاقی-زنجیره‌ی اسپینی.

فهرست مطالب

عنوان | صفحه

عنوان	صفحه

فهرست شکل‌ها

عنوان صفحه

عنوان | صفحه

عنوان صفحه

عنوان | صفحه

فهرست جدول‌ها

پیش گفتار

دنیای کنونی فیزیک را می‌توان به دو بخش عمده تقسیم کرد؛ یکی فیزیک کلاسیک و دیگری فیزیک کوانتوم. منظور از فیزیک کلاسیک مجموعه‌ای از قوانین و روابط فیزیکی است که تقریباً تا اوایل قرن بیستم بدست آمده بود و قادر بودند بسیاری از پدیده‌های عالم را توصیف کنند، اما پدیده‌هایی وجود داشتند که یا توضیح آن‌ها با این قوانین ممکن نبود و یا توجیه آن پدیده‌ها به‌صورت منحصر به فرد انجام می‌شد و امکان تعمیم آن به پدیده‌های دیگر وجود نداشت. آغاز قرن بیستم مصادف با آغاز دو واقعه‌ی مهم در فیزیک بود که دیدگاه بنیادی ما را درمورد ساختار جهان متحول کرد، یکی نظریه‌ی نسبیت اینشتین بود، و دیگری پدیدار شدن فیزیک کوانتومی.

نظریه‌ی نسبیت قوانین نیوتنی را به چالش می‌کشید و به تصحیح این قوانین در محدوده‌ی سرعت‌های بالا می‌پرداخت؛ همچنین خمیدگی فضا–زمان در اثر وجود گرانش ازدیگر مباحث جدیدی بود که با ظهور نظریه‌ی نسبیت خودنمایی کرد.

فیزیک کوانتومی نیز پای علم را به دنیای میکروسکوپی بیشتر باز کرد و موجب درک بهتر و بیشتر از این دنیای پر رمز و راز شد. توصیف و توجیه بسیاری از پدیده‌ها مانند ابررسانایی و همچنین پیش‌بینی ساخت بسیاری از ابزارها مانند لیزرها و... بر اساس فیزیک کوانتومی صورت گرفته است.

گذشته از مواردی که درباره‌ی فواید و راه‌گشایی‌های مکانیک کوانتومی بیان شد، باید گفت که در دنیای کنونی که به حق نام عصر اطلاعات را به خود گرفته است مهم‌ترین چیز رسیدن به انتقال سریع‌تر، گسترده‌تر و با امنیت بالاتر اطلاعات است، که فیزیک کوانتومی نیز در این عرصه وارد شده و با بررسی سیستم‌های اسپینی[۱–۲] هدف ساخت کامپیوترهای کوانتومی[۳]، موضوعاتی نظیر کدگذاری چگال[٤]، فرابرد کوانتومی[٥]، نقاط کوانتومی[۳]، کلیدهای کوانتومی[٦]، اسپین‌های هسته[٥]، شبکه‌های اپتیکی[۷–۸] و ... را دنبال می‌کند.

فصل ۱
مفاهیم و اصول، اطلاعات و محاسبات کوانتومی

اولین بار و در سال ۱۳۶۱، ریچارد فایمن بیان کرد که شبیه سازی یک سیستم کوانتومی با کامپیوترهای کلاسیکی کار دشوار و طاقت فرساییست و برای انجام این شبیه سازی‌ها، پیشنهاد ساخت کامپیوترهای کوانتومی، که بر اساس مکانیک کوانتومی کار کنند را ارائه داد. به دنبال بیان چنین ایده‌ای مقالاتی توسط افرادی نظیر دیوید دویچ در زمینه‌ی محاسبه‌گرهای کوانتومی، پیتر شور در مورد الگوریتم کوانتومی و افرادی دیگر نیز در زمینه‌های ارتباطات کوانتومی و امنیت آن‌ها انتشار یافت.

