بسم الله الرحمن الرحيم

پژوهشکده ساختمان و مسکن

پایان‌نامه کارشناسی ارشد

مهندسی عمران - مهندسی زلزله

تئوریهای تغییراتی برای تحلیل استاتیکی و دینامیکی سازه ها

استاد راهنما :

پروفسور علی کاوه

نگارش :

میثم نجیمی

آبان‌ماه ۸۵

بسمه تعالي

مرکز تحقیقات ساختمان و مسکن

پژوهشکده ساختمان و مسکن

تاییدیه هیات داوران

آقای میثم **نجیمی** پایان‌نامه کارشناسی ارشد ۶ واحدی خود را با عنوان **« قضایای تغییراتی برای تحلیل استاتیکی و دینامیکی سازه‌ها »** که در تاریخ ۸۵/۸/۲۱ ارایه کردند. اعضای هیات داوران نسخه نهایی این پایان‌نامه را از نظر فرم و محتوی تایید و پذیرش آنرا برای تکمیل درجه کارشناسی ارشد رشته مهندسی عمران با گرایش مهندسی زلزله پیشنهاد می‌کنند.

اعضای هیات داوران	نام و نام خانوادگی	امضا
۱- استاد راهنما	آقای دکتر علی کاوه	
۲- استاد مشاور	–	
۳- استادان ممتحن خارجی	آقای دکتر استکانچی	۸۵/۸/۲۱
داخلی	آقای دکتر شهروزی	۸۵/۸/۲۱
۴- مدیر گروه (یا نماینده گروه تخصصی):	آقای دکتر علی کاوه	

۹۹۱۶۴

تقدیم به

پدر و مادر عزیزم کـه تمـام موفقیـت‌هـای زنـدگیم را مرهـون فـداکاری‌هـا و مهربانی‌های آنها هستم.

تقدیر و تشکر

بدین‌وسیله مراتب قدردانی و تشکر خود را از معلم برجسته زندگیم، جناب آقای دکتر علی کاوه که با راهنمایی‌ها و نظرات ارزشمند خود نقش بسزائی در تکمیل این پایان‌نامه داشتند و با اخلاق و منش خویش درس زندگی به من آموختند ابراز می‌دارم. همچنین از کلیه عزیزانی که در راه انجام این پژوهش مرا یاری کردند، صمیمانه تشکر می‌کنم.

چکیده

تئوریهای تغییراتی سازه‌ای، به پیش‌بینی نیروها وتغییرمکانهای دقیق درون یک سازه، و همچنین فرکانسها و مودهای ارتعاشی می‌پردازد، زمانی‌که مقطع عرضی یک یا چند عضو یا خصوصیات مصالح آنها تغییر می‌کند، و یا حتی عضو بطور کلی حذف می‌شود، بدون آنکه نیاز به تحلیل سازه جدید باشد. این تئوریها در دسته روش‌های دقیق برای پیش‌بینی نیروها و تغییرمکانها در سازه اصلاح شده هستند. در این پایان‌نامه، در بخش استاتیکی، روش نیروها و در بخش دینامیکی روش تکرار بردار معکوس برای تغییر اعضای سازه بسط داده شده‌اند. ابتدا تئوریهای تغییراتی برای سازه‌های با اتصالات مفصلی (خرپاها)، قابها، شبکه‌ها و المانهای محدود مستطیلی ارائه شده‌اند. سپس روش نیروها برای تغییر اعضای سازه‌های با اتصالات مفصلی و تغییر اعضای قابها بسط داده شده‌اند. همچنین روش نیروها برای تغییر همزمان اعضای سازه و بارهای خارجی بررسی شده است. در انتها، تئوریهای تغییراتی برای محاسبه فرکانسها و مودهای ارتعاش سازه تغییر یافته ارائه شده است. برای محاسبه خصوصیات ارتعاشی سازه از روش تکرار بردار معکوس به همراه قضایای جبر خطی استفاده شده است.

