

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشگاه شهید بهشتی
دانشکده فیزیک

پایان نامه کارشناسی ارشد
گرایش نظریه میدان

عنوان

تورم کیهانی همسانگرد و میدان مغناطیسی نخستین از میدان اسکالر باردار

نگارش

راضیه امامی میبدی

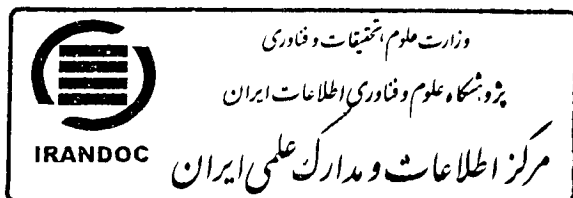
استاد راهنما

دکتر سید محمد صادق موحد

استاد مشاور

دکتر حسن فیروزجاهی

شهریور ماه ۱۳۸۹



۱۴۹۳۲۷

۲۳۸۹ / ۱۰ / ۲



دانشگاه شهید بهشتی

تاریخ
شماره
پیوست

بسمه تعالی

« صور تجلسه دفاع پایان نامه دانشجویان دوره کارشناسی ارشد »

تهران ۱۹۸۳۹۶۳۱۱۳ لوین

تلفن: ۲۹۹۰۱

بازگشت به مجوز دفاع شماره ۲۷۵۰ / ۲۰۰ / د مورخ ۱۴ / ۶ / ۱۳۸۹ جلسه هیأت
داوران ارزیابی پایان نامه خانم راضیه امامی میبدی به شماره شناسنامه ۶۹۶۹ صادره
از اصفهان متولد ۱۳۶۵ دانشجوی دوره کارشناسی ارشد ناپیوسته رشته فیزیک -
ذرات بنیادی و نظریه میدان ها
با عنوان :

تورم کیهانی همسانگرد و میدان مغناطیسی نخستین از میدان اسکالر باردار

به راهنمایی:

آقای دکتر سید محمد صادق موحد

طبق دعوت قبلی در تاریخ ۱۴ / ۶ / ۸۹ تشکیل گردید و براساس رأی هیأت داوری
و با عنایت به ماده ۲۰ آئین نامه کارشناسی ارشد مورخ ۲۵ / ۱۰ / ۷۵ پایان نامه
مزبور با نمره ۱۹٫۵ درجه عالی مورد تصویب قرار گرفت.

۱- استاد راهنما: آقای دکتر سید محمد صادق موحد

۲- استاد مشاور: آقای دکتر حسن فیروزجاهی

۳- استاد داور: آقای دکتر شهرام خسروی

۴- استاد داور و نماینده تحصیلات تکمیلی: آقای دکتر حمیدرضا سپنجی

تشکر و قدردانی

خدای را سپاس که همه از اوست و خلق را؛ که او فرمود " من لم يشکر المخلوق لم يشکر الخالق "

قبل از هر چیز از پدر و مادر عزیزم سپاس گذارم که هرچه در زندگی ام دارم از برکت حضورشان است.

از اساتید راهنمای بزرگوام آقای دکتر محمد صادق موحد و آقای دکتر حسن فیروزجاهی متشکرم که بسیار بیشتر از آنچه وظیفه استادی ایجاب می کرد مرا یاری نمودند.

از آقایان دکتر حمیدرضا سپنجی و دکتر شهرام خسروی که زحمت داوری این پایان نامه را داشتند تشکر می کنم.

همچنین از کلیه اساتید گروه فیزیک دانشگاه شهید بهشتی و کلیه اساتیدی که در تمام دوران تحصیل چراغ راهم بودند سپاس گذارم.

همین طور کلیه دوستانی که مرا در انجام این پایان نامه یاری کردند بالاخص آقای حسین مصحفی متشکرم.

خدایا ناتوانی من در جبران زحماتشان را با نظر کریمانه ی همیشگی برایشان جبران کن.