با ادامه‌ی تحقیقات نظری و عملی و گسترده شدن این شاخه‌ی نوپای فیزیک کوانتومی، نامی جدید تحت عنوان اطلاعات و محاسبات کوانتومی[1] برای آن انتخاب شد.

۱-۱ بیت و کیوبیت

برای آشنای با مفهوم کیوبیت، ابتدا اطلاعات خود را در مورد بیت مرور می‌کنیم. بیت‌ها در واقع کوچک-ترین واحد اطلاعات کلاسیکی به‌شمار می‌روند که در کامپیوترهای فعلی مورد استفاده هستند و اساس محاسبات و ارتباطات کلاسیکی محسوب می‌شوند. با بیان نام بیت ذهن ما ناخوداگاه به طرف یک سری صفر و یک معطوف می‌شود که تصور صحیحی از بیت است زیرا در واقع همین صفر یا یک‌ها هستند که به بیت‌ها مفهوم می‌دهند. البته بیت را در کامپیوترهای کلاسیکی به‌صورت صفر و یک بیان می‌کنند ولی به‌طور کلی هر سیستم دوحالتی مانند بالا-پایین، چپ-راست، بله-خیر، صحیح-غلط، خاموش-روشن ونظیر این‌ها را می‌توان بیت نامید؛ در کل به چنین حالت‌هایی حالت‌های منطقی گفته می‌شود. اساس فرآیندهای اطلاعات کوانتومی نیز مانند اطلاعات کلاسیکی بر کدگذاری عددی استوار است. حامل‌های فیزیکی اطلاعات با پیشرفت علمی گسترده‌تر می‌شوند اما در حال حاضر دو عامل ولتاژ و نور به عنوان ابزار فیزیکیِ عینیت بخشیدن به حالت‌های صفر و یک استفاده می‌شوند.مثلاً برای انتقال اطلاعات در فیبرهای نوری، عدم وجود نور بیانگر منطق ۰ و یک پالس نوری کوتاه نماینده‌ی منطق ۱ است. حال این سوال پیش می‌آید که اگر منبع نوری که برای انتقال اطلاعات استفاده می‌شود ضعیف و ضعیف‌تر گردد تا

---
[1] Quantum computation and Information

در نهایت به یک کوانتوم منفرد از نور – یک فوتون – تبدیل شود چه اتفاقی می‌افتد؟چه انتظاری باید از ترانزیستوری داشته باشیم که تاکنون با یک الکترون منفرد کلید می‌خورد اما حال باید با یک فوتون سروکار داشته باشد؟

اگر بخواهیم به سوال‌هایی از این قبیل که مطرح می‌شوند پاسخ دهیم باید وارد دنیای میکروسکوپیک با شرایط و قوانین خاص مربوط به آن شویم، به عبارت دیگر نمی‌توانیم برای سیستم‌های دو حالتی در محدوده‌ی مکانیک کوانتومی، از اصطلاح کلاسیکیِ بیت استفاده کنیم و به‌جای آن از واژه‌ی کیوبیت[۱] ، که مخفف عبارت بیت کوانتومی[۲] است استفاده می‌کنیم. بنابراین می‌توان گفت که کیوبیت، واحد اطلاعات کوانتومی است.

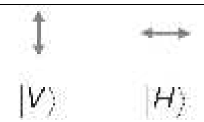
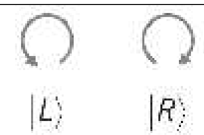
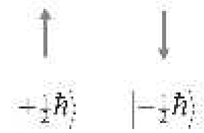
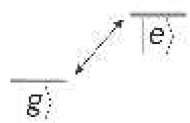
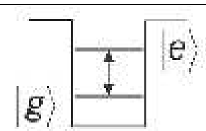
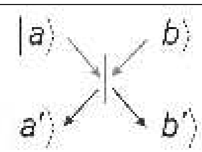
در علم اطلاعات کوانتومی، ابزارهای کوانتومی، نقش حامل‌های اطلاعات را ایفا می‌کنند. وقتی که ما بتوانیم فرآیندی خاص را پیدا کنیم که شامل دو مجموعه‌ی ممکن باشد، می‌توانیم ۰ و ۱ها را بسته به آن ویژگی خاص، تعریف کنیم. چند مورد از راه‌کارهای عملی برای اجرای فیزیکی سیستم‌های کیوبیتی عبارتند از[۹]:

