دانشگاه حکیم سبزواری

دانشکده علوم پایه

پایان نامه جهت دریافت درجه کارشناسی ارشد فیزیک- ذرات بنیادی

طول کمینه، نوسان نوترینو و هندسه‌ی ناجابجایی

استاد راهنما:

دکتر سید علی اصغر علوی

استاد مشاور:

دکتر احمد فرزانه کرد

نگارش :

سمیه نوده

بیستم دیماه هزار و سیصد و نود و یک

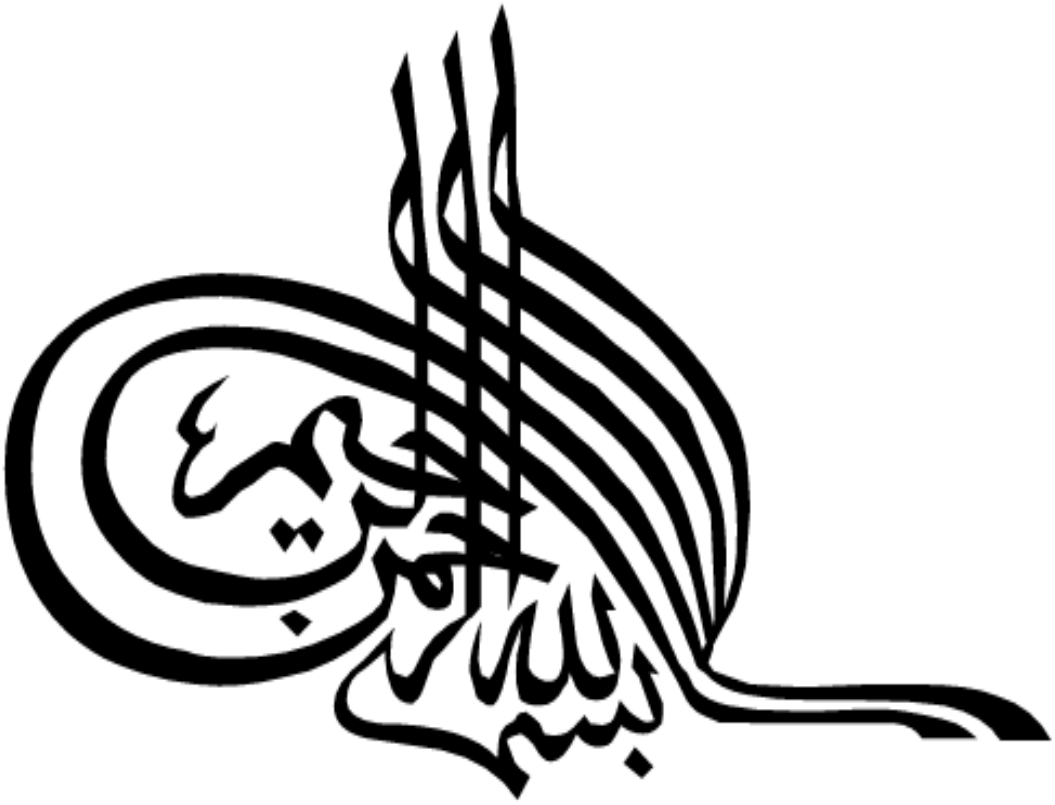
دانشگاه حکیم سبزواری
معاونت آموزشی و تحصیلات تکمیلی
مدیریت تحصیلات تکمیلی