چکیده

مدل استاندارد کیهان‌شناسی، یکی از موفق‌ترین مدل‌هایی است که ضمن سادگی تطابق بسیار خوبی با مشاهدات رصدی نشان می‌دهد. اما با وجود موفقیت‌های چشمگیر، این مدل دارای مشکلاتی از قبیل مشکل افق، مشکل تخت بودن عالم، مسئله‌ی شرایط اولیه و تک‌قطبی‌های مغناطیسی نیز می‌باشد. مدل جهان تورمی که رشد عامل مقیاس را در دوره‌ای به صورت نمایی به دست می‌دهد، از جمله تلاش‌های جدید برای تصحیح مدل استاندارد به شمار می‌رود. تئوری تورم نه تنها مشکلات فوق را به خوبی حل می‌کند، بلکه ضمن توضیح منشاء افت و خیزهای اولیه، طیفی تقریباً مقیاس ناورد، گاوسی و بی‌دررو را برای افت و خیزهای اولیه پیش‌بینی می‌نماید که به خوبی با مشاهدات جدید تابش زمینه‌ی کیهانی تطابق دارد. از سویی دیگر در کیهان‌شناسی اثبات وجود و بررسی خواص میدان‌های مغناطیسی بسیار حائز اهمیت است. زیرا میدان‌های مغناطیسی بر بسیاری از فرآیندهای جهان اولیه مانند تابش زمینه‌ی کیهانی تأثیر می‌گذارند. در حال حاضر مشاهدات نشان می‌دهند که میدان‌های مغناطیسی در تمامی کهکشان‌ها و خوشه‌های کیهانی وجود دارند. مقدار این میدان‌ها از مرتبه‌ی میکرو گاوس گزارش شده و طول همبستگی آن‌ها نیز از مرتبه‌ی $1 Mpc$ است. با وجود آن‌که سازوکار دینام کیهانی با شروع از مقدار اولیه برای میدان مغناطیسی در بازه‌ی $10^{-20} - 10^{-30}$ گاوس در زمان واجفتیدگی می‌تواند مقدار مشاهده شده در مقیاس‌های کهکشانی و خوشه‌های کیهانی را به دست دهد اما منشاء بذره‌های میدان‌های مغناطیسی بدون توصیف باقی می‌مانند. از طرفی فرآیندهای اختر فیزیکی نمی‌توانند بزرگ بودن طول همبستگی این میدان‌های مغناطیسی را توجیه کنند. بنابراین به عنوان یک انتخاب می‌توان منشاء بذره‌های میدان مغناطیسی را در کیهان اولیه جستجو کرد. در این پایان‌نامه با تکیه بر نظریه‌ی تورم مدلی را ارائه می‌دهیم که در آن بذره‌های میدان مغناطیسی مناسبی از حیث مقدار و طول همبستگی تولید می‌شوند. در این رهیافت، میدان اینفلاتون میدان اسکالر بارداری است که به میدان پیمان‌های $U(1)$ جفت می‌شود. به دلیل تقارن محوری پتانسیل، قسمت شعاعی میدان اسکالر باردار منجر به ایجاد دوران تورم شده و بخش زاویه‌ای آن به میدان پیمان‌های $U(1)$ جفت می‌شود. به دلیل جفت شدگی میدان اینفلاتون به میدان پیمان‌های، فوتون جرم‌دار می‌شود و تقارن همدیس شکسته می‌شود. همچنین در این مدل جفتیدگی پیمان‌های جنبشی $I(t)$ تابع زمان در نظر گرفته می‌شود. نشان می‌دهیم که در این مدل بذره‌های مناسبی از میدان مغناطیسی در دوران کیهان اولیه تولید می‌شوند نهایتاً می‌توانند تحت مکانیزم دینام کیهانی تقویت شوند و منجر به مقدار سازگاری برای میدان‌های مغناطیسی با آنچه که امروزه مشاهده می‌شوند، گردند.

کلمات کلیدی: مدل استاندارد کیهان‌شناسی، مشکل افق، مشکل تختی، مشکل شرایط اولیه، تورم کیهانی، تابش زمینه‌ی کیهانی، تئوری اختلالات کیهانی، میدان‌های مغناطیسی نخستین.

فهرست مطالب

۱	پیش گفتار	۱
۴	مدل استاندارد کیهان‌شناسی	۲
۴	مقدمه	۱.۲
۶	جهان در حال انبساط	۲.۲
۶	عامل مقیاس و پارامتر هابل	۱.۲.۲
۸	سینماتیک عالم	۳.۲
۸	فضا-زمان فریدمان-روبرتسون-واکر	۱.۳.۲
۱۰	شکل همدیس	۲.۳.۲
۱۱	افق	۳.۳.۲
۱۲	دینامیک عالم	۴.۲
۱۷	دوران تابش غالب	۱.۴.۲
۱۷	دوران ماده غالب	۲.۴.۲
۱۷	دوران انرژی تاریک غالب	۳.۴.۲
۱۸	مدل سازش	۴.۴.۲
۲۱	تاریخچه‌ی گرمایی عالم	۵.۴.۲
۲۵	مشکلات مدل استاندارد کیهان‌شناسی	۵.۲
۲۵	مشکل افق	۱.۵.۲
۲۸	مشکل تختی	۲.۵.۲
۲۹	مسئله‌ی شرایط اولیه	۳.۵.۲
۳۱	تورم	۳
۳۱	تورم در نگاه اول	۱.۳
۳۱	تاریخچه تورم	۱.۱.۳
۳۴	ایده‌ی اصلی تورم	۲.۱.۳
۳۷	چگونگی حل مشکلات توسط تورم	۲.۳
۳۷	پاسخ مسئله‌ی افق	۱.۲.۳
۴۰	پاسخ مسئله‌ی تختی	۲.۲.۳
۴۱	نمودار همدیس تورم	۳.۲.۳
۴۲	فیزیک دوران تورم	۳.۳
۴۳	دینامیک میدان اسکالر	۱.۳.۳
۴۹	تقریب غلتش آهسته در تورم	۲.۳.۳
۵۲	افت و خیزهای کوانتومی در طول تورم	۴.۳
۵۲	افت و خیزهای کیهانی	۱.۴.۳
۶۰	معادلات میدان	۲.۴.۳
۶۴	طیف توان نخستین	۳.۴.۳
۶۶	طیف اختلال‌ها در تورم تک میدانی	۴.۴.۳

۷۲	مدل‌های تورمی مختلف	۵.۳
۷۲	تورم تک میدانی	۱.۵.۳
۷۶	رابطه‌ی مشاهدات با کیهان اولیه	۶.۳
۷۶	چگونگی برقراری ارتباط میان تورم و مشاهدات امروزی	۱.۶.۳
۷۷	همدوسی فازها و افت و خیزهای بزرگتر از افق	۲.۶.۳
۷۹	شاخص طیفی	۳.۶.۳
۸۰	میدان مغناطیسی نخستین	۴
۸۰	مقدمه	۱.۴
۸۱	وجود میدان مغناطیسی در مقیاس‌های بزرگ	۲.۴
۸۱	تحول میدان‌های مغناطیسی	۳.۴
۸۳	اثرات میدان مغناطیسی	۴.۴
۸۳	تأثیر میدان مغناطیسی بر تابش زمینه کیهانی	۱.۴.۴
۸۴	تأثیر میدان مغناطیسی بر قله‌های صوتی	۲.۴.۴
۸۵	تأثیر میدان مغناطیسی بر قطبش تابش زمینه‌ی کیهان	۳.۴.۴
۸۵	منشا میدان‌های مغناطیسی	۵.۴
۸۶	تولید میدان‌های مغناطیسی توسط تورم	۱.۵.۴
۹۲	جفتیدگی پیمانانه‌ای جنبشی ثابت	۲.۵.۴
۹۴	میدان‌های مغناطیسی ناشی از جفتیدگی پیمانانه‌ای جنبشی متغیر	۳.۵.۴
۱۰۰	نتیجه‌گیری	۵

