دانشگاه صنعتی امیرکبیر

تحلیل تنش پادصفحه ای درمحیطهای تضعیف شده توسط چندین ترک و حفره

ارائه شده برای دریافت درجه دکتری

توسط :

رضا تیموری فعال

استاد راهنما

دکتر شهریار فریبرز

استاد مشاور

دکتر حمید رضا داغیانی

دانشکده مهندسی مکانیک

۱۳۸۴

بسمه تعالی

شماره :

تاریخ :84/6/26

معاونت پژوهشی

فرم پروژه تحصیلات تکمیلی 7

فرم اطلاعات پایان‌نامه

کارشناسی ارشد و دکترا

دانشگاه صنعتی امیرکبیر

(پلی تکنیک تهران)

مشخصات دانشجو

نام و نام خانوادگی : رضا تیموری فعال ☒ **دانشجو آزاد** ☐ **بورسیه** ☐ **معادل**

شماره دانشجویی : 78126906 **دانشکده :** مکانیک **رشته تحصیلی :** مهندسی مکانیک

نام و نام خانوادگی استاد راهنما : دکتر شهریار فریبرز

عنوان به فارسی : تحلیل تنش پادصفحه ای درمحیطهای تضعیف شده توسط چندین ترک و حفره

عنوان به انگلیسی : Anti-plane Stress Analysis of Media Weakened by Multiple Cracks and Cavities

نوع پروژه : ☐ **کارشناسی ارشد** / ☒ **دکترا** ☐ **کاربردی** ☐ **بنیادی** ☐ **توسعه‌ای** ☒ **نظری**

تاریخ شروع :82/6/**17** **تاریخ خاتمه :** 84/3/**3** **تعداد واحد :** -

سازمان تأمین کننده اعتبار : .معاونت پژوهشی دانشگاه صنعتی امیرکبر

واژه‌های کلیدی به فارسی : تحلیل تنش، نابجایی پادصفحه ای، ترک، حفره

واژه‌های کلیدی به انگلیسی : Stress Analysis, screw dislocation, crack, cavity

---

نظرها و پیشنهادها به منظور بهبود فعالیت‌های پژوهشی دانشگاه : -

استاد راهنما : -

دانشجو : -

امضا استاد راهنما : **تاریخ :** 84/6/26

نسخه 1) معاونت پژوهشی

نسخه 2) کتابخانه و به انضمام دو جلد پایان نامه به منظور تصفیه حساب با کتابخانه و مرکز اسناد و مدارک علمی

چکیده :

میدان تنش و جابجایی در صفحه بینهایت، نیم صفحه، باریکه، گوه نامحدود و محدود حاوی نابجائی پادصفحه ای ولترا بدست آمده است. با استفاده از روش توزیع نابجائی معادلات انتگرال برای این محیطها وقتی که توسط مجموعه ای از ترکهای مستقیم یا منحنی تضعیف شده اند ایجاد می شود. با بستن دو سر ترک مساله حفره هم بررسی شده است. معادلات انتگرال از نوع کوشی می باشند و روشهای خاصی برای حل این معادلات وجود دارد. در صورتیکه محیط دارای حفره و ترک باشد روشهای بکار رفته توسط سایر محققین بعلت وجود تکینگی در نوک ترک و عدم وجود تکینگی در حفره دیگر کارا نبوده و روش جدیدی برای حل معادلات با تکینگی کوشی ابداع گردیده که این نوع مسائل را حل نماید. بکمک اصل باکنر اثر بارگذاری خارجی در دوردست و یا در مرزهای محیط روی سطوح ترکها بدست می آیند. معادلات انتگرال حل شده و دانسیته نابجایی بدست آمده اند سپس ضریب شدت تنش در نوک ترکها و تنش محیطی بی بعد روی حفره ها محاسبه گردیده اند. برای نشان دادن صحت روابط بدست آمده نتایج با مراجع متفاوت مقایسه شده و تطابق بسیار خوبی مشاهده گردیده است. همچنین کارایی روش با حل تعدادی مثال بررسی شده است.