- حالت‌های برانگیخته‌ی الکترون‌ها در یون‌ها و یا اتم‌های فوق سرد.
- اتم‌های دو سطحی(همچنین اتم‌هایی با بیش از دو سطح، البته زمانی که دو سطح از آن در یک فرآیند خاص نقش اصلی را ایفا کنند)، و یون‌هایی با دو سطح انرژی؛
- قطبش ذرات با اسپین $\frac{۱}{۲}$؛
- قطبش فوتون‌های منفرد؛
- نقاط کوانتومی؛
- مدهای میدان الکترومغناطیسی در یک کاواک مشدّد.

البته این موارد به‌عنوان همه‌ی سیستم‌های کیوبیتی نیستند و سیستم‌های کیوبیتی دیگری نیز وجود دارند. جدول۱–۱ می‌تواند به درک بهتر سیستم های کیوبیتی کمک کند. در این جدول به دلیل ویژگی‌های دو حالتی، که در نشانه‌ی گیومه آمده‌اند، به موجودات فیزیکی مربوط به آن‌ها، کیوبیت گفته می‌شود.

[1]Qubit
[2] Quantum bit

جدول ۱–۱ برخی از سیستم‌هایی که می‌توان آنها را به‌عنوان کیوبیت در نظر گرفت

کیوبیت(ویژگی دوحالتی)	$\|0\rangle$ $\|1\rangle$
فوتون (قطبش خطی)	
فوتون (قطبش دایره‌ای)	
الکترون،نوترون، هسته‌های اتم (اسپین)	
اتم، یون (لایه‌های داخلی)	
نقاط کوانتومی (سطوح انرژی)	
ذرات(مُدها در ابزارتقسیم کننده‌ی باریکه)	

۱–۲ تعریف ریاضی کیوبیت

کیوبیت را از نظر ریاضی این‌گونه تعریف می‌شود "هر سیستم کوانتومی که بیشتر از دو حالت مستقل خطی نداشته باشد را می توان بصورت بردارهایی در فضای هیلبرت دو بعدی شرح داد، که به حالتهای کوانتومی در این فضا، کیوبیت، گفته می شود".

در دنیای ریاضی هر فضایی را که برای کار انتخاب می‌کنیم دارای پایه‌های مستقل متعامد مربوط به خودش است، برای مثال وقتی می‌خواهیم به بررسی یک حرکت کلاسیکی در فضای مختصات دکارتی بپردازیم، بردارهای مربوط به این حرکت را براساس پایه‌های نرمال ومتعامد در این فضا، یعنی $\hat{k},\hat{j},\hat{i}$ تعریف می‌کنیم؛ به عبارت دیگر این سه بردار از یکدیگر مستقل‌اند و نمی‌توان آن‌ها را براساس یکدیگر تعریف و یا به یکدیگر وابسته کرد. در فضای مورد استفاده در مبحث اتم‌های دو سطحی، یعنی فضای هیلبرت،پایه‌های نرمال متعامد را با حالت بالا یا پایین بودن اسپین الکترون بیان می‌کنیم که آن‌ها را به ترتیب با $|0\rangle$ و $|1\rangle$ نشان می‌دهیم که البته این دو پایه را می‌توان برای محاسبات جبری به ترتیب به شکل ماتریسی $\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ و $\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ نیز نشان داد. این پایه‌ها را ، پایه‌های محاسباتی[1] و همچنین پایه‌های استاندارد[2] نیز می‌نامند[۱۳]. برخلاف بیت‌ها که تنها می‌توانندحالت ۰ یا ۱ را داشته باشند، یک سیستم کوانتومی می‌تواند علاوه بر این حالت‌ها در هر حالتی که نتیجه‌ی برهم‌نهی پایه‌های متعامد است قرار داشته باشد. کیوبیت‌ها با توجه به پایه‌های متعامد بیان شده، به شکل کلی زیر نشان داده می‌شوند[۹]