لیست تصاویر

۷	۱.۲	دوران تحول عالم بر اساس مدل استاندارد کیهان‌شناسی [۱]
۷	۲.۲	منحنی سرعت دور شدن اجرام کیهانی از ناظر [۱]
۱۱	۳.۲	مخروط نوری و علیت [۱۶]
	۴.۲	ترکیبی از مشاهدات تابش زمینه‌ی کیهانی و مشاهدات ساختارهای بزرگ مقیاس نشان می‌دهد که جهان تخت است [۱۵، ۱۶].
۲۰	۵.۲	شاهدی برای انرژی تاریک: ترکیبی از مشاهدات تابش زمینه‌ی کیهانی، ابرنواخترها و نوسانات صوتی باریون‌ها [۱۶]
۲۱	۶.۲	خواص انرژی تاریک به شکل یک ثابت کیهان‌شناسی نزدیک است [۱۵، ۱۶].
۲۲	۷.۲	تحول چگالی سه عنصر تابش، ماده و انرژی تاریک نشان داده شده است [۱].
۲۴	۸.۲	دوران تحول عالم
۲۵	۹.۲	دوران تحول عالم بر اساس مدل استاندارد کیهان‌شناسی
۲۷	۱۰.۲	نمودار همدیس عالم. در زمان آخرین پراکندگی جهان متشکل از 10^5 ناحیه‌ی گسسته‌ی علی بوده است [۱۶].
۲۸	۱۱.۲	اندازه‌ی افق در انتقال به سرخ‌های مختلف [۱].
۳۲	۱.۳	پتانسیل موثر در نظریه‌ای با گذار فاز مرتبه‌ی اول [۲۴]
۳۴	۲.۳	پتانسیل موثر در نظریه‌ای با گذار فاز مرتبه‌ی دوم [۲۴]
	۳.۳	سمت چپ: تحول شعاع همراه هابل، $(aH)^{-1}$ ، در جهان تورمی. سمت راست: حل مسئله‌ی افق توسط تورم [۱۶].
۳۸	۴.۳	سمت چپ: نمایی از مسئله‌ی افق در غیاب تورم. مشاهده می‌شود که زمان بازترکیب تعداد زیادی جهان گسسته‌ی علی وجود دارد. سمت راست: حل مسئله‌ی افق توسط تورم. مشاهده می‌شود که اگر طول دوران تورم به‌نوعی تنظیم گردد که مخروط نوری پیشرو بزرگتر یا از مرتبه‌ی مخروط نوری گذشته باشد، نیازی به تعداد زیادی دنیا نیست و مشکل افق حل می‌شود [۱].
۳۹	۵.۳	نمودار همدیس جهان تورمی. زمان همدیس در طول تورم منفی بوده و در پایان تورم صفر می‌شود (انفجار بزرگ ظاهری!). البته هیچ تکیه‌ی ای در این لحظه وجود ندارد. اگر تورم حداقل ۶۰ ایتار طول بکشد، مخروط‌های نوری یکدیگر را قطع می‌کنند. [۱۶].
۴۲	۶.۳	نمودار فاز: [۲۵]
۴۵	۷.۳	افت و خیزهای کوانتومی پیرامون تحول زمینه $(\varphi(t))$
۵۳	۸.۳	تحول اختلال‌ها در جهان تورمی. پس از خروج از افق اختلال‌ها منجمد می‌شوند و دامنه‌شان تا هنگام ورود مجدد به افق ثابت می‌ماند [۱۶].
۶۹	۹.۳	مدل میدان بزرگ [۲۸].
۷۳	۱۰.۳	مدل میدان کوچک
۷۴	۱۱.۳	مدل تورم آمیخته. در این جا ϕ_e نقطه‌ای است که از آن به بعد میدان χ تک‌یون می‌شود.
۷۵	۱۲.۳	خلق و تحول افت و خیزها در جهان تورمی. افت و خیزها در مقیاس‌های کوچکتر از افق خلق می‌شوند و سپس از افق خارج شده و منجمد می‌شوند. پس از آن مجدداً وارد افق می‌شوند و منجر به ناهمسانگردی‌های تابش زمینه‌ی کیهان می‌شوند.
۷۷	۱۳.۳	طیف توان تابش زمینه‌ای کیهان. در مقیاس‌های زاویه‌ای بزرگ، $l < 100$ ، یک سطح تخت دیده می‌شود و در مقیاس زاویه‌ای کوچک، $l > 100$ ، شاهد پیک‌های آکوستیکی هستیم.
۷۸		

۱۴.۳	بوسیله‌ی داده‌های مشاهداتی می‌توان بر روی مدل‌های تورم قید گذاشت و برخی از آن‌ها را کنار گذاشت
۷۹	[۱۵]
۱.۴	نسبت x_c/x_f به صورت تابعی از p برای مقادیر مختلف Ω
۹۶	
۲.۴	حل عددی معادله‌ی (۳۲.۴) به صورت تابعی از $x = k \tau $
۹۷	

