فصل اول

مقدمه

۱-۱- مقدمه

زمان‌بندی تخصیص منابع در طول زمان اجرای مجموعه‌ای از وظایف است. مسئله عملی تخصیص منابع در طول زمان برای اجرای مجموعه‌ای از کارها، در وضعیت‌های مختلف مطرح می‌شود. نظریه زمان‌بندی اصولا با مدل‌های ریاضی سر و کار دارد. معمولا سه هدف عمده در مسائل زمان‌بندی وجود دارد که شامل بهره‌برداری کارا از منابع، پاسخگویی سریع به تقاضا و انطباق دقیق زمان‌های تحویل با موعد تحویل تعیین شده. معمولا منابع «ماشین» و وظایف «کار» نامیده می‌شود. غالبا می‌توان از یک معیار مهم هزینه‌ای مربوط به سنجش عملکرد سیستم (مانند زمان بیکاری ماشین، زمان انتظار انجام کار و یا تاخیر کار) به عنوان جانشینی برای هزینه کل سیستم استفاده کرد. جوهره مسائل زمان‌بندی به تصمیم‌گیری در مورد تخصیص منابع و توالی عملیات منحصر می‌شود[۱].

مسائل زمان‌بندی بسته به نوع کارگاه، قطعیت داده‌ها، نوع ورود قطعات و رویکردهای حل به دسته‌های مختلفی تقسیم می‌شود. این دسته‌بندی می‌تواند بر اساس نوع کارگاه به صورت تک‌ماشین، ماشین‌های‌موازی، جریان‌کارگاهی[۱]، تولید کارگاهی[۲]، سیستم تولید انعطاف‌پذیر[۳]، تولید سلولی[۴] و خط مونتاژ در نظر گرفته شود. اگر کلیه پارامترهای مسئله به صورت قطعی در دسترس باشد، مسئله جزء دسته قطعی است و در مقابل اگر حداقل یک پارامتر قطعی نباشد مسئله به صورت احتمالی یا فازی در نظر گرفته می‌شود. اگر مجموعه کارهای در دسترس برای زمان‌بندی در طول زمان تغییر نکند سیستم، ایستا و اگر در طول زمان یک کار به مجموعه کارها اضافه شود سیستم، پویا نامیده می‌شود[۱]. سیستم پویا نیز خود به دو دسته برون خط[۵] و بر خط[۶] تقسیم می‌شود. در حالت برون

[1] flow shop
[2] job shop
[3] Flexible Manufacturing System
[4] cellular manufacturing
[5] Off line
[6] On line

خط تمام اطلاعات مربوط به فعالیت‌هایی که قرار است زمان‌بندی شوند مشخص است ولی در حالت بر خط اطلاعاتی در مورد فعالیت‌هایی که موجود نیستند، وجود ندارد[۲]. رویکردهای حل مسئله نیز به دو دسته روش‌های بهینه و ابتکاری[۱] تقسیم می‌شوند. رویه‌های مدل‌سازی ریاضی، برنامه‌ریزی پویا[۲] و شاخه و کران[۳] نمونه‌هایی از روش‌های بهینه هستند. در روش‌های ابتکاری نیز می‌توان از الگوریتم‌های تقریب[۴]، روش‌های ابتکاری و فراابتکاری[۵] مختلف نام برد. جدول ۱-۱ به طور خلاصه تقسیم‌بندی مسائل زمان‌بندی را نشان می‌دهد. در ادامه برخی از کاربردهای مسائل مطرح شده در زمینه فعالیت‌های رو به زوال مورد بررسی قرار می گیرد.