سوگند نامه دانش آموختگان دانشگاه حکیم سبزواری

به نام خداوند جان و خرد کزین برتر اندیشه بر نگذرد

اینک که به خواست آفریدگار پاک، کوشش خویش و بهره گیری از دانش استادان و سرمایه های مادی و معنوی این مرز و بوم، توشه ای از دانش و خرد گردآورده ام، در پیشگاه خداوند بزرگ سوگند یاد می کنم که در به کارگیری دانش خویش، همواره بر راه راست ودرست گام بردارم. خداوند بزرگ، شما شاهدان، دانشجویان و دیگر حاضران را به عنوان داورانی امین گواه می گیرم که ازهمه دانش و توان خود برای گسترش مرزهای دانش بهره گیرم و از هیچ کوششی برای تبدیل جهان به جایی بهتر برای زیستن، دریغ نورزم. پیمان می بندم که همواره کرامت انسانی را در نظر داشته باشم و همنوعان خود را در هر زمان و مکان تا سر حد امکان یاری دهم. سوگند می خورم که در به کارگیری دانش خویش به کاری که با راه و رسم انسانی، آیین پرهیزگاری، شرافت و اصول اخلاقی برخاسته از ادیان بزرگ الهی، به ویژه دین مبین اسلام، مباینت دارد دست نیازم. همچنین در سایه اصول جهان شمول انسانی و اسلامی، پیمان می بندم از هیچ کوششی برای آبادانی و سرافرازی میهن و هم میهنانم فروگذاری نکنم و خداوند بزرگ را به یاری طلبم تا همواره در پیشگاه او و در برابر وجدان بیدار خویش و ملت سرافراز ، بر این پیمان تا ابد استوار بمانم.

نام و نام خانوادگی وامضای دانشجو


بسم الله الرحمن الرحيم

دانشگاه حکیم سبزواری

دانشکده علوم پایه

گروه فیزیک

پایان نامه جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد فیزیک، گرایش ذرات بنیادی

نوسان نوترینو، طول کمینه و هندسه‌ی ناجابجایی

استاد راهنما: دکتر سید علی اصغر علوی

استاد مشاور: دکتر احمد فرزانه کرد

پژوهشگر: سمیه نوده

دی ماه 1391

سپاس

سپاس خدایی را که همیشه و در همه حال یاریگر ماست و بی‌لطف او انجام هیچ کوچکی امکان پذیر نیست.

بر خود واجب می‌دانم که از زحمات بی‌دریغ استاد گرانقدر آقای دکتر علوی که راهنمای اینجانب در انجام این امر بوده‌اند خالصانه تشکر کنم، همچنین از پیگیری و راهنمایی آقای دکتر فرزانه کرد کمال تشکر را دارم.

همچنین از کلیه استادان گروه فیزیک به ویژه آقای دکتر بهنام آزادگان به خاطر سعه‌ی صدر فراوان کمال تشکر را دارم.

از خانواده و همسر و دوستانم به خاطر همراهی و تحمل فراوان سپاسگزاری می‌کنم.

سمیه نوده

تقدیم به

به آنان که گمنام زمین اند و شهره ی آسمان،

به پدر و مادر همیشه مهربانم،

و به همسر گرانقدرم.

چکیده

در این پایان‌نامه به بررسی نوسان اسپین و طعم نوترینو در حضور سیاهچاله‌ی شوارتزشیلد و ریسنر- نوردستروم ($Reissner - Nordstrom$) در فضای ناجابجایی پرداخته ایم.

فرکانس گذار تبدیل نوترینو به آنتی نوترینو را به دست می‌آوریم. نشان می‌دهیم که فرکانس گذار اسپینی در متریک شوارتزشیلد با افزایش نسبت جرم به پارامتر ناجابجایی افزایش می‌یابد و در متریک ریسنر- نوردستروم نیز این ارتباط حفظ می‌شود. نشان می‌دهیم که با افزایش پارامتر ناجابجایی یا طول کمینه نتایج فضای ناجابجایی به نتایج فضای جابجایی منجر می‌شود و نیز نتایج در هر دو مورد نوسان اسپین و نوسان طعم در متریک ریسنر- نوردسترم، با صفر در نظر گرفتن بار به همان نتایج متریک شوارتزشیلد منجر می‌شود.

نوسان طعم را در دو متریک یاد شده به دست می‌آوریم و سپس احتمال نوسان را بر حسب انرژی رسم می‌کنیم.