$$|\psi\rangle = c_0|0\rangle + c_1|1\rangle \qquad (1-1)$$

البته حالت کلی فوق با اعمال شرطِ $|c_0|^2 + |c_1|^2 = 1$ نام کیوبیت را به خود می‌گیرد. اشاره به یک اصطلاح خالی از فایده نیست، و آن اینکه در برخی موارد بجای استفاده از عبارت سیستم‌های کیوبیتی[3] به اختصار از کلمه‌ی کیوبیت‌ها[4] استفاده می‌شود.

لازم به ذکر است که نام کیوبیت فقط اختصاص به فضای هیلبرت دو بعدی دارد و بدین معنی است که ما در فضای بالاتر، مثلاً در فضای هیلبرت سه بعدی، که مربوط به ذرات با اسپین یک است، کیوبیت نداریم، بلکه در آن‌جا با کیوتریت[5] ها سروکار داریم. به‌طورکلی هر بردار در فضای هیلبرت d بعدی، بعنوان یک کیودیت[6] شناخته می‌شود[۱۳].

برای محاسبات در فضای هیلبرت دو بعدی، عملگرهای یکانی و عملگرهای پائولی ابزارهای مهمی به‌شمار می‌روند.

---

[1] Computational basis
[2] Standard basis
[3] Qubit systems
[4] Qubits
[5] Qtrit
[6] Qudit

۱-۳ عملگرهای پائولی

نیاز ما به عملگرهای پائولی از آنجا ناشی می‌شود که ما با الکترون‌هایی با اسپین $\frac{۱}{۲}$ که در فضای هیلبرت دوبعدی تفسیر می‌شوند مواجه می‌شویم، بنابراین سه عملگر هرمیتی را با نام عملگرهای پائولی معرفی می‌کنیم. در این مجموعه، عملگرهای پائولی را با σ_i نمایش داده‌ایم که در برخی موارد، i را با نشانه‌های $i=۱,۲,۳$ و در بعضی مواقع با $i=x,y,z$ نمایش خواهیم داد. نمایش جبری این عملگرها، که شاید بیشتر به کار ما می‌آید به‌صورت زیر است[۱۱]:

$$\sigma_z=\begin{pmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & -۱ \end{pmatrix} \qquad \sigma_y=\begin{pmatrix} ۰ & -i \\ i & ۰ \end{pmatrix} \qquad \sigma_x=\begin{pmatrix} ۰ & ۱ \\ ۱ & ۰ \end{pmatrix} \tag{۱-۲}$$

برخی از ویژگی‌های این عملگرها عبارتند از:

$$\begin{aligned} &\sigma_i=\sigma_i^{\dagger} \\ &\sigma_i=\sigma_i^{-۱} \\ &tr(\sigma_i)=۰ \\ &\sigma_i^{۲}=I \end{aligned} \tag{۱-۳}$$

که منظور از علامت I، ماتریس واحدِ دو در دو به شکل $\begin{pmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{pmatrix}$ می‌باشد.

اگر ویژه بردارهای $|۰\rangle$ و $|۱\rangle$ را به‌عنوان پایه‌های نرمال متعامدِ σ_z انتخاب کنیم؛ که به‌ترتیب دارای ویژه مقادیر ۱+ و ۱− باشند، می‌توان این عملگرها را به‌صورت نمایش برا-کتی نشان داد:

$$\begin{aligned} &\sigma_x=|۰\rangle\langle ۱|+|۱\rangle\langle ۰| \\ &\sigma_y=-i\left(|۰\rangle\langle ۱|-|۱\rangle\langle ۰|\right) \\ &\sigma_z=|۰\rangle\langle ۰|-|۱\rangle\langle ۱| \end{aligned} \tag{۱-۴}$$