لغات کلیدی : تئوری‌های تغییراتی سازه‌ای – روش نیروها – خرپاها – قاب‌ها– روش تکرار بردار معکوس – خارج قسمت رایلی – مقادیر ویژه – بردارهای ویژه

فهرست مطالب

مقدمه

یکی از مشکلات اصلی که اغلب طراحان به هنگام طراحی سازه با آن مواجه می شوند، الگوی تغییر در نیروهای اعضا و تغییرشکلهای اتصالات در یک سازه است، زمانی که تغییری در یک عضو یا تعدادی از اعضای آن رخ می دهد. این تغییر سبب می شود که طراح مجبور باشد به تشکیل دوباره ماتریس نرمی (در روش نیروها) یا ماتریس سختی (در روش تغییرمکانها) بپردازد. این محاسبات به خصوص وقتی تغییرات زیادی در سازه انجام شود یا زمانی که طراح بخواهد برای رسیدن به طرح مناسب، طرح اولیه را اصلاح کند و تعدادی گزینه جایگزین را انتخاب نماید، می تواند بسیار زمان بر و غیراقتصادی باشد.

مبحث دیگری که در آن تحلیل مجدد نیاز است، تحلیل غیرخطی سازه هاست. روشهای تحلیلی برای تعیین پاسخ یک سازه برای رفتارغیرخطی هندسی و/ یا مصالح غیرخطی عموماً مستقیم نیستند، و طبیعت تکراری دارند. آنها با تکرارهای درست به جواب نزدیک می شوند. در هر تکرار، تحلیل خطی یک سازه انجام شده، و به این ترتیب تحلیل مجدد سازه بعنوان یک ابزار اصلی برای روشهای تحلیل غیرخطی درمی آید.

در نهایت، خصوصیات مقطع عرضی اعضا سازه بعلت خراب شدن یا ضربه تصادفی تغییر می کند. آسیب در یک عضو سازه ممکن است سبب کاهش در سختی آن یا حتی بعضی مواقع باعث حذف کلی عضو در سازه شود. در چنین حالاتی به منظور ارزیابی مقدار آسیب و بررسی کفایت (واجدشرایط بودن) سازه باقیمانده، لازم است چندین تحلیل دیگر انجام شود.

این مشکلات سبب شد تا محققانی مانند مجید، الیوت، ساکا و دیگران به فکر پیدا کردن راه حلی بیفتند که بتوان بدون حل مجدد سازه، نیروها و تغییرمکانها را در سازه ارزیابی کرد. یکی از این راه حلها که از دسته راه حلهای دقیق می باشد، استفاده از تئوریهای تغییراتی سازه ای است.

تئوریهای تغییراتی سازه ای، به پیش بینی نیروها وتغییرمکانهای دقیق درون یک سازه، و همچنین فرکانسها و مودهای ارتعاشی می پردازد، زمانی که مقطع عرضی یک یا چند عضو یا خصوصیات مصالح آنها تغییر می کند، و یا حتی عضو بطور کلی حذف می شود، بدون آنکه نیاز به تحلیل سازه جدید باشد.

فصل اول

تئوریهای تغییراتی

۱- تئوریهای تغییراتی

۱-۱- سازه های با اتصالات مفصلی

اولین تئوری تغییراتی سازه ای، نیروها و تغییرمکانها را در یک سازه با اتصالات مفصلی پیش بینی می کند، زمانی که مساحت یک عضو (یا اعضا) تغییر می کند [۵].

مساحت اصلی عضو داده شده را A، تغییر در مساحت را δA و مساحت جدید را A' در نظر گرفته و α را بصورت $\delta A/A$ تعریف می کنیم. اگر δA را همیشه مثبت فرض کرده، برای کاهش مساحت عضو، A' و δA از فرمولهای (۱-۱) و برای افزایش مساحت عضو از فرمولهای (۱-۲) بدست می آیند.

$$A' = A - \delta A = A(1+\alpha) \qquad \text{(۱-۱- الف)}$$

$$\alpha = {}^{-\delta A}\!/\!_{A} \qquad \text{(۱-۱- ب)}$$

$$A' = A + \delta A = A(1+\alpha) \qquad \text{(۱-۲- الف)}$$

$$\alpha = {}^{\delta A}\!/\!_{A} \qquad \text{(۱-۲- ب)}$$

بخصوص برای حذف کلی یک عضو $A' = A - \delta A = 0$ بوده و $\alpha = -1$ خواهد بود.