کلمات کلیدی: نوسان نوترینو، سیاهچاله، فضای ناجابجایی، متریک شوارتزشیلد، متریک ریسنر- نوردستروم ($Reissner - Nordstrom$)

فهرست مطالب

فهرست شکل-
ها..... **0**

فصل اول: آشنایی با فضای ناجابجایی

مقدمه..... 1

1-1 پیشگفتار..... 4

1-2 مقدمه‌ای بر هندسه‌ی ناجابجایی..... 4

1-3 کاربردهای فضای
ناجابجایی..... 7

1-4 اثرات ناجابجایی بر اتم هیدروژن..... 7

1-5 نوسانگر هماهنگ ساده در فضای
ناجابجایی..... 13

1-6 بررسی سیاهچاله‌ی RN
..... 15

1-7 راه حلی برای عدم
بازبهنجارش..... 19

فصل دوم: آشنایی با طول کمینه و کاربردهای آن در فیزیک

1-2
پیشگفتار..... 24

2-2 مفهوم طول کمینه.....24

2-3 طول کمینه و مثال‌هایی از کاربرد آن در سیستم‌های فیزیکی.....26

2-4 اتم هیدروژن با فرض طول کمینه.....27

2-5 مکانیک آماری با جبر عدم قطعیت طول کمینه.....30

2-6 بررسی گاز ایده‌آل در مکانیک آماری با در نظرگرفتن طول کمینه.....31

2-7 بررسی نوسانگر هماهنگ ساده با در نظر گرفتن طول کمینه.....35

فصل سوم: آشنایی با نوترینو و نوسان نوترینو

3-1 پیشگفتار.....40

3-2 نوترینو چیست.....43

3-3 تاریخچه‌ی کشف نوترینو.....45

3-4 منابع نوترینو.....46

3-5 جرم نوترینو..... 47

3-6 طبقه‌بندی نوترینوها..... 48

3-7 نوسان نوترینو..... 50

3-8 اصول نوسان نوترینو..... 51

3-9 نوسان دو طعم نوترینو..... 54

3-10 نوسان سه طعم نوترینو..... 56

3-11 نوترینو در حضور میدان گرانشی..... 58

3-12 نوسان اسپین نوترینو در متریک شوارتزشیلد در فضای جابجایی 59

فصل چهارم: بررسی نوسان طعم و نوسان اسپین نوترینو در فضای ناجابجایی

4-1 پیشگفتار..... 68

4-2 بررسی نوسان اسپین نوترینودر متریک شوارتزشیلد..... 68

4-3 بررسی نوسان اسپین نوترینو در متریک RN..... 80

فصل پنجم: بررسی نوسان طعم در فضای ناجابجایی

5-1 پیشگفتار.....89

5-2 بررسی نوسان طعم نوترینو در متریک شوارتزشیلد.....89

5-3 محاسبه‌ی اختلاف فاز نوترینوهای نسبیتی در متریک RN.....97

منابع و
مآخذ.....104

ضمیمه‌ی
الف.....100

ضمیمه‌ی ب.....104

ضمیمه ج 106

فهرست شکل‌ها

شکل شماره‌ی 3-1.....55
شکل شماره‌ی 3-2.....58
شکل شماره‌ی 3-3.....65
شکل شماره‌ی 4-1.....79
شکل شماره‌ی 4-2.....79
شکل شماره‌ی 4-3.....86
شکل شماره‌ی 4-4.....87
شکل شماره‌ی 5-1.....94
شکل شماره‌ی 5-2.....96

مقدمه

جهانی که ما در آن زندگی می‌کنیم سراسر پرسش و پاسخ است، اما غالباً پاسخ‌ها خود زاینده‌ی سوالات دیگری هستند. به عبارت دیگر میزان پرسش‌ها و ابهاماتی که به کوله‌بار آدمی افزوده می‌شود چندین برابر معلوماتی است که کسب می‌شود. همین موضوع است که انسان را وادار به تلاش می‌کند تا بتواند هر چه بیشتر از پیرامون خود اطلاعات داشته باشد.

در پیرامون ما بسیاری از مخلوقات خداوند وجود دارند که با وجود آن‌که از کشف آن‌ها دیرزمانی می‌گذرد اما اطلاعات ما از آن‌ها خیلی کم است، یکی از این موجودات نوترینو می‌باشد.

در مدل استاندارد فیزیک ذرات بنیادی، نوترینوها بدون جرم فرض می‌شوند. ذره‌ای که دارای جرم نباشد، انرژی آن با عملگر هلیسیتی[۱] جابجا می‌شود، به عبارت دیگر هلیسیتی پایسته خواهد بود.