فصل ۱

پیش گفتار

در گذشته کیهان‌شناسی بیشتر از آن‌که به عنوان علم مطرح شود به عنوان داستان تخیلی به نظر می‌رسید. پس از کشف تابش زمینه‌ای کیهانی و با ساختن ماهواره‌های تحقیقاتی کیهان‌شناسی مدرن متولد شد. در حال حاضر با نگاه کردن به تابش زمینه‌ای کیهان ماشین انتقال به گذشته‌ای خلق کرده‌ایم و با آن می‌توانیم از تاریخچه‌ی تحول جهان اطلاعاتی کسب کنیم. تا ۳۰ سال گذشته تصور می‌شد که پشت دیوار آتشین چیزی وجود ندارد اما در تئوری تورم پشت این دیوار همه‌جا پر از میدان‌هایی است که مسئول ایجاد ساختارها و کهکشان‌های امروزی هستند. این تئوری همان‌طور که در این پایان‌نامه به تفصیل بررسی می‌شود با فرض وجود میدان‌های فوق‌قادر است بسیاری از مشکلات مدل استاندارد کیهان‌شناسی را حل کند. همچنین ضمن توضیح منشاء افت و خیزهای اولیه، طیفی تقریباً مقیاس ناوردا، گاوسی و بی‌دررو را برای افت و خیزهای اولیه پیش‌بینی می‌نماید که به خوبی با مشاهدات جدید تابش زمینه‌ای کیهانی تطابق دارد. با وجود آن‌که در حال حاضر نمی‌دانیم منشا این میدان‌ها چه چیز است. اما قدرت پیش‌بینی این مدل بسیار زیاد می‌باشد. از طرفی تصور می‌شود که منشا این میدان‌ها به دوره‌ی ماقبل تورم، گرانش کوانتومی، بر می‌گردد که در حال حاضر اطلاعات دقیقی از آن در اختیار نداریم. امید است در آینده‌ای نه چندان دور بتوانیم مدل سازگار گرانش کوانتومی بنا کنیم که در پایان آن به صورت سازگار این میدان‌ها خلق شوند و در اختیار تورم قرار بگیرند.

پس از این مقدمه در فصل دوم ابتدا به صورت مفصل در مورد مدل استاندارد کیهان‌شناسی می‌پردازیم. سپس مشکلات این مدل را به تفصیل بررسی می‌کنیم. در فصل سوم مدل جهان تورمی را به عنوان راه‌حلی برای این مشکلات معرفی می‌کنیم. سپس در فصل چهارم ابتدا میدان‌های مغناطیسی در جهان را مطالعه می‌کنیم و سپس از تورم به عنوان منشا بذره‌های اولیه میدان استفاده می‌نمائیم. این کار را با ارائه‌ی مدلی انجام می‌دهیم که در آن میدان اینفلاتون میدان اسکالر بار داری است که به میدان پیمانه‌ای $U(1)$ جفت می‌شود. نشان می‌دهیم که در این مدل بذره‌های مناسبی از میدان مغناطیسی در دوران کیهان اولیه تولید می‌شوند نهایتاً می‌توانند تحت مکانیزم دینام کیهانی تقویت شوند و منجر به مقدار سازگاری برای میدان‌های مغناطیسی با آن‌چه که امروزه مشاهده می‌شوند، گردند.

در فصل آخر خلاصه‌ای از نتایج این تحقیق را عنوان می‌کنیم.

فصل ۲

مدل استاندارد کیهان‌شناسی

۱.۲ مقدمه

رصد انبساط هابلی در سال ۱۹۲۶ و کشف تابش زمینه‌ی کیهانی در سال ۱۹۶۴، مدل انفجار بزرگ^۱ را به مدلی استاندارد در جامعه‌ی کیهان‌شناسی تبدیل کردند. موفقیت تئوری هسته‌زایی^۲ در گزارش دقیق از میزان فراوانی عناصر سبک در دوران کیهان اولیه و تطابق عالی منحنی طیف تابش زمینه‌ی کیهانی با طیف تابش جسم سیاه موجب شد که مدل کیهان با انفجار بزرگ به عنوان مدل استاندارد کیهان‌شناسی معرفی گردد. این مدل به همراه تئوری‌های^۳ قوی و ضعیف و برهم‌کنش‌های الکترومغناطیسی مجموعه‌ای مناسب را برای توصیف کیهان اولیه و تحول آن به وجود آورده‌اند [۱]. بنابراین از سال ۱۹۸۰ علم کیهان‌شناسی به عنوان شاخه‌ای مجزا مورد توجه قرار گرفت [۲، ۳، ۴، ۵، ۶]. در ادامه به صورت مختصر مدل استاندارد کیهان‌شناسی را توصیف کرده و پاره‌ای از مشکلات آن را برمی‌شماریم.

توصیف عالم قابل مشاهده را می‌توان به دو دسته اصلی تقسیم کرد:

الف: توصیف کلی از جهان که توسط مجموعه‌ای از کمیت‌ها که اصطلاحاً کمیت‌های کیهان‌شناسی نامیده می‌شوند، انجام می‌گیرد.

ب: توصیف افت و خیزهای چگالی در مقیاس‌های کوچک که توسط تئوری‌های تشکیل ساختار در حضور تحول زمینه کیهان داده می‌شود.

همان‌طور که خواهیم دید، کمیت‌های کیهان‌شناسی اطلاعاتی در مورد هندسه‌ی عالم و عناصر تشکیل‌دهنده‌ی آن به دست می‌دهند. بر اساس مشاهدات اخیر، عالم کنونی در حال انبساط می‌باشد [۷، ۸، ۹، ۱۰] یعنی امروزه فاصله‌ی کهکشان‌ها از یکدیگر بزرگتر از میزان قبلی آن می‌باشد. دینامیک کیهان در حال انبساط توسط دو کمیت زیر داده می‌شود: ۱- آهنگ انبساط