حال یک سازه هیپراستاتیک (نامعین) استاتیکی با اتصالات مفصلی سه بعدی را در نظر بگیرید که در شکل ۱-۱ نشان داده شده است. سازه تحت یک مجموعه کلی از بارهای خارجی بصورت زیر قرار دارد.

$$L = \{L_1, L_2, \dots\dots\dots, L_d\}$$

در این رابطه d درجات کلی آزادی می باشد. این خرپا دارای N عضو بوده و نیروهای کششی حاصل آن بصورت زیر هستند.

$$P = \{P_1, P_2, \dots\dots\dots, P_N\}$$

فرض کنید که مساحت عضو i که به اتصالات a و b متصل است از A_i به A'_i بـه مقـدار δA_i کاهش یابد. این عضو را می توان به دو عضو جدید با مساحت های A'_i و δA_i تقسیم کرد. نیروهـای وابسته به آنها به ترتیب P'_i و P''_i هستند. این امر زمانی ممکن است که داشته باشیم:

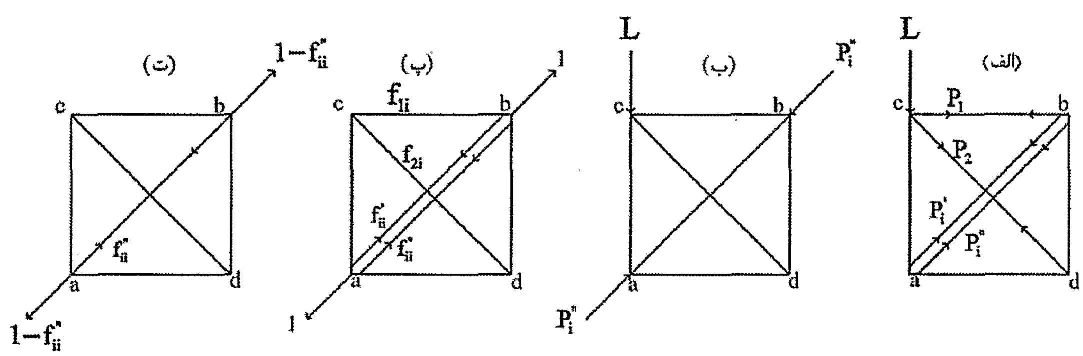
$$P_i = P'_i + P''_i \qquad \text{(۱-۳- الف)}$$

$$\frac{P_i}{A_i} = \frac{P'_i}{A'_i} = \frac{P''_i}{\delta A_i} = \sigma \qquad \text{(۱-۳- ب)}$$

دراین روابط σ تنش عضو i در هر بخش آن عضو و P_i نیروی اولیه عـضو اسـت. از معـادلات (۱-۱) و (۱-۳) داریم:

$$P''_i = -\alpha P_i \qquad \text{(۱-۴- الف)}$$

$$P'_i = (1+\alpha) P_i \qquad \text{(۱-۴- ب)}$$



شکل ۱-۱- الف- سازه و بارگذاری، ب- عضو δA_i با استفاده از نیروهای P''_i جابه جا می شود، پ-نیروهای واحد بر a و b اعمال می شوند، ت- عضو δA_i با استفاده از نیروهای f''_{ii} جابه جا می شود [۵]

تئوری تغییراتی سازه ای بیان می کند که هر عضو این سازه، همچون عضو بـا مـساحت δA_i و نیروی P''_i می توانند بدون تغییر در نیروهای اعضای دیگر برداشته شود، به شرط آنکه عـضو برداشـته شده با دو نیروی متقابل خارجی مثبت P''_i که در a و b و در راستای عضو عمل کند، جایگزین شـود. بعبارتی یعنی مساحت عـضو را از A_i بـه A'_i تغییـر داده و تنهـا دو نیـروی P''_i را بـصورتی در نظـر می گیریم که وظیفه عضو برداشته شده با مساحت δA_i را انجام دهد.