اما اگر نوترینو دارای جرم باشد میزان عدم پایستگی هلیسیتی از مرتبه‌ی m/E است و از آن‌جا که این ذره فوق نسبیتی است این کسر بسیار کوچک خواهد بود. جرمدار بودن این ذرات می‌تواند سرآغاز یک بحث بسیار جالب به نام نوسان نوترینو باشد، یعنی اگر نوترینوها دارای جرم باشند در این صورت یک ماتریس اختلاط وجود خواهد داشت که قسمت‌های مختلف لپتونی را در هم خواهد آمیخت. به این ترتیب شباهت هادرونی- لپتونی کامل خواهد شد. البته نباید فراموش کنیم که طبیعت همیشه آن طور که ما می‌خواهیم متقارن نیست و ممکن است این ساخته‌های نظری توافقی با عمل نداشته باشند.

اگر در بخش لپتونی هم یک ماتریس اختلاط داشته باشیم در این صورت قادر خواهیم بود که ویژه حالت‌های طعم لپتونی را به صورت بر هم‌نهی خطی از ویژه حالت‌های جرمی بنویسیم. در این صورت

---

[۱] $Helicity$

عملگر هلیسیتی برای طبقه بندی حالت‌های موج تخت مفید است، مقدار انتظاری این عملگر در یک حالت مشخص میزانی از هم‌راستایی اسپین ذاتی ذره با جهت حرکت ذره در آن حالت است.

ماتریس‌های نمایش دهنده‌ی ویژه‌حالت‌های طعم جرمی به طور همزمان قطری نمی‌شوند و ما نوترینویی خواهیم داشت که با طعم معین مثلاً الکترون شروع به حرکت می‌کند و در طول مسیر حرکت متناوباً تغییر طعم می‌دهد که به این تغییر طعم تناوبی، نوسان نوترینو گفته می‌شود.

سالهاست که موضوع نوسان نوترینو در فضای جابجایی مطرح شده است و نتایج حاصل از آن مورد بررسی موشکافانه قرار گرفته است، پیرو بررسی‌های انجام شده می‌توان نوسان نوترینو را در فضای ناجابجایی هم مطالعه نمود.

فصل اول این پایان‌نامه به بررسی مفهوم ناجابجایی و چگونگی ورود آن به فیزیک ذرات بنیادی و کاربردهای آن در فیزیک دارد، فصل دوم مروری بر مفهوم طول کمینه و چند کاربرد آن در فیزیک می‌پردازد، فصل سوم دلایل وجود نوترینو و مفهوم فیزیکی نوسان نوترینو را بیان می‌کند و برای فهم بهتر نوسان در فضای ناجابجایی، نوسان نوترینو در فضای جابجایی را مورد بحث قرار می‌دهد، فصل چهارم به بررسی نوسان اسپین نوترینو و فصل پنجم به بررسی نوسان طعم در دو متریک شوارتزشیلد و RN در فضای ناجابجایی می‌پردازد.

فصل اول

آشنایی باهندسه‌ی ناجابجایی

۱-۱ پیشگفتار

در این فصل به فلسفه و تاریخچه‌ی هندسه‌ی ناجابجایی می‌پردازیم و چگونگی ورود آن به فیزیک را بیان می‌کنیم. در ادامه به برخی از کاربردهای هندسه‌ی ناجابجایی در فیزیک می‌پردازیم.

۱-۲ مقدمه‌ای بر هندسه‌ی ناجابجایی

هندسه‌ی ناجابجایی شاخه‌ای از ریاضیات است که به جبر ناجابجایی وابسته است، یک جبر ناجابجایی برای مثال خود را به این صورت نشان میدهد که دو عملگر x و y در رابطه‌ای مثل $xy \neq yx$ صدق کنند.