Big bang^۱
BBN^۲
GUTs^۳

عالم که توسط ثابت هابل داده می‌شود. ۲- انحنای عالم که توسط میزان عناصر سازنده‌ی عالم مشخص می‌شود. مشاهدات مستقیم از کیهان کنونی نشان می‌دهد مولفه‌های تشکیل‌دهنده‌ی آن عبارتند از [۱۱، ۱۲]: الف: تابش^۴ که امروزه به صورت فوتون‌های زمینه‌ی کیهانی با دمای $T = 2.725 \pm 0.002 \text{ K}$ وجود دارند. تابش زمینه‌ی کیهانی نشانگر طرحی از افت و خیزهای چگالی بر روی سطح آخرین پراکندگی می‌باشد [۱۳]. ب: ماده باریونی^۵ که عناصر موجود در جدول تناوبی عناصر را در بر می‌گیرد. فراتر از عناصر فوق و بر اساس مشاهدات غیر مستقیم مشخص شده‌است که دو نوع مولفه‌ی دیگر نیز مسئول ساختن کیهان امروزی به حساب می‌آیند، که عبارتند از [۱۱، ۱۲]: ج: ماده تاریک غیر باریونی که در تحول و شکل‌گیری ساختارها نقش مهمی دارد. این ماده در حالت غیر نسبیته‌ی آن، ماده‌ی تاریک سرد (CDM)^۶ نامیده می‌شود. سهمی از این ماده که دارای سرعت نسبیته می‌باشد، ماده‌ی تاریک گرم (HDM)^۷ نامیده می‌شود. د: مشاهدات اخیر از ابرنواخترهای نوع Ia و تابش زمینه‌ی کیهانی نیز عالمی را با ثابت کیهان‌شناسی غیر صفر که در حقیقت به عنوان مولفه‌ی سوم سازنده کیهان به شمار می‌رود، [۱۱، ۱۲] (دلیل واژه‌ی "سوم" آن است که ماده‌ی تاریک و ماده‌ی باریونی را به عنوان ماده و جزء سوم را انرژی تاریک^۸ می‌نامند). دو فرض اساسی، همگنی^۹ و همسانگردی^{۱۰} عالم در مقیاس‌های بزرگ، $l > 100$ مگا پارسک، پایه‌ی مدل استاندارد کیهان‌شناسی را تشکیل می‌دهند. این دو فرض از مشاهدات مستقیم و ساده سازی‌های فیزیکی در تدوین یک تئوری نشأت گرفته است. منظور از همگنی یعنی توزیع یکنواخت چگالی. یعنی میزان ماده موجود در مقیاس‌های بزرگ مستقل از محل اندازه‌گیری می‌باشد. همسانگردی یعنی در جهت‌های مختلف، عالم یکسان به نظر می‌رسد. در حالت کلی هیچ کدام از این دو فرض منجر به دیگری نمی‌شود ولی در یک جهان بدون نقطه‌ی مرجع همسانگردی منجر به همگنی خواهد شد. از مهمترین دلایل پذیرش این فرضها، مشاهدات مربوط به تابش زمینه‌ی کیهانی می‌باشد. علی‌رغم همگنی و همسانگردی در مقیاس‌های بزرگ شاهد ناهمگنی و ناهمسانگردی در مقیاس‌های کوچک می‌باشیم. عقیده بر آن است که این بی‌نظمی‌ها در طول زمان در اثر ناپایداری‌های گرانشی متحول شده و ساختارهای بزرگ امروزی را در مقیاس کهکشانی ایجاد کرده‌اند. لذا مناسب است برای اهداف آینده دینامیک عالم را به دو قسمت زیر تقسیم‌بندی کنیم: ۱- رفتار بزرگ مقیاس عالم که با فرض همگنی و همسانگردی، به عنوان تحول زمینه‌ی کیهان در نظر گرفته می‌شود. ۲- اختلال‌ها در مقیاس‌های بزرگتر و کوچکتر از افق که توسط معادلات تحول ساختارنسبیتی و نیوتنی توصیف می‌شوند.

Radiation^۴
 Baryonic matter^۵
 Cold Dark Matter^۶
 Hot Dark Matter^۷
 Dark energy^۸
 Homogeneity^۹
 Isotropy^{۱۰}

۲.۲ جهان در حال انبساط

علی‌رغم تصور قبلی بسیاری از کیهان‌شناسان، شواهد بسیار دقیقی از انبساط کیهان بدست آمده است. در آغاز تاریخچه‌ی عالم، بین ما و دیگر کهکشان‌ها کوچکتر از میزان کنونی بوده است و با گذشت زمان افزایش یافته است. برای توصیف جهان در حال انبساط عامل مقیاس، $a(t)$ ^{۱۱} و پارامتر هابل^{۱۲} را معرفی می‌کنیم.

۱.۲.۲ عامل مقیاس و پارامتر هابل

درجهان همگن و همسانگرد می‌توان عالم را شبکه‌بندی کرد و طول هر شبکه را طول همراه χ ^{۱۳} نامید. فاصله‌ی فیزیکی بین دو نقطه که در راس‌های این شبکه قرار گرفته‌اند برابر است: $r(t) = a(t)\chi$ ، که در اینجا تحول عالم و تغییر طول فیزیکی در وابستگی عامل مقیاس $a(t)$ ، به زمان نشان داده می‌شود. شکل (۱.۲) نمایی از جهان در حال انبساط را نشان می‌دهد. زمان همدیس^{۱۴} نیز به صورت $d\tau = dt/a(t)$ تعریف می‌شود. در هر زمان آهنگ انبساط عالم توسط پارامتر هابل به صورت زیر داده می‌شود:

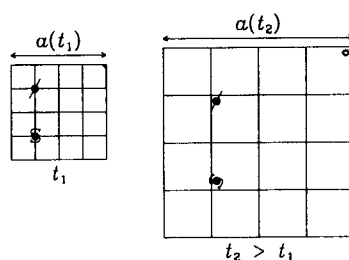
$$H(t) = \frac{\dot{a}}{a} \quad (1.2)$$

که در آن \dot{a} مشتق نسبت به زمان فیزیکی t است. قانون هابل با مشتق‌گیری از فاصله‌ی فیزیکی نسبت به زمان، در حالت کلی به صورت زیر داده می‌شود:

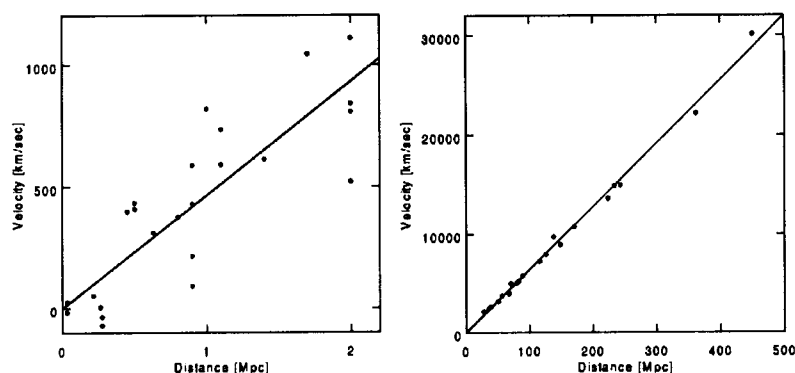
$$\begin{aligned} r(t) &= a(t)\chi \\ \frac{dr(t)}{dt} &= \frac{da(t)}{dt}\chi + a(t)\frac{d\chi}{dt} \\ &= \frac{\dot{a}}{a}r + a\dot{\chi}. \end{aligned} \quad (2.2)$$

از جمله‌ی اول سمت راست معادله‌ی (۲-۲) می‌توان فهمید که سرعت دور شدن اجرام کیهانی که اصطلاحاً سرعت هابلی نامیده می‌شود، متناسب با فاصله‌ی آن‌ها می‌باشد. همچنین جمله‌ی دوم نشان دهنده‌ی سرعت خاصه^{۱۵} است و به دلیل افت و خیزهای موضعی چگالی بوجود می‌آید و در فضای کاملاً همگن و همسانگرد این جمله صفر خواهد بود. هابل در سال ۱۹۲۶ از طریق رصد درستی این رابطه را بررسی کرد. مشاهدات وی، (۲.۲)، نشان داد که سرعت دور شدن اجرام کیهانی متناسب با فاصله‌ی آنها می‌باشد. منحنی سمت چپ و راست شکل (۲.۲) به ترتیب برای فواصل کوچک و بزرگ می‌باشد. همانطور

Scale factor^{۱۱}
Hubble parameter^{۱۲}
Comoving distance^{۱۳}
Conformal time^{۱۴}
Peculiar velocity^{۱۵}



شکل ۱.۲: دوران تحول عالم بر اساس مدل استاندارد کیهان‌شناسی [۱]



شکل ۲.۲: منحنی سرعت دور شدن اجرام کیهانی از ناظر [۱]

که مشاهده می‌شود، در فواصل نزدیک انحراف از سرعت هابلی به سبب با اهمیت شدن سرعت خاصه وجود دارد. توصیف تحول کیهان علاوه بر عامل مقیاس، نیازمند به خصوصیت دیگری به نام هندسه‌ی عالم نیز می‌باشد. برای هندسه‌ی کیهان سه امکان وجود دارد. این سه حالت در حقیقت توسط حرکت ذراتی که آزادانه در عالم در حال حرکت می‌باشند، از یکدیگر تمیز داده می‌شوند. در جهان تخت اقلیدسی، دسته فوتونهای موازی تا ابد به صورت موازی مسیر خود را می‌پیمایند. نسبت عام هندسه‌ی عالم را به چگالی انرژی مربوط می‌کند. در جهان بسته چگالی انرژی کل عالم از میزانی که عالم تخت را ایجاد می‌کند، بیشتر بوده و در نتیجه پرتوهای نوری موازی پس از مدتی همگرا می‌شوند. در عالم باز، فوتونها واگرا می‌شوند. در جهان بسته و باز، طولها به ترتیب، بزرگتر و کوچکتر از آنچه که در حالت تخت مشخص می‌شود به نظر می‌رسند.

هنگامی که آینشتاین^{۱۶} تئوری نسبیت عام^{۱۷} را بنیان‌گذاری کرد برای اولین بار امکان ارائه و بررسی تئوری‌های قابل آزمایش در مورد ساختار عالم و چگونگی تحول آن، بوجود آمد. مدل استاندارد کیهان‌شناسی بر پایه‌ی تئوری نسبیت عام آینشتاین بنا شده است. این تئوری از لاگرانژی آینشتاین-هیلبرت^{۱۸}، به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{16\pi G} R \sqrt{-g} \quad (۳.۲)$$

Einstein^{۱۶}
General Relativity^{۱۷}
Einstein-Hilbert^{۱۸}

که در این معادله R اسکالر ریچی^{۱۹} و G ثابت نیوتن و $|g_{\mu\nu}|$ دترمینان تانسور متریک است. با وردش^{۲۰} از معادله‌ی (۳.۲) معادلات غیر خطی میدان به صورت زیر به دست می‌آید:

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} = \Lambda \pi G T_{\mu\nu} \quad (۴.۲)$$

در معادله‌ی (۴.۲)، $R_{\mu\nu}$ تانسور ریچی و $T_{\mu\nu}$ تانسور انرژی-تکانه است. سمت چپ معادله‌ی (۴.۲) خواص هندسه‌ی عالم و سمت راست خواص تانسور انرژی-تکانه را در بر می‌گیرد. برای بدست آوردن معادلات میدان بایستی شکل تانسور آیششتاین یعنی $G^{\mu\nu}$ را بدست آوریم. لذا مناسب است که قبل از بررسی معادله‌ی میدان نسبت عام به توصیف متریک به پردازیم.