جدول(۱-۱)طبقه بندی کلی مسائل زمان‌بندی

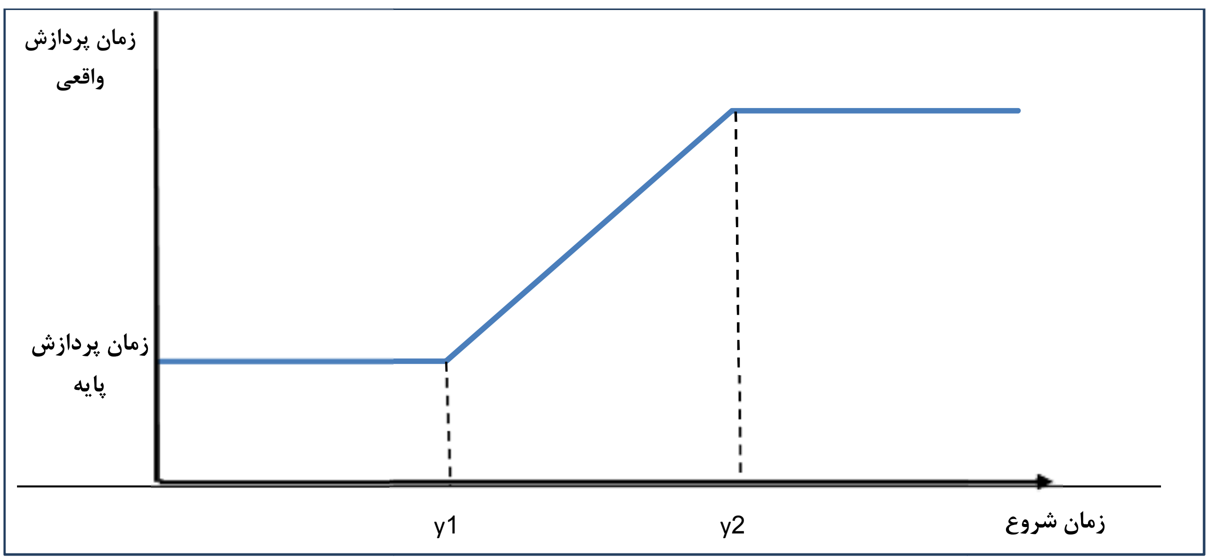
نوع کارگاه	قطعیت داده‌ها	نوع ورود قطعات	رویکردهای حل
تک ماشین ماشین‌های موازی جریان کارگاهی تولید کارگاهی سیستم تولید انعطاف پذیر تولید سلولی خط مونتاژ	قطعی غیر قطعی - احتمالی - فازی	سیستم ایستا سیستم پویا - مسئله **off line** - مسئله **on line**	روش‌های بهینه - برنامه‌ریزی ریاضی - برنامه‌ریزی پویا - شاخه و کران روش‌های ابتکاری - الگوریتم‌های تقریب - رویه‌های ابتکاری -رویه‌های فراابتکاری - **GA** - **SA** - **TS** - و ...

[1] heuristic
[2] Dynamic Programming
[3] Branch and Bound
[4] Approximation algorithms
[5] meta-heuristic

۱-۲- تعریف مسئله

یک فعالیت رو به زوال[1] فعالیتی است که زمان پردازش آن ثابت نبوده و به فعالیت‌های زمان‌بندی شده بستگی دارد. به عبارت دیگر یک فعالیت که دیرتر پردازش می‌شود نیاز به زمان بیشتری برای پردازش دارد نسبت به زمانی که آن فعالیت زودتر پردازش گردد[۴]. فعالیت‌های زمان-بندی شده، می‌تواند به سه صورت (۱) زمان شروع هر کار (۲) موقعیت هر کار و (۳) مجموع زمان پردازش پایه کارهای زمان‌بندی شده مطرح گردد.

در این تحقیق مدت زمان پردازش هر کار بر اساس شکل ۱-۱ در نظر گرفته می‌شود که در آن مقادیر از پیش تعیین شده y_1 و y_2، نوع ضابطه مورد نظر را مشخص می کند. اگر زمان شروع هر کار کوچک تر از y_1 باشد، مدت زمان پردازش آن بر اساس ضابطه اول که یک مقدار ثابتی است، محاسبه می‌گردد. از زمان y_1 تا y_2، مدت زمان پردازش هر کار بر اساس ضابطه دوم که یک تابع خطی بر اساس زمان شروع آن کار است محاسبه می‌شود. ضابطه سوم نیز زمانی مورد استفاده قرار می‌گیرد که زمان شروع کار، بزرگتر از y_2 باشد که در آن یک مقدار جریمه ثابت $b_i\ (y_2-y_1)$ به مقدار زمان پردازش پایه کار اضافه می‌گردد.