اخیراً توجه زیادی به فرمولبندی و نتایج تجربی ممکن حاصل از گسترش و تعمیم نظریه‌های مختلف فیزیکی از ماده چگال گرفته تا ذرات بنیادی و کیهانشناسی به فضاهای ناجابجایی شده‌است. ایده‌ی اساسی فضای ناجابجایی از نظریه‌ی ریسمان ناشی می‌شود[۱]. از جمله مسائل اساسی که فیزیکدانان نظری با آن مواجه هستند، ماهیت فضا زمان است، که این مسئله با مسئله‌ی وحدت برهمکنش‌های بنیادی ارتباط داشته و برخی فیزیکدانان فضای ناجابجایی را چهارچوب مناسبی برای وحدت برهمکنش گرانشی می‌دانند. همچنین مطالعه‌ی فضاهای ناجابجایی برای درک پدیده‌ها در

فواصل بسیار کوچک ورای نظریه‌ها و مدل‌های موجود از جمله الکترودینامیک کوانتومی[۲](QED) و کرمودینامیک کوانتومی[۳] (QCD) از اهمیت بسیاری برخوردار است.

همه‌ی آزمایش‌های فیزیک، فرضیه‌ی توصیف فضا زمان به‌وسیله‌ی بسلا[۴]ی دیفرانسیلی را بیان نموده و نظریه‌های موفق به عنوان نظریه‌های میدان روی چنین بسلاهایی فرمولبندی می‌شوند، اما در نظریه‌های میدان کوانتومی مشکلاتی در انرژی‌های بالا (فواصل کوتاه) وجود دارند که قابل حل نیستند. اما فرمولبندی‌های دیگری نیز وجود دارند که از روش‌های جبری بهره می‌برند که در آن‌ها جایگزینی بسلاهای دیفرانسیلی کاربردی ندارد. در روزهای اولیه‌ی ارائه‌ی نظریه‌ی میدان‌های کوانتومی، هایزنبرگ[۵] در سال ۱۹۳۰ پیشنهاد نمود که فضا- زمان در فواصل خیلی کوتاه به وسیله‌ی خواص جبری اصلاح شوند که این می‌توانست منجر به روابط عدم قطعیت مختصات فضا شود.

به بیان دیگر هایزنبرگ برای کنترل واگرایی‌هایی که در نظریه‌ها از جمله الکترودینامیک کوانتومی وجود داشت، یک ساختار ناجابجایی را برای مقیاس‌های طولی بسیار کوچک معرفی کرد که از آن می‌توان برای معرفی یک قطع ماورای بنفش[۶] استفاده نمود.

اشنایدر[۷] در مقاله‌ای، این نظریه را کاملاً مورد بررسی قرار داده و فرمول‌بندی نمود[۱]. انگیزه‌ی این کار نیاز به کنترل واگرایی‌هایی بود که از جمله الکترودینامیک کوانتومی را با مشکل مواجه کرده بود اما این پیشنهاد در آن زمان نادیده گرفته شد.

سمت و سوی عمده درهندسه‌ی ناجابجایی در سال ۱۹۷۹ به وسیله‌ی یک ریاضیدان فرانسوی به نام آلین کونز[۸] وارد مباحث ریاضی شد. نظریه‌ی کونز برگرفته از مباحث ریمانی بود. برای فهم ناجابجایی، گروه‌های کوانتومی و جبر هوف ضروری هستند.

---

۲ *Quantum Electrodynamics*
۳ *Quantum Chormodynamics*
۴ *manifold*
۵ *Heisenberg*
۶ *Ultraviolet cutoff*
۷ *Snyder*

فکر و عقیده‌ی ناجابجایی در ابتدا از فیزیک کوانتوم در جایی ایجاد شد که مختصه‌های مکان و فضای اندازه‌حرکت یعنی متغیرهای $\hat{x}$ و $\hat{p}$ رابطه‌ی جابجایی هایزنبرگ را ارضا می‌کردند: $[\hat{x},\hat{p}]=i\hbar$. این رابطه منجر به رابطه‌ی عدم قطعیت $\Delta x\Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$ می‌شود. بنابراین مفهوم نقطه در فضای فاز کوانتومی وجود ندارد، در عوض مفهوم سلول‌های پلانک مطرح شد، در اولین مراحل معرفی فضای ناجابجایی فیزیکدانی به نام نویمان[۹] تلاش کرد که هندسه‌ی بدون نقطه[۱۰] را توصیف کند، روش جبر نویمان طوری فرمولبندی شده است که منجر به فضای ناجابجایی می‌شود. این همان فضای جبری توپولوژی است که جبر ناجابجایی به جای توابع C^* جابجایی جایگزین شده است.