فهرست مطالب

موضوع	صفحه

فهرست جدولها و شکلها

فهرست علائم

ضرائب وزنی روش انتگراگیری مربعی	A_{jk}
ضرایب ظاهر شده در تبدیل تبدیل ملین تغییر مکان $w_k(r,\theta)$	$A_k(s), B_k(s)$
حدود ترک	A_i, B_i
فاصله ابتدای برش نابجائی تا راس گوه	a
اقطار بزرگ و کوچک ترک بیضوی	a_i, b_i
ضرایب ظاهر شده در تبدیل فوریه سینوسی تابع w	a_1, b_1, a_2, b_2
ضرائب ظاهر شده در بسط توابع پیوسته $g_{zj}(t)$	B_{jh}
تابع دانسیته نابجائی بر حسب متغییر بی بعد	$b_{zj}(t)$
شعاع گوه مرکب محدود	b
ثابت مشخص کننده خط بروموویچ	c
توابع تعریف شده برای میدان تغییر مکان نابجائی گوه مرکب با زوایای راس مساوی	$C(\omega,r,\theta), S(\omega,r,\theta)$
دانسیته نابجائی پادصفحه ای درنقطه ای از ترک j ام	$D_{zj}(\tau)$
تابع مشخص کننده قطبهای انتگرالهای مختلط تنش گوه با دو وجه آزاد	$D_1(s)$
تابع مشخص کننده قطبهای انتگرالهای مختلط تنش گوه با یک وجه گیردار و یک وجه آزاد	$D_2(s)$
المان طول روی مرز ترک	$d\lambda_j(\tau)$
ضرایب ظاهر شده در تبدیل فوریه تابع $w(x,y)$	$E(\Omega), F(\Omega)$
شعاع بی بعد گوه مرکب محدود	e
تابع چند مقداری برای تعریف نابجائی در مختصات دکارتی	$f(x_1, y_1, x, y)$
مختصات ابتدای ترک مستقیم در مختصات قطبی	e_i, η_i
مختصات انتهای ترک مستقیم در مختصات قطبی	f_i, γ_i
تابع چند مقداری برای تعریف نابجائی در مختصات قطبی	$g(R_1, \theta_1, R, \theta)$
بردار دانسیته نابجائی ترکها در نقاط گسسته سازی	$\mathbf{g}_{zj}(t_p)$
تابع غیر تکین ظاهر شده در دانسیته نابجائی	$g_{zi}(t)$
ماتریس ضرائب معادلات انتگرالی گسسته شده	H_{ij}
فواصل محور x از وجوه باریکه	h_1, h_2
فاصله محور x انتخابی از وجه نیم صفحه	h
کرنل معادله انتگرالی برای گوه نا محدود	$K_{ij}(\tau,\xi,C_{ij})\big\rvert_{\text{infinite wedge}}$
کرنل معادله انتگرالی برای گوه محدود	$K_{ij}(\tau,\xi)\big\rvert_{\text{finite wedge}}$
کرنل معادله انتگرالی	$K_{ij}(\tau,\xi)$

کرنل معادله انتگرالی با متغییرهای بی بعد	$k_{ij}(s,t)$
ضرایب شدت تنش نوکهای سمت راست و چپ ترک	$(k_{III})_{L_i}, (k_{III})_{R_i}$
ضریب تمرکز تنش مرز حفره	$\overset{*}{k}_{III}$
ضریب شدت تنش یک ترک مستقیم در صفحه بینهایت	k_0
چند جمله ای لاگرانژ	$L_k(s)$
نصف طول ترک مستقیم	l_i
طول بار گذاری ثابت بروی وجوه آزاد گوه	l
تعداد حفره ها	M
تعداد نقاط گسسته سازی	m
تعداد ترکهای احاطه شده در محیط	N_1
تعداد ترکهای لبه ای	N_2
تعداد ترک	N
ضرایب ظاهر شده در تبدیل تبدیل ملین محدود نوع اول تغییر مکان $w_k(r,\theta)$	$\overline{P}_k(s), \overline{Q}_k(s)$
ضرایب ظاهر شده در تبدیل تبدیل ملین محدود نوع دوم تغییر مکان $w_k(r,\theta)$	$P_k(s), Q_k(s)$
سمت راست معادله انتگرالی برای گوه نا محدود با دو وجه آزاد	$Q_i(\xi)\Big\|_{\text{infinite wedge}}^{\text{trac-free}}$
سمت راست معادله انتگرالی برای گوه محدود با دو وجه آزاد	$Q_i(\xi)\Big\|_{\text{finite wedge}}^{\text{trac-free}}$
توزیع تنش معلوم روی سطوح ترکها	$Q_i(\xi)$
بردار بارگذاری روی سطوح ترکها در نقاط گسسته سازی	$\mathbf{q}_j(s_r)$
توزیع تنش معلوم روی سطوح ترکها بر حسب متغییر بی بعد	$q_i(s)$
مختصات نقطه ای از ترک j ام در مختصات قطبی	$R_j(\tau), \theta_j(\tau)$
مختصات قطبی مماس بر سطوح ترکها	$\overline{R}, \overline{\theta}$
شعاع بی بعد شده در گوه	r
فاصله نقاط روی ترک از نوکهای سمت راست و چپ ترک	r_{L_i}, r_{R_i}
مختصات تعریف شده برای نشان دادن چند مقداری بودن میدان تغییر مکان نابجائی گوه	r', θ'
نقاط گسسته سازی معادلات انتگرالی	s_r, t_p
قطبهای انتگرالهای مختلط تنش گوه	s_i
متغییر تبدیل ملین	s
متغییرهای بی بعد مشخص کننده معادله ترک	t, s
چند جمله ایهای چبیشهف نوع اول و دوم	$T_n(t), U_{n-1}(s)$
جابجائی درون صفحه ای در جهت محور x	u
جابجائی درون صفحه ای در جهت محور y	v