۳.۲ سینماتیک عالم

۱.۳.۲ فضا-زمان فریدمان-روبرتسون-واکر

یکی از مهم‌ترین ویژگی جهان، همگنی و همسانگردی آن در مقیاس‌های بزرگ (بزرگتر از ۱۰۰ مگا پارسک) است که به ترتیب توسط ناوردایی انتقالی و ناوردایی چرخشی مشخص شده و اصل کیهان‌شناسی^{۲۱} نامیده می‌شود [۱۴]. از طرفی ناوردایی انتقالی و ناوردایی چرخشی به شدت هندسه‌ی دنیا را محدود می‌کنند به طوری که در سه بعد تنها سه نوع فضای همگن و همسانگرد با توپولوژی^{۲۲} ساده وجود دارد که عبارتند از:

(الف) فضای تخت.

(ب) کره‌ی سه بعدی با انحنای ثابت مثبت.

(ج) فضای هذلولی شکل با انحنای ثابت منفی.

بنابراین ساده‌ترین متریکی که با اصول کیهان‌شناسی همخوانی دارد، متریکی است که دارای انحنای ثابت فضایی می‌باشد. اکنون برای تجسم این فضاها سطوحی همگن و همسانگرد دو بعدی که در یک فضای سه بعدی غوطه‌وراند را در نظر می‌گیریم. ابتدا متریک کره‌ی دو بعدی را بدست می‌آوریم [۲]:

$$x^2 + y^2 + z^2 = a^2 \quad (۵.۲)$$

^{۱۹} Ricci scalar

^{۲۰} Variation

^{۲۱} Cosmological principle

^{۲۲} Topology

با کمک این معادله‌ی قیدی می‌توان z را برحسب y و x به دست آورد. سپس با رفتن به مختصات قطبی شکل متریک به صورت زیر می‌باشد:

$$dl_{\Psi}^2 = \frac{dr^{\Psi}}{1 - \dot{r}^{\Psi}/a^{\Psi}} + r^{\Psi} d\phi^{\Psi} \quad (6.2)$$

در حد $\infty \rightarrow a^{\Psi}$ فضای تخت را به دست می‌آوریم. کمیت $k \equiv \frac{1}{a^{\Psi}}$ انحنا‌ی فضا را نشان می‌دهد و به میزان چگالی کل عالم مربوط می‌شود. از طرفی مقادیر منفی a^{Ψ} مربوط به فضایی با انحنا‌ی ثابت منفی هستند و چنین فضایی به جای فضای اقلیدسی باید در فضای مینکوفسکی غوطه‌ور گردد. اکنون با باز تعریف مختصه‌ی شعاعی داریم:

$$dl_{\Psi}^2 = |a^{\Psi}| \left(\frac{dr^{\Psi}}{1 - Kr^{\Psi}} + r^{\Psi} d\phi^{\Psi} \right) \quad (7.2)$$

که در آن $K \equiv \frac{k}{|k|}$ و $(K = +1)$ مربوط به کره‌ی دو بعدی، $(a^{\Psi} > 0)$ ، $(K = -1)$ برای فضای هذلولی، $(a^{\Psi} < 0)$ ، و $(K = 0)$ مربوط به یک صفحه، $(a^{\Psi} = 0)$ ، می‌شود. حال به سادگی می‌توان این تصویر دو بعدی را به سه بعد تعمیم داد. این بار با غوطه‌ور کردن یک کره‌ی چهاربعدی در یک فضای سه بعدی متریک شکل زیر در می‌آید:

$$dl_{\Psi}^2 = a^{\Psi} \left(\frac{dr^{\Psi}}{1 - Kr^{\Psi}} + r^{\Psi} d\Omega^{\Psi} \right) \quad (8.2)$$

اما از آنجایی که در بسیاری از کاربردها به جای کار کردن با مختصه‌ی شعاعی r از متغیر دیگری به نام χ که به صورت زیر تعریف می‌شود،

$$d\chi^{\Psi} = \frac{dr^{\Psi}}{1 - Kr^{\Psi}} \quad (9.2)$$

استفاده می‌کنیم، مناسب است که متریک را بر حسب این متغیر نیز بنویسیم [۲]:

$$dl_{\Psi}^2 = a^{\Psi} \left[d\chi^{\Psi} + \begin{pmatrix} \sinh^{\Psi} \chi, & K = -1 \\ \chi^{\Psi}, & K = 0 \\ \sin^{\Psi} \chi, & K = +1 \end{pmatrix} d\Omega^{\Psi} \right] \quad (10.2)$$

به این ترتیب متریک فضا-زمان، متریک FRW ^{۲۳} می‌باشد که به صورت زیر است:

$$ds^\nu = dt^\nu - a^\nu \left(\frac{dr^\nu}{1 - Kr^\nu} + r^\nu (d\theta^\nu + \sin^\nu \theta d\phi^\nu) \right) \quad (۱۱.۲)$$

و یا به طور معادل به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$ds^\nu = dt^\nu - a^\nu (d\chi^\nu + \Phi_k(\chi^\nu) (d\theta^\nu + \sin^\nu \theta d\phi^\nu)) \quad (۱۲.۲)$$

که در آن $\Phi_k(\chi^\nu)$ عبارتست از:

$$\Phi_k(\chi^\nu) \equiv \begin{cases} \sinh^\nu \chi, & K = -1 \\ \chi^\nu, & K = 0 \\ \sin^\nu \chi, & K = +1 \end{cases} \quad (۱۳.۲)$$

۲.۳.۲ شکل هم‌مدیس

ساختار علی جهان توسط انتشار نور در فضا-زمان FRW ، (۱۱.۲)، تعیین می‌شود. از طرفی فوتون‌ها بر روی ژئودزی‌های نورگونه^{۲۴}، ($ds^\nu = 0$)، حرکت می‌کنند که مطالعه‌ی مسیرشان با معرفی کمیتی به نام زمان هم‌مدیس^{۲۵} آسان‌تر خواهد بود. لذا در ادامه ابتدا این کمیت را معرفی می‌کنیم و سپس متریک را بر حسب آن بازنویسی می‌نماییم و به تفسیر معنای فیزیکی این تصویر می‌پردازیم [۱۶].