در شکل ۱-۱- پ سازه اصلی نشان داده شده است که تحت اثر دو بار خارجی مساوی و مخالف به اندازه واحد در a و b که در راستای ab عمل می کنند، قرار دارد. نیروهای عضو ناشی از آنها بصورت زیر هستند.

$$f = \{f_{1i}, f_{2i}, ..., f_{Ni}\}$$

که در آن f_{1i}، نیروی عضو ۱ تحت اثر بارهای واحدی است که بصورت محوری در عضو i عمل می کنند. زمانیکه عضو i به دو بخش تقسیم شود، نیروهای f'_{ii} و f''_{ii} نشان داده شده در شکل بصورت زیر خواهند بود.

$$f''_{ii} = -\alpha f_{ii} \qquad \text{(۱-۵- الف)}$$

$$f'_{ii} = (1+\alpha) f_{ii} \qquad \text{(۱-۵- ب)}$$

تحت این بارهای واحد، عضو با مساحت δA_i و نیروهای f''_{ii} می تواند برداشته شود، به شرط آنکه با دو نیروی مساوی و مخالف f''_{ii} که در a و b عمل می کنند جبران شوند. نیروهای کلی خارجی که اکنون در این نقاط عمل می کنند، $1-f''_{ii}$ خواهند بود که در شکل ۱-۱- ت نشان داده شده اند. بزرگی بارهای واحد را می توان بوسیله یک فاکتور $r_{\alpha i}$ افزایش داد که در نتیجه آن نیروهای حاصل در اعضا بصورت $\{r_{\alpha i} f_{1i}, r_{\alpha i} f_{2i}, ..., r_{\alpha i} f_{Ni}\}$ هستند. درنتیجه، دو بخش عضو i، نیروهای $r_{\alpha i} f''_{ii}$ را بوسیله δA_i و $r_{\alpha i} f'_{ii}$ را بوسیله A'_i تحمل می کنند. برداشتن عضو δA_i نیاز به جبران به بزرگی $r_{\alpha i} f''_{ii}$ خواهد داشت و بارهای اعمال شده که به صورت بار خارجی خالص در a و b عمل می کنند، $r_{\alpha i} - r_{\alpha i} f''_{ii}$ خواهند بود. این نشان می دهد که تحت بارگذاری خارجی L، اگر δA_i بدون جبران برداشته شود، داریم:

$$r_{\alpha i} - r_{\alpha i} f''_{ii} - p''_i = 0 \qquad \text{(۱-۶)}$$

ضریب $r_{\alpha i}$ از این به بعد ضریب تغییر برای عضو i نامیده می شود و از ترکیب معادلات (۱-۴) و (۱-۵) و (۱-۶) به صورت زیر بدست می آید.

$$r_{\alpha i} = \frac{-\alpha p_i}{(1+\alpha f_{ii})} \qquad (۷-۱)$$

نیرو در عضو تغییریافته i و عضو فاقد تغییر j به ترتیب از معادلات (۱-۸) و (۱-۹) به دست می آید.

$$\eta_i = p_i^{'} + r_{\alpha i} f_{ii}^{'} = (1+\alpha)(p_i + r_{\alpha i} f_{ii}) \qquad (۸-۱)$$

$$\eta_j = p_j + r_{\alpha i} f_{ji} \qquad (۹-۱)$$

تغییرمکان در اتصال j نیز از معادله (۱-۱۰) بدست می آید که در آن x_j تغییرمکان گره j در سازه اولیه و χ_{ji} تغییرمکان در گره j ناشی از بارهای واحد در دو انتهای عضو i است.

$$\psi_j = x_j + r_{\alpha i} \chi_{ji} \qquad (۱۰-۱)$$

البکری (Al-Bakri) این تئوریها را بسط داد تا تغییر همزمان بعضی از اعضا را پوشش دهد (تغییر برای هر عضو مختلف است). او ثابت کرد که وقتی n عضو تغییر می کنند، ضرایب تغییر $r_{\alpha 1}$ تا $r_{\alpha n}$ بوسیله حل n معادله به صورت (۱-۱۱) بدست می آیند [۷].

$$r_{\alpha i} + \alpha_i p_i + \alpha_i \sum_{j=1}^{n} r_{\alpha j} f_{ij} = 0 \qquad (۱۱-۱)$$

نیروی η_i در عضو جدید i و نیروی η_k در عضو فاقد تغییر k به ترتیب از معادلات (۱-۱۲) و (۱-۱۳) بدست می آیند. خیز جدید ψ_t در نقطه t از سازه از معادله (۱-۱۴) بدست می آید.