مولفه تغییر مکان گوه مرکب نامحدود با وجوه آزاد $w(r,\theta)\Big|_{\text{infinite wedge}}^{\text{trac-free}}$

مولفه تغییر مکان گوه مرکب نامحدود با یک وجه گیردار و وجه دیگر آزاد $w(r,\theta)\Big|_{\text{infinite wedge}}^{\text{trac-disp}}$

تبدیل ملین محدود نوع اول تغییرمکان $w_k(s,\theta)$ $\overline{\overline{W}}_k(s,\theta)$

تبدیل ملین محدود نوع دوم تغییرمکان $w_k(s,\theta)$ $\overline{W}_k(s,\theta)$

تبدیل ملین تغییر مکان $w_k(r,\theta)$ $W_k(s,\theta)$

تبدیل فوریه تابع $w(x,y)$ $W(\Omega,y)$

تغییر مکانهای لبه بالایی و پایینی ترک $w_i^+(\xi), w_i^-(\xi)$

جابجائی پاد صفحه ای در جهت محورz w

مختصات نقطه ای از ترک j ام در مختصات دکارتی $x_j(\tau), y_j(\tau)$

مختصات مرکز ترک مستقیم x_{0i}, y_{0i}

زوایای راس گوه های تشکیل دهنده گوه مرکب α,β

متغییر تبدیل فوریه Ω

زاویه ترک مستقیم با افق γ_i

زاویه راس گوه مرکب γ

تابع وزنی جهت محاسبه بازشدگی دهانه ترک j ام $\Delta_j(t)$

تابع دلتای دیراک δ_{ij}

تابع دلتای دیراک $\delta(x)$

مولفه بردار برگرز δ

مولفه های کرنش $\varepsilon_x,\ \varepsilon_y,\ \varepsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{zx}, \gamma_{zy}$

فاصله نقطه اثر بردار تنش نقطه ای روی وجه آزاد گوه ρ_0

محدوده بارگذاری روی وجه آزاد گوه ρ_1, ρ_2

مختصات هر نقطه در داخل گوه ρ,θ

ثابتهای لامه μ,λ

ضرایب صلبیت برشی در گوه مرکب μ_k

نسبت مدول برشی دو گوه μ

مولفه های تنش نابجائی با مولفه برگرز واحد در مختصات دکارتی

$\sigma_{zy}\big|_{dislocation}(x_j(\tau), y_j(\tau), x, y), \sigma_{zx}\big|_{dislocation}(x_j(\tau), y_j(\tau), x, y)$

بارگذاری خارجی در دستگاه دکارتی $\sigma_{zy}\big|_{external}, \sigma_{zx}\big|_{external}$

مولفه های تنش دستگاه دکارتی برای هر نقطه از محیط $\sigma_{zy}\big|_{obtained}, \sigma_{zx}\big|_{obtained}$

مولفه های تنش $\sigma_x, \sigma_y, , \sigma_z \sigma_{xy}, \sigma_{zx}, \sigma_{zy}$

مولفه های تنش در وجوه ترکهای منحنی $\sigma_{Z_iX_i}, \sigma_{Z_iY_i}$

مولفه تنش گوه مرکب نامحدود با وجوه آزاد $\tau_{\theta z}(r,\theta)\Big|_{\text{infinite wedge}}^{\text{trac-free}}$