شکل(۱-۱): زمان پردازش واقعی ji

یکی از معیارهای مهم که در مسائل زمان‌بندی در نظر گرفته می‌شود کمینه کردن تعداد کارهای دیرکردار است که متناظر با هزینه کمبود در محیط های تولیدی می‌باشد. در این تحقیق مسئله زمان‌بندی تک ماشین با فعالیت های رو به زوال و تابع هدف تعداد کارهای دیرکردار بررسی می‌شود.

---
[1] Deteriorating Job

در این مسئله فرض می‌شود که نرخ زوال برای تمام کارها متغیر است و مدت زمان پردازش واقعی هر کار بر اساس شکل ۱-۱ محاسبه می‌گردد. تا کنون در ادبیات موضوع مطالعه‌ای، بر روی مسئله مشاهده نشده است بنابراین ابتدا درجه پیچیدگی آن بررسی شده، سپس یک رویه دقیق شاخه و کران برای حل آن ارائه می‌گردد.

۱-۳- موارد کاربرد

در مدل پایه تئوری زمان‌بندی فرض می‌شود که زمان پردازش فعالیت‌ها مقدار ثابت و از پیش تعیین شده‌ای است. این فرض ممکن است در بعضی از حالت‌ها درست باشد ولی با توجه به این که ماشین (و یا ابزاآلات) در طول زمان مستهلک می‌شود و کارآیی آن پایین می‌آید این فرض نمی‌تواند صحیح باشد[۴]. به علاوه در برخی از صنعت‌ها مانند صنعت فولاد منتظر ماندن یک کار برای پردازش شدن، زمان پردازش را افزایش دهد. از طرفی در برخی از حالت‌های خاص (مانند شناسایی رادار) نیز ممکن است زمان پردازش فعالیت با گذشت زمان کاهش یابد. زمان پردازش واقعی دسته اول بر اساس یک تابع غیرکاهشی و دسته دوم بر اساس یک تابع غیرافزایشی در نظر گرفته می‌شود. به عبارت دیگر مسائل زمان‌بندی فعالیت‌های رو به زوال به دو دسته کلی غیرکاهشی و غیرافزایشی تقسیم می‌شوند که بیشتر بررسی‌ها در زمینه غیرکاهشی صورت گرفته و کمتر به توابع غیرافزایشی پرداخته شده است. همچنین مسائل مربوط به اثر یادگیری نیز از دسته مسائلی هستند که زمان پردازش هر کار به وسیله یک تابع غیرافزایشی بیان می‌شود. در واقع هرچه زمان افزایش می‌یابد، توانایی اپراتور در انجام کار افزایش می‌یابد یا به عبارتی هرچه زمان بگذرد، میزان یادگیری اپراتور افزایش یافته و کار مورد نظر را در زمان کمتری به انجام می‌رساند. مسئله فعالیت‌های رو به زوال اولین بار توسط گوپتا و همکاران[۴] ارائه و مورد بررسی قرار گرفت.

نمونه چنین مسائلی در بسیاری از حوزه‌ها مشاهده می‌گردد. برای دسته اول تعمیر ماشین و یا وسائل نقلیه، عملکرد رویه‌های درمانی، مهار کردن آتش سوزی، و جستجوی برای یافتن هدف در موقعیت نظامی در تاریکی رو به گسترش، نمونه‌هایی از این مسائل هستند[۳]. به عنوان مثال اگر تعمیر یک قطعه معیوب بلافاصله بعد از معیوب شدن صورت گیرد مدت زمان کمتری برای تعمیر مورد نیاز است نسبت به زمانی که تعمیر قطعه با تاخیر اتفاق افتد. به عبارت دیگر قطعه معیوب هر چه دیرتر تعمیر شود، بیشتر رو به زوال می‌رود(خراب می‌شود). این مثال نشان می‌دهد که فعالیت‌های رو به زوال در زمینه برنامه‌ریزی و زمان‌بندی نت مورد استفاده قرار می‌گیرد[۵].اگر درمان بیماری با تأخیر صورت گیرد آن‌گاه دوره درمان بیماری افزایش می‌یابد. همچنین اگر مهار کردن آتش به موقع صورت نگیرد وسعت آتش بیشتر شده و مدت زمان فرایند خاموش کردن آن افزایش می‌یابد.