ابزارهای فیزیکی متنوع توسط کونز گسترش پیدا کرد، دیگر دانشمندان همکار وی برای روشن‌تر شدن موضوع نظریه‌ی یانگ میلز ناجابجایی و مدل‌های ذرات را مطرح کردند. در مسایل فیزیکی مفهوم فضای فاز ناجابجایی به مولفه‌هایی از ناجابجایی گسترده شد که توسط خود هایزنبرگ مطرح شده بود. اشنایدر معتقد بود که اگر یک توصیف منسجم برای ساختارهای فضا زمان روی مقیاس‌های کوچک پیدا شود می‌توان واگرایی‌های ماورای بنفش را از نظریه‌ی میدان کوانتومی حذف نمود.

این معادل با استفاده از پارامتر Λ در انتگرال‌گیری فضای اندازه حرکت برای محاسبه‌ی نمودارهای فاینمن[۱۱] می‌باشد که به طور ضمنی به مقیاس طولی Λ^{-1} منجر می‌شود که از ابعاد کوچکتر از آن صرفنظر می‌شود. در همان سال‌ها پیشنهاد داده شد که برای جلوگیری از تکینگی در خودانرژی الکترون از فضای ناجابجایی استفاده شود. در سال ۱۹۴۷ مقاله‌ای با همین عنوان منتشر شد. در این مقاله با کم کردن ابعاد از پنج بعد ناوردایی لورنتس به دست آورده شده بود. درهمان سال کار مشابهی در فضای دو- سیتر[۱۲] انجام شد. به این ترتیب عدم قطعیت در مکانیک کوانتومی به عنوان یکی از

---

[۸] *Alain Connes*
[۹] *Von* Neumann
[۱۰] *Pointless geometry*
[۱۱] Feynman
[۱۲] de sitter

حلقه‌های غیرقابل انکار جبر جابجاشونده‌هایی که در نظریه‌ی ساختار سینماتیک ایجاد شد به کار می رود[۱].

۱-۳ کاربردهای فضای ناجابجایی در فیزیک

با شروع بحث فضای ناجابجایی و پذیرش حل شدن مشکلات واگرایی و بازبهنجارش نظریه‌های میدان و الکترودینامیک کوانتومی، دریچه‌ی جدیدی برای فیزیکدانان در جهت حل مجدد مسایل و پدیده‌های فیزیکی گشوده شد. به این ترتیب که پدیده‌های فیزیکی که قبلاً در فضای جابجایی بررسی شده بودند، در این مرحله با در نظر گرفتن مفهوم ناجابجایی مجدداً بررسی شدند و نتایج جدید و زیبایی حاصل شد.

اتم هیدروژن، نوسانگر هماهنگ ساده در یک بعد و بیشتر، اثر آهارونوف- بوهم، اثرهای اشتارک، جابجایی لمب و... از جمله‌ی این پدیده‌ها بودند.

در زیر به بررسی اثر فضای ناجابجایی بر روی حالت پایه اتم هیدروژن می‌پردازیم.

۱-۴ اثرات ناجابجایی بر اتم هیدروژن

اتم هیدروژن در فضای استاندارد

اگر مبدا مختصات در هسته انتخاب شود، پتانسیل الکتریکی موثر بر الکترون در دستگاه SI برابر با $V(r) = -\frac{ze^2}{r}$ است که در آن $r = \sqrt{x_s^2 + y_s^2}$ از این‌رو هامیلتونی آن به شکل زیر خواهد بود:

$$H(x_s, y_s, p_{x_s}, p_{y_s}) = \frac{1}{2\mu}(p_{x_s}^2 + p_{y_s}^2) - \frac{ze^2}{\sqrt{x_s^2+y_s^2}} \qquad (۱-۱)$$

با استفاده از دستگاه مختصات استوانه‌ای (قطبی صفحه)، از آن‌جا که قسمت‌های شعاعی و زاویه-ای مستقل از هم هستند، بنابراین می‌توانیم ویژه توابع را به صورت حاصل‌ضرب توابع مربوط به هر