مولفه تنش گوه مرکب نامحدود با یک وجه گیردار و وجه دیگر آزاد $\tau_{\theta z}(r,\theta)\Big|_{\text{infinite wedge}}^{\text{trac-disp}}$

مولفه های تنش نابجائی با مولفه برگرز واحد

$\tau_{Rz}\big|_{dislocation}(R_j(\tau),\theta_j(\tau),R,\theta), \tau_{\theta z}\big|_{dislocation}(R_j(\tau),\theta_j(\tau),R,\theta)$

مولفه های تنش در جهت مماسی و عمود بر سطح ترک $\tau_{\bar{\theta}z}, \tau_{\bar{R}z}$

بارگذاری خارجی در دستگاه قطبی $\tau_{Rz}\big|_{external}, \tau_{\theta z}\big|_{external}$

مولفه های تنش دستگاه قطبی برای هر نقطه از محیط $\tau_{Rz}\big|_{obtained}, \tau_{\theta z}\big|_{obtained}$

مولفه های غیر صفر تنش در گوه مرکب $\tau_{k\theta z}, \tau_{krz}$

مولفه های تنش در گوه $\tau_{\theta z}\ , \tau_{Rz}$

بردار تنش در دوردست τ_{∞}

بردار تنش متمرکز τ_0

متغییرهای مشخص کننده معادله ترک τ, ξ

زوایه بین محورهای x و X_i ویا $\bar{R}$ و R φ_i

پارامترهای مشخص کننده ابتدا و انتهای ترک بیضوی ω_{si}, ω_{fi}

ثابت ظاهر شده در حل نابجائی گوه مرکب با زوایای راس مساوی ω

مقدمه:

تحلیل تنش در محیطهای تضعیف شده توسط مجموعه ای از ترکها و حفره ها از دیرباز مورد توجه محققین بوده است . از جمله تکنیکهای موثر در تحلیل مذکور استفاده از روش توزیع نابجائی می باشد . تحقیقات انجام شده نشان داده است که از نظر ریاضی ترک را می توان بصورت مجموعه ای از نابجایی ها در نظر گرفت و با استفاده از اصل جمع آثارحرکت نسبی لبه های ترک نسبت به یکدیگر و در نتیجه ضریب شدت تنش را محاسبه نمود. در واقع توانایی حل نابجائی در حل مسائل مکانیک شکست خطی به قدرتمندی حل گرین در حل معادلات دیفرانسیل می باشد. در این رساله در ابتدا میدان تنش و تغییر مکان در مناطق متفاوت در اثر نابجایی پادصفحه ای ولترا محاسبه می گردد تا در نهایت برای تحلیل تنش محیطهای حاوی ترک مورد استفاده قرار گیرد. مناطقی که مورد بررسی قرار می گیرند عبارتند از صفحه نامحدود، نیم صفحه، باریکه، گوه مرکب نامحدود ومحدود و نیز گوه ایزوترپیک نامحدود و محدود بعد از بدست آوردن حل نابجایی در این محیطها میدان تنش بدون در نظر گرفتن ترک و حفره فقط در اثر بارگذاری خارجی در این محیطها بدست می آید. از حلهای بدست آمده برای تحلیل تنش در محطیهای شامل ترک و حفره استفاده می شود در مورد حفره نشان داده خواهد شد که حفره را می توان یک ترک بسته ولی بدون تکینگی در نظر گرفت و با اعمال شرایط مناسب تنش محیطی را روی آن بدست آورد.

مسائل مربوط به صفحه نامحدود عبارتند از:

تحلیل یک ترک دایروی، تحلیل یک حفره دایروی، تحلیل دو حفره دایروی ، تحلیل دو حفره دایروی ویک ترک مستقیم، تحلیل دو حفره بیضوی شکل و یک ترک مستقیم، تحلیل یک ترک مستقیم و یک ترک منحنی که قسمتی از یک بیضی می باشد. در کلیه مسائل بالا صفحه نامحدود در $|y|\to\infty$ تحت بار یکنواخت $\sigma_{zy}=\tau_{\infty}$ قرار دارد همینطور تحلیل سه حفره دایروی و یک ترک مستقیم در صفحه بینهایت که تحت بار گذاری $\sigma_{zx}=\tau_{\infty}$ در $|y|\to\infty$ است انجام می شود.