نمونه‌ای از کاربرد مدل غیر افزایشی فعالیت‌های رو به زوال تهدیدات هوایی که به‌وسیله ایستگاه‌های رادار تشخیص داده می‌شود، خواهد بود. در این حالت، ایستگاه رادار نزدیک شدن هدف را تشخیص می‌دهد. زمان مورد نیاز برای تشخیص اهداف هرچه نزدیک‌تر باشد، کاهش می‌یابد. بنابراین هرچه هدف دیرتر کشف شود، زمان مورد نیاز برای تشخیص آن کمتر خواهد بود.

علاوه بر آن سیستم صف با یک خدمتکار چرخشی نمونه بارزی از مسئله با تابع غیرکاهشی به شمار می‌آید [۳]. در این سیستم صف، مشتریان به صورت تصادفی وارد ایستگاه‌های مختلفی می‌شوند. خدمتکار چرخشی باید به تمام ایستگاه‌ها سرکشی کند و با توجه به ۳ قانون به همه مشتریان سرویس دهد.

۱- زمانی که خدمتکار به یک ایستگاه رسید هیچ مشتری حق پیوستن به صف این ایستگاه را ندارد.

۲- بعد از آن‌که تمام مشتریان یک ایستگاه خدمت‌دهی شدند، خدمت‌کار به ایستگاه دیگری می‌رود و مشتریان می‌توانند وارد ایستگاه قبلی شوند.

۳- خدمت‌کار باید به تمام ایستگاه‌ها یک بار سرویس دهد و دوباره به ایستگاه اول برگردد.

یک مثال دیگر در زمینه فعالیت‌های رو به زوال فرآیند نورد[1] در صنایع فولاد است. شمش‌های فولاد برای این‌که در مرحله نورد قرار گیرند باید تا دمای مشخصی گرم شوند که اصطلاحا این مرحله پیش گرم[2] نامیده می‌شود. هر شمش که زودتر نورد شود تبادل گرمای کمتری با محیط داشته و بنابراین مدت زمان پیش گرم آن کمتر طول می‌کشد[۶].

قطعات با فرآیند تراشکاری نیز نمونه عملی دیگری در این زمینه به شمار می‌آید. ابزارآلات تراشکاری با انجام فرآیند تراشکاری فرسوده می‌شوند. به دلیل فرسودگی این ابزارآلات، زمان مورد نیاز برای تراشکاری قطعات بعدی بر اساس زمان پردازش قطعات تراشکاری شده افزایش می‌یابد[۷].

۱-۴- جمع بندی

در این فصل، مقدمه‌ای بر اهمیت، کاربرد و اهداف مسائل زمان‌بندی فعالیت‌های رو به زوال ارائه شده است. همان‌طور که بیان شد زمان پردازش فعالیت‌ها در محیط‌های تولیدی ثابت نیست و به دلایلی مانند مستهلک شدن ماشین‌ها و ابزارآلات، پایین آمدن بازده ماشین و همچنین رو به زوال رفتن کارها در صورت منتظر ماندن، زمان پردازش به طور مستقیم یا غیر مستقیم به زمان شروع کار وابسته می‌شود. در فصل دوم تحقیقات صورت گرفته در زمینه مسائل زمان‌بندی فعالیت‌های رو به

[1] rolling
[2] preheating

زوال مورد بررسی قرار می‌گیرد. در فصل سوم مسئله زمانبندی تک ماشین با فعالیت های رو به زوال و تابع هدف تعداد کارهای دیرکرددار بررسی شده و برای حل آن یک رویکرد ابتکاری و شاخه و کران ارائه می گردد. در فصل چهارم نیز نتیجه‌گیری و پیشنهادات ارائه می‌گردد.

فصل دوم

مبانی نظری و پیشینه تحقیق

۲-۱- مقدمه

در این فصل تحقییقات صورت گرفته بر روی مسائل زمان‌بندی فعالیت‌های رو به زوال و نیز مسائل با معیار کمینه کردن تعداد کارهای دیرکرددار مورد بررسی قرار می‌گیرد. در ابتدا تعاریف و نمادهای مورد نیاز بیان شده، سپس یک طبقه‌بندی کلی برای مسائل زمان‌بندی با تابع زوال خطی و غیرخطی ارائه شده، سپس مسائل با هدف کمینه کردن تعداد کارهای دیرکرددار مورد مطالعه قرار می‌گیرند.