$$\eta_i = (1+\alpha_i)(p_i + \sum_{j=1}^{n} r_{\alpha j} f_{ij}) \qquad (۱۲-۱)$$

$$\eta_k = p_k + \sum_{j=1}^{n} r_{\alpha j} f_{kj} \qquad (۱۳-۱)$$

$$\psi_t = x_t + \sum_{j=1}^{n} r_{\alpha j} x_{tj} \qquad (۱۴-۱)$$

۱-۲- قابها با اتصالات صلب

فرض کنید که انتهای اول عضو ab که در شکل ۱-۲ نشان داده شده است، شامل دو بخش بوده باشد. بخش اول ممان اینرسی I_1' دارد و لنگر M_1' را تحمل می کند. ممان اینرسی بخش دوم، δI_1 است و لنگر M_1'' را تحمل می کند. بنابراین [۷]:

$$M_1 = M_1' + M_1'' \qquad (۱-۱۵)$$

دو بخش بوسیله یک برش عمود بر محور خنثای مقطع عرضی بدست آمده اند. بنابراین تنش در یک نوار موازی با محور خنثی برای هر دو بخش یکسان است. هنگامی که بخشی از عضو برداشته شود، δI_1 منفی خواهد بود و $\beta_1 = \frac{-\delta I_1}{I_1}$. بنابراین:

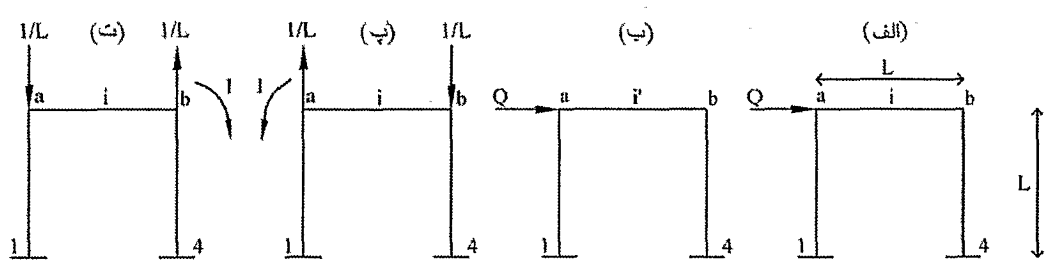
$$M_1' = (1+\beta_1)M_1 \qquad (۱-۱۶- الف)$$

$$M_1'' = -\beta_1 M_1 \qquad (۱-۱۶- ب)$$

برای بارگذاری خارجی نشان داده شده در شکل ۱-۲- پ ، لنگرهای خمشی در هر بخش بصورت زیر هستند:

$$m_{11}' = (1+\beta_1)m_{11} \qquad (۱-۱۷- الف)$$

$$m_{11}'' = -\beta_1 m_{11} \qquad (۱-۱۷- ب)$$



شکل ۱-۲- الف- سازه اولیه و بارگذاری، ب- سازه جدید، پ- لنگر خارجی واحد در انتهای اول عضو به همراه نیروهای برشی وابسته به آن، ت- لنگر خارجی واحد در انتهای دوم عضو به همراه نیروهای برشی وابسته به آن [۷].

اگر بارگذاری نشان داده شده در شکل ۱-۲- پ بوسیله یک ضریب افـزایش r_1 افـزایش یابنـد، لنگرهـای خمـشی کـه بوسـیله معـادلات (۱-۱۷) داده شـده انـد، برابـر $r_1(1+\beta_1)m_{11}$ و $-r_1\beta_1 m_{11}$ خواهند بود. بوسیله این بارهای خارجی ضریب دار اعمال شـده، بخـش دوم از انتهـای اول مـی توانـد برداشته شود. نیروهای اعضا در قاب تغییر نمی کند، زمانی که جابه جایی بخـش دوم بوسـیله اعمـال یک لنگر خارجی به بزرگی $r_1 m''_{11}$ به اتصال a و یک نیروی برشی $\frac{r_1 m''_{11}}{L}$ به a و b جبران شود. لنگـر خارجی خالص در a' اکنون برابر $r_1 - r_1 m''_{11}$ است. با این وجود، اگر بخش دوم بـدون جبـران برداشـته شود و بارهای خارجی همانهایی باشند که در شکل ۱-۲- الف نشان داده شده اند، در اینصورت:

$$r_1 - r_1 m''_{11} - M''_1 = 0 \tag{۱-۱۸}$$

با استفاده از معادله (۱-۱۸) به همراه معادلات (۱-۱۴) و (۱-۱۵) داریم:

$$r_1 = \frac{-\beta_1 M_1}{(1+\beta_1 m_{11})} \tag{۱-۱۹}$$

لنگر خمشی جدید در انتهای اول از رابطه (۱-۲۰) بدست می آید.