برای مقایسه جوابهای بدست آمده با مراجع موجود در نیم صفحه، مسئله یک نیم صفحه که توسط سه حفره دایروی تضعیف شده است حل گردید. بار گذاری بصورت نقطه ای روی لبه آزاد نیم صفحه می باشد. در ضمن مسئله نیم صفحه تضعیف شده توسط یک حفره بیضوی و دو ترک مستقیم که یکی لبه ای و دیگری در داخل نیم صفحه قرار دارد و بار گذاری بصورت تنش نقطه ای روی مرز آزاد نیم صفحه اعمال می شود هم حل گردیده است.

باریکه تضعیف شده توسط دو حفره دایروی و یک ترک که فاصله مراکز حفره ها و ترک از لبه آزاد نیم صفحه ۳ برابر شعاع حفره می باشد و بار گذاری بصورت نقطه ای روی لبه بالایی باریکه است همینطور باریکه تضعیف شده توسط یک حفره بیضوی و دو ترک مستقیم لبه ای که درراستای قطربزرگ حفره بیضوی بوده و ترکها به مرزهای باریکه عمودند و بار گذاری بصورت نقطه ای روی لبه بالایی باریکه است حل گردید.

روش توزیع نابجایی برای تحلیل تنش در گوه ایزوتروپیک و گوه مرکب محدود و نامحدود که توسط ترک و حفره تضعیف شده اند نیزمورد استفاده قرار می گیرد. نخست برای اثبات اعتبار نتایج و مقایسه جوابها با مراجع موجود مسئله یک ترک شعاعی واقع بر فصل مشترک دو گوه نامتجانس چسبیده بهم با تنش ثابت پادصفحه ای که برروی سطوح ترک اعمال شده حل می شود سپس مسئله دو ترک شعاعی واقع بر فصل مشترک دو گوه نامتجانس حل شده که بار گذاری بصورت تنش ثابت که بروی وجوه آزاد گوه بطول محدود از راس آن وارد می شود می باشد مسئله ذکر شده برای دو حالت گوه با شرایط مرزی دو وجه آزاد و همینطور یک وجه گیردار و یک وجه آزاد حل شده است. علاوه بر این مسائل زیر نیز حل شده اند:

مسئله یک گوه نامحدود ایزوتروپیک که توسط یک ترک شعاعی تضعیف شده، مسئله دو ترک شعاعی هم طول که در راستای خط نصف کننده زاویه راس گوه قرار دارند، مسئله دو ترک با جهت دلخواه واقع بر گوه نامحدود که در سه مسئله ذکر شده گوه با شرایط مرزی، دو وجه آزاد و یا یک وجه آزاد و یک وجه گیرداربوده و بار گسترده ثابت بر وجه یا وجوه آزاد گوه اعمال می گردد، مسئله گوه محدود ایزوتروپی که توسط یک حفره بیضوی که مرکز آن روی منصف زاویه راس گوه با یک وجه گیردار و یک وجه آزاد و مرزی دایروی گیردار قرار دارد و بار گسترده یکنواخت روی وجه آزاد گوه اعمال می گردد، مسئله دو ترک شعاعی هم طول که در راستای خط نصف کننده زاویه راس گوه محدود ایزوتروپیک با شرایط مرزی یک وجه آزاد و یک وجه گیردار قرار دارند و بار گسترده ثابت بر وجه یا وجوه آزاد گوه اعمال می گردد.

مرور کارهای پیشین:

نخستین بار دانشمندان علم مواد در پروسه بررسی مکانیزم تخریب مواد به وجود نابجایی پی بردند. بعد ها نابجائی از دیدگاه الاستیسیته نیز تعریف گردید. ولترا[1] جزء نخستین کسانی بود که به تعریف نابجائی پرداخت [1] .