۲-۲- تعاریف

در مسائل زمانبندی فعالیت های روبه زوال نمادهای زیر تعریف می گردد:

پارامترها:

n: تعداد کارها

j_i: کار i ام $\quad$ **i= 1, 2, …, n**

$N = \{J_1, J_2, \dots, J_n\}$: مجموعه کارهای مورد نیاز جهت زمان‌بندی

a_i: مدت زمان پردازش پایه j_i $\quad$ **i= 1, 2, …, n**

b_i: نرخ زوال j_i $\quad$ **i= 1, 2, …, n**

a: نرخ یادگیری

S: زمان شروع هر کار

d_i: موعد تحویل j_i $\quad$ **i= 1, 2, …, n**

w_i: وزن j_i $\quad$ **i= 1, 2, …, n**

r_i: زمان ورود j_i $\quad$ $i= 1, 2, \dots, n$

متغیرها:

P_i: مدت زمان پردازش واقعی j_i $\quad$ $i= 1, 2, \dots, n$

C_i: زمان تکمیل j_i $\quad$ $i= 1, 2, \dots, n$

U_i: اگر $d_i \geq C_i$ برابر با ۰ و در غیر این صورت برابر با ۱ است $\quad$ $i = 1,2,3,\dots,n$

F_i: مدت زمان در جریان j_i $\quad$ $i= 1, 2, \dots, n$

مقدار F_i از رابطه زیر بدست می آید.

$$F_i = C_i - r_i \qquad (۲-۱)$$

L_i: میزان مغایرت[۱] (موعد تحویل و زمان تکمیل) j_i $\quad$ $i= 1, 2, \dots, n$

مقدار L_i از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$L_i = C_i - d_i \qquad (۲-۲)$$

T_i: میزان دیرکرد[۲] j_i $\quad$ $i= 1, 2, \dots, n$

مقدار T_i از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$T_i = \max\{0, L_i\} \qquad (۲-۳)$$

E_i: میزان زودکرد j_i $\quad$ $i= 1, 2, \dots, n$

مقدار E_i از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$E_i = \max\{0, -L_i\} \qquad (۲-۴)$$

اهداف:

هدف عبارت است از تعیین یک توالی قابل قبول به گونه‌ای که تمام کارها با رعایت فرضیات و شرایط مورد نظر به ماشین تخصیص داده شود و معیارهای عملکردی مسئله بهینه گردد. معیارهای مورد نظر برای هر مسئله به صورت زیر بیان می‌شود:

C_{max}[۳]: بیشینه زمان تکمیل (دامنه عملیات) که از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$C_{max} = \max\{C_i\} \qquad (۲-۵)$$

E_{max}[۴]: بیشینه زودکرد که از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$E_{max} = \max\{E_i\} \qquad (۲-۶)$$

---

[1] lateness
[2] tardiness
[3] Makespan
[4] Maximum Earliness

T_{max}[1]: بیشینه دیرکرد که از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$T_{max} = \max \{T_i\} \qquad (۷-۲)$$

L_{max}[2]: بیشینه مغایرت که از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$L_{max} = \max_{1 \leq i \leq n}\{L_i\} \qquad (۸-۲)$$

N_T: تعداد کارهای دیرکرددار که از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$N_T = \sum U_i \qquad (۹-۲)$$

$\sum_{i=1}^{n} w_i U_i$: تعداد کارهای دیرکرددار وزنی

$\sum_{i=1}^{n} F_i$: زمان در جریان

$\sum_{i=1}^{n} C_i$: زمان تکمیل کل

$\sum_{i=1}^{n} w_i F_i$: زمان در جریان وزن‌دار کل

$\sum_{i=1}^{n} w_i C_i$: زمان تکمیل وزن‌دار کل

$\sum_{i=1}^{n} E_i$: زودکرد کل

$\sum_{i=1}^{n} T_i$: دیرکرد کل

$\sum_{i=1}^{n} L_i$: مغایرت کل

۲-۲-۱- قوانین ساده جهت حل مسائل پایه

در این مطالعه از مفاهیم پیچیدگی تعریف شده در گری و جانسون [۸] استفاده شده است. پیچیدگی زمان[3] یک الگوریتم به صورت **O(g(k))** تعریف می شود، که در آن **g** یک تابع و **k** طول ورودی یک مسئله نمونه است. برخی از مسائلی که در ادبیات موضوع مطرح می‌شوند، از به کارگیری قواعد ساده تقدمی حل شده‌اند که این قواعد معمولا می‌توانند در زمان **O(nlogn)** اجرا شوند. بعضی از این قواعد ساده عبارتند از:

- قاعده کمترین زمان پردازش (**SPT**[4]): با این قاعده کارها به ترتیب غیرکاهشی زمان پردازش مرتب می‌شوند.
- قاعده کمترین زمان پردازش وزن‌دار (**WSPT**[5]): در این حالت کارها به ترتیب غیرکاهشی نسبت زمان پردازش به وزن مرتب می‌شوند.

[1] Maximum Tardiness
[2] Maximum lateness
[3] Time complexity
[4] Shortrest Processing Time
[5] Weighted Shortest Processing Time

- قاعده کمترین نرخ زوال (SDR[۱]): با این قاعده کارها به ترتیب غیرکاهشی نرخ زوال مرتب می‌شوند.
- قاعده کمترین نرخ زوال وزن‌دار (WSDR[۲]): با این قاعده کارها به ترتیب غیرکاهشی نسبت زمان پردازش به نرخ زوال مرتب می‌شوند.
- قاعده کمترین زمان شناوری (MST[۳]): این قاعده کارها را به صورت غیرکاهشی بر اساس زمان فرجه مرتب می‌کند
- قاعده بیشترین زمان پردازش (LPT[٤]): در این قاعده کارها بر اساس ترتیب غیر صعودی زمان‌های پردازش مرتب می‌شوند.

قاعده زودترین موعد تحویل (EDD[٥]): بر اساس این قاعده کارها به صورت غیر کاهشی بر اساس موعد تحویل مرتب می‌شوند.

در ادامه برای تعریف مسائل زمان‌بندی از نماد گذاری گراهام [۹] استفاده شده است. این نماد گذاری به صورت $\alpha | \beta | \gamma$ است که در آن α نشان دهنده محیط ماشین، β نشان دهنده ویژگی‌های مسئله و γ نشان دهنده تابع هدف مسئله است.

در بخش α برای نشان دادن یک محیط تک ماشین از عدد ۱، ماشین‌های موازی یکسان از **Pm**، ماشین های موازی غیر یکسان از **Rm**، جریان کارگاهی از **Fm** و جریان کارگاهی جایگشتی از **PFm** استفاده می گردد.

در بخش β نیز برای نشان دادن فرض کارهای پی‌گرفتنی و از سرگرفتنی در مسائل با محدودیت دسترسی به ماشین به ترتیب از **r-a**[۶] و **nr-a**[۷] و برای فرض وجود زمان‌های در دسترس از r_i استفاده می‌شود.

[1] Weighted Shortest Processing Time
[2] Weighted Shortest Processing Time
[3] Minimum Slack Time
[4] Longest Processing Time
[5] Earliest Due Date
[6] Resumable
[7] Non- resumable

همچنین در بخش γ معمولا از توابعی استفاده می شود که در تعاریف بالا به آن اشاره شد.

به عنوان مثال مسئله زمان‌بندی تک ماشین با فرض ورود غیر همزمان کارها با هدف کمینه کردن تعداد کارهای دیرکرددار به صورت $\mathbf{1|r_i|\sum_{i=1}^{n} U_i}$ نمایش داده می شود که در آن مسئله در حالت تک ماشین مورد بررسی قرار گرفته بنابراین $\boldsymbol{\alpha}$ با عدد یک نشان داده شده است. ورود غیر همزمان کارها از ویژگی های این مسئله است که در قسمت $\boldsymbol{\beta}$ به صورت r_i نمایش داده شده است. همچنین تابع هدف، کمینه کردن تعداد کارهای دیرکرددار است که در قسمت γ به صورت $\mathbf{\sum_{i=1}^{n} U_i}$ نشان داده شده است.