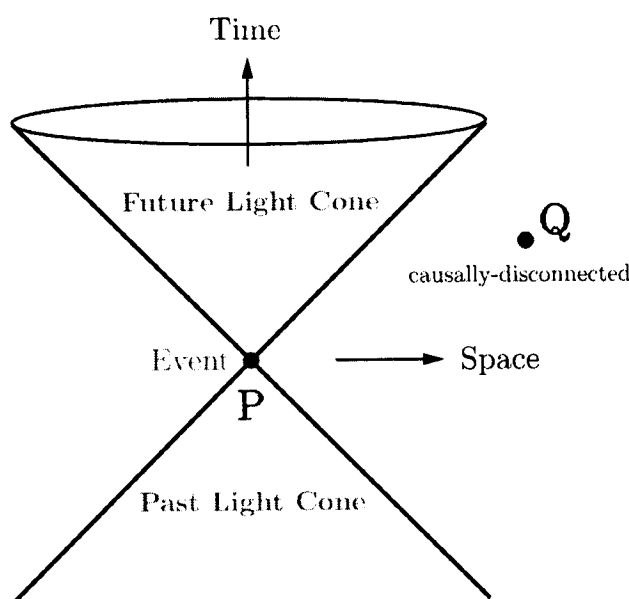
عنصر زمان هم‌مدیس به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$d\tau = \frac{dt}{a(t)} \quad (۱۴.۲)$$

با این تعریف می‌توان معادله‌ی (۱۲.۲) را بر حسب مختصات هم‌مدیس به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$ds^\nu = a(t)^\nu \{ d\tau^\nu - (d\chi^\nu + \Phi_k(\chi^\nu) (d\theta^\nu + \sin^\nu \theta d\phi^\nu)) \} \quad (۱۵.۲)$$

Friedmann-Robertson-Walker^{۲۳}
Null geodesics^{۲۴}
Conformal time^{۲۵}



شکل ۳.۲: مخروط نوری و علیت [۱۶]

معادله‌ی (۱۵.۲) نشان می‌دهد که متریک FRW با متریک مینکوفسکی هم‌مدیس می‌باشد. یعنی المان طول در آن $a(t)$ برابر المان طول فضای مینکوفسکی است. به سادگی می‌توان اثبات کرد که در مختصات هم‌مدیس ژئودزی‌های نور گونه شعاعی ($d\Omega = 0$) همیشه با زاویه‌ی ۴۵ درجه در صفحه‌ی $\chi - \tau$ قرار دارند (شکل (۳.۲)):

$$ds^2 = 0 \implies \chi(\tau) = \pm\tau + const \quad (16.2)$$

خواهیم دید که با کمک این کمیت می‌توان به شیوه‌ی بهتری مشکلات مدل استاندارد کیهان‌شناسی را مطرح نمود.

۳.۳.۲ افق

- افق ذره

به طور کلی اگر جهان سن محدودی داشته باشد، مسافتی که نور تاکنون طی کرده، محدود است و چون اطلاعات با سرعت نور منتقل می‌شوند، حجم محدودی از فضا در تماس علی با ما است. سطح احاطه‌کننده‌ی این حجم افق ذره^{۲۶} نامیده می‌شود. حال به فرمول‌بندی ریاضی افق می‌پردازیم. طبق معادله‌ی (۱۶.۲) بیشینه‌ی مسافت همراهی که نور از زمان هم‌مدیس

^{۲۶} Particle horizon

τ_i تا زمان هم‌مدیس τ طی می‌کند عبارتست از:

$$\chi_p(\tau) = \tau - \tau_i = \int_{\tau_i}^{\tau} \frac{dt}{a(t)} \quad (17.2)$$

حال با ضرب کردن افق همراه در عامل مقیاس می‌توان اندازه‌ی فیزیکی افق را نیز در هر زمان به صورت زیر به دست آورد:

$$d_p(t) = a(t)\chi_p(\tau) \quad (18.2)$$

-افق رویداد

افق رویداد^{۲۷} مجموعه نقاطی را تعریف می‌کند که اگر از آن‌ها سیگنالی فرستاده شود هرگز به ما نخواهد رسید. در مختصات همراه مکان این نقاط عبارتست از:

$$\chi > \chi_e = \int_{\tau}^{\tau_{max}} d\tau = \tau - \tau_{max} \quad (19.2)$$

که در آن منظور از τ_{max} لحظه‌ی پایانی دنیا است. اگر χ_e محدود باشد، افق رویداد وجود دارد و در صورتی که χ_e بی‌نهایت باشد، هیچ افق رویدادی متصور نمی‌شود. با توجه به تعاریف فوق مشاهده می‌شود که افق رویداد مکمل افق ذره است.

۴.۲ دینامیک عالم

تا کنون از سینماتیک فضا-زمان صحبت کردیم، اکنون وقت آن رسیده است که دینامیک فضا-زمان را بررسی کنیم. این دینامیک توسط معادلات میدان آاینشتاین داده می‌شود. ابتدا شکل تانسور انرژی-تکانه را بدست می‌آوریم. برای سازگاری با تقارن‌های متریک، تانسور انرژی-تکانه باید قطری باشد و به دلیل همسانگردی نیز مولفه‌های فضایی آن باید با یکدیگر مساوی باشند. ساده‌ترین مثال برای چنین تانسوری شارهی کامل^{۲۸} است. که در آن داریم:

$$T_{\nu}^{\mu} = \text{diag}(\rho, -p, -p, -p) \quad (20.2)$$

Event horizon^{۲۷}
Perfect fluid^{۲۸}