نابجائی در الاستیسیته با ایجاد یک شکاف در محیط الاستیک، حرکت لبه های شکاف نسبت به یکدیگر و سپس حذف شکاف تعریف می شود. در اثر این عمل تغییر مکان در جسم دو مقداری شده و میدان تنش در ماده بوجود می آید. بسته به اینکه لبه های شکاف در کدام جهت از یکدیگر فاصله بگیرند سه نوع نابجائی تعریف می گردند [2,3]. اگر لبه های شکاف در داخل صفحه در جهت عمود بر شکاف ازیکدیگردور شوند و سپس فاصله بین وجوه شکاف با همان ماده پر شود نابجائی را گوه ای[2] می نامند. البته این نوع نابجائی را می توان با حذف قسمتی از ماده دو لبه شکاف و سپس چسباندن مجدد لبه های شکاف ایجاد نمود. اگر تغییر مکان دو لبه شکاف بموازات لبه ها باشد نابجایی را لبه ای[3] می نامند. در صورتیکه تغییرمکان وجوه شکاف در جهت عمود بر لبه شکاف باشد نابجائی را پاد صفحه ای[4] می نامند . محاسبه میدان تنش در اثر نابجائی در محیطهای محدود ویا نامحدود را حل نابجائی در آن محیط می نامند. اشلبی[5] نشان داد که نابجائی در مواد و نابجائی تعریف شده در الاستیسیته دارای ماهیت یکسان هستند و حل نابجایی لبه ای در مواد غیر ایزوترپ را ارائه نمود [4]. نتا یج حل اشلبی برای یک نابجائی لبه ای که خط برش یک خط با جهت دلخواه می باشد بکار برده می شود. محاسبات برای یک نابجائی که توسط نابارو[6] انجام شده توسط اشلبی به حالت غیر ایزوتروپیک تعمیم داده شده است.

حل انواع نابجائی در محیطهای محدود و بعضی محیطهای نیمه محدود و اثر متقابل این نابجائی ها با ناهمگنی ها[7] (از قبیل حفره ، ناخالصی ، نواحی محدود شده تحت اثرات حرارتی و جریان پلاستیک و غیره) همواره مورد توجه محققین بوده است. من[8] مفهوم نابجائی بیان شده توسط ولترا را که به تنشهای پیوسته در یک جسم همبند چندگانه[9] مربوط می شود توسعه داد تا حالتهایی که تنش عمودی موازی با صفحه نابجایی، ناپیوسته هستند را نیز شامل گردد و بکمک روش جداسازی متغییرها و روش متغییر مختلط چهار راه حل برای نابجائی های صفحه ای و پاد صفحه ای واقع در مواد الاستیک ایزوتروپیک در مختصات قطبی ارائه نمود[5] . حل ارائه شده تنش را در جسم الاستیک بجز در نزدیکی نابجائی ارائه می نماید به عبارت دیگر میدان تنش رادر اطراف صفحات لغزش کریستالها بیان می کند. نابارو مجموعه ای از روابط را برای مولفه های جابجائی

[1] Volterra
[2] wedge dislocation (Climb)
[3] edge dislocation (Glid)
[4] screw dislocation
[5] Eshelby
[6] Nabarro[Proc.Phys.Soc.52.P.34(1940)]
[7] inclusion
[8] Mann
[9] multiply connected

مربوط به یک حلقه بسته از نابجائی ها را که توسط برگرز[1](۱۹۳۹) بر اساس تئوری ولترا بیان شـده بود، ارائه نمود که حلقه بسته بسیار کوچک نابجائی در صفحه x-z در نزدیکی مبـدا مختصـات قـرار دارد و بردار برگرزعمود برصفحه می باشد. روابط بیان شده بر اساس نماد ارائه شده توسط لاو[2] بیان شده که جابجائی تولید شده را به نیروهای ثابت عمل کننده در مبـدا ارتبـاط مـی دهـد. در ضـمن مسئله حرکت نابجائی درصفحات لغزش نیز توسط نابارو بررسی شده است [6].

مسئله یک نیم صفحه حاوی نابجائی پادصفحه در حالی کـه نـیم صـفحه توسـط یـک لایـه تقویت شده بوسیله هد[3] حل شده است. هد همچنـین نیـروی عمـل کننـده روی یـک نابجـائی در مجاورت فصل مشترک دو محیط نیمه بینهایت با ماده غیر متشابه را مطالعه نمود[7,8,9] .

میدان تنش الاستیک برای یک نابجـائی نزدیـک یـک نـاهمگنی دایـروی بوسـیله دانـدرز و مورا[4]بدست آمده است و یک موقعیت تعادل برحسـب ثوابـت الاسـتیک تشـکیل دهنـده محـیط و ناهمگنی و هندسه ناهمگنی مشخص شده است[10] .