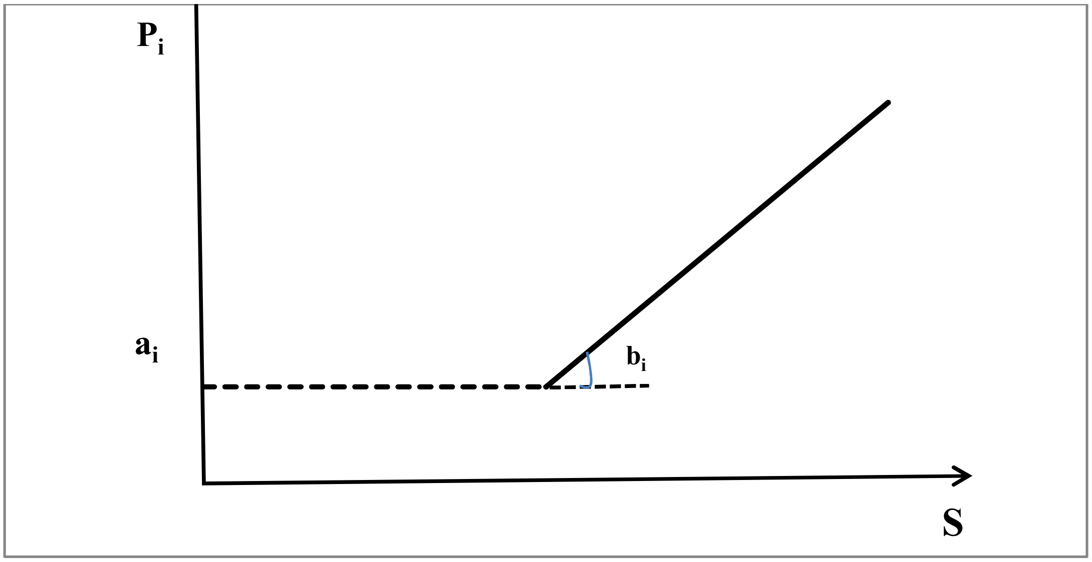
۲-۳- طبقه بندی مسائل زمان بندی فعالیت های رو به زوال

علیدائی و وومر[۱۰] در تحقیق خود مسائل زمان‌بندی فعالیت های رو به زوال را بر اساس نوع تابع رو به زوال تعریف شده به سه دسته اصلی مدل‌های خطی، خطی تکه ای[۱] و نمایی تقسیم کرده‌اند. در این تقسیم‌بندی مدت زمان پردازش واقعی فعالیت‌ها به طور مستقیم یا غیر مستقیم به زمان شروع وابسته است.

۱- در مدل‌های خطی، زمان پردازش واقعی هر کار بر اساس رابطه خطی ۲-۱۰ محاسبه می‌شود که شکل آن به صورت زیر می‌باشد.

$$\mathbf{P_i = a_i + b_i}S \qquad (۲-۱۰)$$

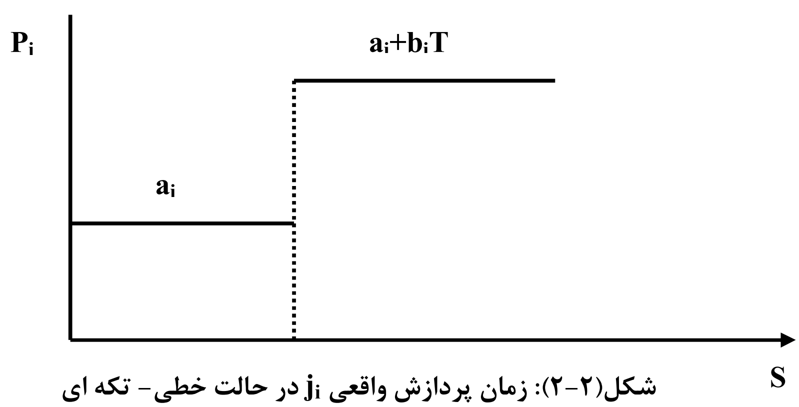
[1] Piecewise linear



شکل(۲-۱): زمان پردازش واقعی j_i در حالت خطی

۲- در مدل خطی تکه‌ای ، زمان پردازش واقعی هر کار بر اساس یک تابع دو یا چند ضابطه‌ای محاسبه می‌گردد. در این تابع هر یک از ضابطه‌ها می‌توانند به صورت مختلفی در نظر گرفته شوند و شکل‌های متفاوتی داشته باشند که یک نمونه آن بر اساس رابطه و شکل زیر نشان داده شده است.