$$\mu_1 = M'_1 + r_1 m'_{11} \tag{۱-۲۰}$$

با استفاده از معادله (۱-۲۰) به همراه معادلات (۱-۱۵)، (۱-۱۶) و (۱-۱۹) داریم:

$$\mu_1 = \frac{(1+\beta_1)M_1}{(1+\beta_1 m_{11})} \tag{۱-۲۱}$$

لنگر خمشی در هر نقطه فاقد تغییر k با استفاده از اصل جمع آثار قوا بصورت زیر بدست می آید.

$$\mu_k = M_k + r_1 m_{k1} \tag{۱-۲۲}$$

لنگر r_1 و نیروی برشی وابسته به آن سبب خیز $r_1\chi_{t1}$ در نقطه t می شـود و در اینـصورت تغییرمکـان کلی در t بصورت $\psi_t = x_t + r_1\chi_{t1}$ خواهد بود. با استفاده از معادله (۱-۱۹) داریم:

$$\psi_t = x_t - \frac{\beta_1 M_1 \chi_{t1}}{(1+\beta_1 m_{11})} \tag{۱-۲۳}$$

که ψ_t را بصورت هیپربولیکی به β_1 ربط می دهد.

با پروسه ای مشابه با سازه های با اتصال مفصلی، می توان ضرایب تغییر r_1 و r_2 را برای تغییر دو انتهای عضو از روابط زیر محاسبه کرد.

$$r_1 + \beta_1 M_1 + \beta_1 (r_1 m_{11} + r_2 m_{12}) = 0 \quad (۱-۲۴- \text{الف})$$

$$r_2 + \beta_2 M_2 + \beta_2 (r_1 m_{21} + r_2 m_{22}) = 0 \quad (۱-۲۴- \text{ب})$$

که در آن
$$\beta_1 = \frac{(I_1^{'} - I)}{I} = \frac{\delta I_1}{I_1} \quad \text{و} \quad \beta_2 = \frac{(I_2^{'} - I)}{I} = \frac{\delta I_2}{I_2}$$

معادلات (۱-۲۴) مشابه معادله (۱-۱۱) با $n = 2$ بوده و با حل آنها برای r_1 و r_2 داریم:

$$r_1 = \frac{\beta_1 \left[M_2 \beta_2 m_{12} - M_1 (1 + \beta_2 m_{22})\right]}{D} \quad (۱-۲۵- \text{الف})$$

$$r_2 = \frac{\beta_2 \left[M_1 \beta_1 m_{21} - M_2 (1 + \beta_1 m_{11})\right]}{D} \quad (۱-۲۵- \text{ب})$$

که در آن
$$D = (1 + \beta_1 m_{11})(1 + \beta_2 m_{22}) - \beta_1 \beta_2 m_{12} m_{21}$$

M_1 و M_2 لنگرهای خمشی در انتهای اول و دوم عضو ab ناشی از بارهای خارجی واقعی قبل از جابه جایی عضو هستند. لنگرهای خمشی جدید μ_1 و μ_2 در دو انتهای عضو جدید بصورت زیر خواهند بود.

$$\mu_1 = (1 + \beta_1)(M_1 + r_1 m_{11} + r_2 m_{12}) \quad (۱-۲۶)$$

در هر نقطه فاقد تغییر k، لنگر خمشی بصورت زیر است

$$\mu_k = M_k + r_1 m_{k1} + r_2 m_{k2} \quad (۱-۲۷)$$

و خیز (یا چرخش) ψ_t در نقطه t بوسیله زیر داده می شود:

$$\psi_t = x_t + r_1 \chi_{t1} + r_2 \chi_{t2} \quad (۱-۲۸)$$

که در آن x_t خیز اصلی ناشی از بارهای خارجی L و χ_{t1} و χ_{t2} به ترتیب خیزها در t ناشی از بارهای خارجی در شکل ۱-۲- پ و ۱-۲- ت هستند. با روش البکری (Al-Bakri) می توان این تئوریها را برای تغییر چند عضو نیز بسط داد.