رفتار نابجائی پادصفحه ای و لبه ای در همسایگی دو محیط نیمه بینهایت هموژن با ثابتهای الاستیک متفاوت که به یکدیگر در باریکه ای بـا ضـخامت محـدود و طـول بینهایـت بطورموضـعی چسبیده اند توسط تاماته و کوریهارا[5]تحلیل گردیده است[11,12]. در این تحلیل مسئله مقدار مـرزی ترکیبی[6] ایجاد شده با استفاده از روش ارائه شده توسط میلن وتامسون[7][13] و بکمک روش توابع بـا متغییر مختلط ، به مسئله هیلبرت[8] تبدیل شده اسـت در مرجـع [14] حـل مسـئله هیلبـرت مـورد بررسی قرار گرفت. همچنین با کمک فرمول پیچ-کهلر[9] که در مرجع [15] مطرح شده نیروی عمـل کننده روی نابجائی با در نظر گرفتن تاثیر متقابل فصل مشترک محیط های مذکور محاسـبه شـده است.

از جمله موارد مهمی که در تئوری نابجائی توجه محققین را بخود جلب نموده مسئله توزیـع نابجائی است. آرایش صفحه ای نابجائی اولین بار بوسیله لیبفرید[10] مطرح گردید[16] و سپس بوسیله هد و لاوت[11] بعنوان روشی برای بدست آوردن حل تقریبـی بـرای مسـائلی کـه توزیـع گسسـته از نابجائی را دربردارند در نظر گرفته شد[17] .

زنر[12][18] وفریدل[13][19] دریافتند که از میدان تنش ایجاد شده بوسیله نابجائیهـای انباشـته شده[14] مختلف می توان برای ارضا شرایط مرزی در مسائل ترک صـفحه ای و پـاد صـفحه اسـتفاده

---

[1] J.D.Burgers (1939)
[2] Love
[3] Head
[4] Dundurs and Mura
[5] Tamate and Kurihara
[6] mixed boundary value problem
[7] Milne-Thompson
[8] Hilbert
[9] Peach-Koehler
[10] Leibfried
[11] Head and Louat
[12] Zener
[13] Friedel
[14] pile-up

نمود. بیلبی و اشلبی[1] مروری از کاربردهای تئوری نابجائی در مسائل الاستیک و الاستو پلاستیک ترک ارائه نموده اند[20]. امکان کاربرد لایه های نابجائی برای حل مسائل مقدار مرزی نخستین بار بوسیله لاوت پیشنهاد شد[21]. نابجائی تعریف شده توسط یک برش مستقیم و جابجائی لبه های برش ، توسط جو[2] تعمیم داده شده و بکمک تابع تنش ایری تئوری نابجائی مذکور برای ناحیه همبند دوگانه[3] با برش نابجائی دلخواه بکاررفته است . حل ارائه شده بصورت ترکیب خطی از ترمهای تک مقداری[4] و چند مقداری بیان شده است . مسائلی از قبیل صفحه نامحدود با حفره دایروی وبا برش مستقیم و همچنین مارپیچ بعنوان مثال حل شده و طبیعت تکینگی در نقاط انتهای برش بررسی و یکتایی جواب اثبات شده است[22]. ویلیس[5] روشی را برای تعیین تنش تولید شده بوسیله توزیع پیوسته مفروض از نابجائی ها در کریستال الاستیک غیر خطی بدست آورد [23] این روش قابل کاربرد در محیطهای غیر ایزوتروپ هم می باشد و برای یک نا بجائی پادصفحه ای در یک کریستال غیر ایزوتروپ بکار رفته است .

بارنت و تتلمن[6] توزیع خطی از نا بجائی های پاد صفحه ای انباشته شده را در نزدیکی یک ناهمگنی استوانه ای (کرنش صفحه ای) بررسی نموده و تنش ها را در فصل مشترک محیط و نابجائی، در راستای توزیع نابجائی ارائه نمودند [24]. میدان تنش حاصل از توزیع دلخواه و پریودیک نابجائی ها[7] در یک نیم صفحه توسط اوون و مورا[8] بدست آمده است[25]. مارویاما[9] ضمن یک مرور کامل روی الاستیسته دوبعدی میدان تنش و جابجائی ناشی از نابجائی پادصفحه ای و لبه ای و تغییر انرژی کرنشی بخاطر ترکهای برشی را مشابه روشهای ذکر شده توسط موسخیلیشویلی[10] محاسبه نموده اند [26]. گمپرلوا و ساکسل[11] میدان تنش یک نابجائی را که در نزدیکی یک مرز جوش داده شده ، لغزان ویا آزاد قرار دارد بکمک روش تبدیلات فوریه محاسبه نموده و میدان تنش یک نابجائی پاد صفحه ای را نزدیک یک نوع ساده از مرز جوش داده شده بطور صریح ارائه کردند[27]. وسولووسکی و سیگر[12] با محاسبه میدان تغییر شکل یک نابجائی پادصفحه ای در یک ماده تراکم ناپذیر توانستند بکمک روش اغتشاش[13]، معادلات دیفرانسیل برای تعیین جابجائی در ماده ایزو تروپیک دلخواه با تراکم ناپذیری متوسط را بدست آورند[28]. داندرز تنش تولید شده بوسیله یک نابجائی لبه ای را در یک جسم محدود شامل ناخالصی از روی تنش ایجاد

---

[1] Billby and Eshelby
[2] Ju
[3] doubly connected
[4] simple valued
[5] Wilis
[6] Barnett and Tetelman
[7] plastic distortion
[8] Owen and Mura
[9] Maruyama
[10] Muskhilishvili
[11] Gemperlova and Saxl
[12] Wesolowski and Seeger
[13] perturbation

شده بوسیله نیروهای متمرکز اعمال شده در جهت سطح بیرونی نابجائی با تغییر ثابتهای الاستیک مسئله بدست آورد و شباهت بین نیروهای متمرکز و نابجائی لبه ای را نشان داد[29].

ویلیس، هنگن و بلاگ[1] حل دقیق برای میدان تنش تولید شده توسط یک نابجائی در مجاورت یک ناخالصی کروی را ارائه نمودند و انرژی مربوط به تاثیر متقابل و نیروی بین نابجائی و ناخالصی را محاسبه کردند. نتایج با حالتی که ناخالصی بصورت یک کره توخالی[2] فرض می شود مورد بحث قرار گرفته است[30]. راپپرت و خزردژیان[3] آرایش دلخواهی از نابجائی ها از نوع سمیگلییانو[4] را در سطح مقطع یک استوانه الاستیک نامحدود در نظر گرفتند و برای حالتی که جا بجایی نسبی در صفحه برش است حل را بر حسب بسط توابع ویژه یک مسئله مقدار مرزی نوع اول نمایش دادند. در ضمن برای حالتی که جابجایی نسبی عمود بر صفحه برش است حل را بصورت بسط توابع ویژه یک مسئله مقدار مرزی نوع دوم بدست آوردند[31,32]. توزیع نابجائی های پادصفحه ای انباشته شده[5] درفصل مشترک دو نیم فضای الاستیک ایزوتروپیک متفاوت که صفحه لغزش نابجائی نسبت به عمود بر فصل مشترک دارای زاویه $\frac{\pi a}{2}$ است و a یک ثابت می باشد توسط تاکر[6] بکار رفته است . از تبدیل ملین[7] و تکنیک وینر-هوف[8] برای بدست آوردن تعداد نابجائی ها درتوده انباشته شده [9] و تنش در نوک توده استفاده شده و کاربرد نتایج بدست آمده برای تئوری تسلیم مواد بکار رفته است[33]. جاگانادهام[10] رفتار یک نابجائی پادصفحه ای نزدیکی و داخل یک ناهمگنی دایروی که در داخل یک ماتریس نا محدود احاطه شده و دارای اتصال ناقص است را توسط روش توابع مختلط بررسی نموده و موقعیتهای تعادل نابجائی را بدست آورده است [34]. میدانها ی جابجائی و تنش یک نابجائی پادصفحه ای در یک محیط غیر ایزوتروپیک سه فاز با تقارن ارتوتروپیک توسط لین و چو[11] بررسی و حل بصورت سری ارائه شده است . در حالتی که دوفاز بیرونی صلب هستند سری به یک تابع ساده همگرا می شود . چنین تحلیلی برای بررسی نابجائی توده انباشته شده نیز بکار رفته است[35]. میدان جابجائی یک حلقه صفحه ای مستطیل شکل از نابجائی ها بوسیله روش تابع گرین توسط کسکا[12]بدست آمده است[36]. رفتار یک نابجائی پادصفحه ای در یک محیط الاستیک غیر خطی توسط کاچانو[13] بررسی گردیده است[37]. میدان تنش ناشی از یک نابجائی لبه ای واقع در یک ربع صفحه توسط کیر[14] و همکارانش بدست آمده است. حل

1 Willis, Hangns and Bullough
2 voide
3 Rapoport and Khzardzhyan
4 Somigliani
5 Piled up
6 Tucker
7 Mellin
8 Wiener-Hopf
9 pile-up
10 Jaganndham
11 Lin and Chou
12 Kossecka
13 Kachanov
14 Keer