$$\mathbf{P_i} = \begin{cases} \mathbf{a_i} & \mathbf{if\ S \leq T} \\ \mathbf{a_i + b_i T} & \mathbf{if\ S} > T \end{cases} \qquad (۲-۱۱)$$

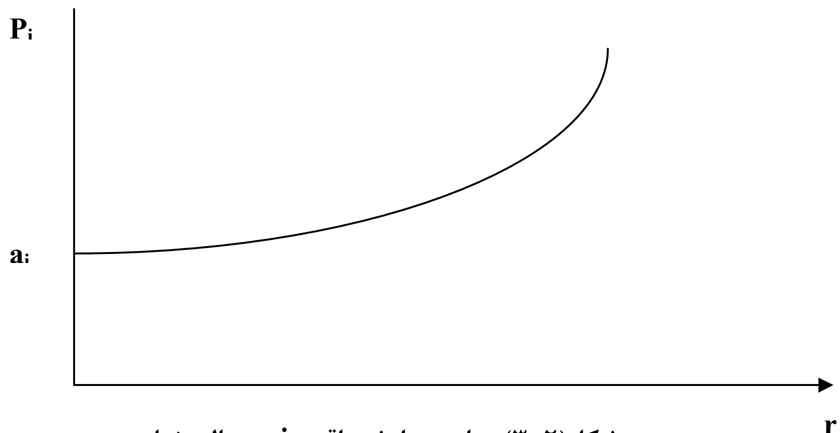


شکل(۲-۲): زمان پردازش واقعی j_i در حالت خطی- تکه ای

۳- در مدل نمایی، تابع زمان پردازش واقعی هر کار بر اساس موقعیت کار در توالی و یا زمان‌های پردازش فعالیت‌های زمان‌بندی شده به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$P(i, r) = a_i r^{b_i} \tag{۱۲-۲}$$

$$P_{ir} = a_i \left| 1 + \frac{\sum_{i=1}^{r-1} a_i}{\sum_{i=1}^{n} a_i} \right] \tag{۱۳-۲}$$



شکل(۲-۳) زمان پردازش واقعی j_i در حالت نمایی

همچنین در مسائل زمان‌بندی فعالیت های رو به زوال سه حالت کلی زیر برای کارها وجود دارد.

۱- نرخ زوال یکسان با در نظر گرفتن زمان پردازش پایه: در این حالت نرخ زوال برای تمام کارها یکسان است ولی هر کار زمان پردازش پایه معینی دارد. به عبارت دیگر نرخ زوال‌ها برابر با مقدار **b** می‌باشد و رابطه زیر برقرار است.

$$\mathbf{P_i} = \mathbf{a_i} + bS \tag{۱۴-۲}$$

۲- نرخ زوال متغیر بدون در نظر گرفتن زمان پردازش پایه: در این حالت هر کار نرخ زوال معینی دارد و زمان پردازش پایه برای تمام کارها برابر با صفر است که بر اساس رابطه زیر در نظر گرفته می‌شود.

$$\mathbf{P_i} = \mathbf{b_i S} \tag{۱۵-۲}$$

۳- نرخ زوال متغیر با در نظر گرفتن زمان پردازش پایه: در این حالت هر کار علاوه بر داشتن نرخ زوال مشخص، زمان پردازش پایه نیز دارد. در این حالت زمان پردازش پایه کارها می‌تواند یکسان و یا متفاوت باشد که به ترتیب در رابطه های ۲-۱۶ و ۲-۱۷ نشان داده شده است.

$$\mathbf{P_i} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{b_i s} \qquad (۲-۱۶)$$

$$\mathbf{P_i} = \mathbf{a_i} + \mathbf{b_i}S \qquad (۲-۱۷)$$

جدول ۲-۲ طبقه بندی کلی مسائل زمان‌بندی فعالیت های رو به زوال را بر اساس نوع کارگاه، نوع رابطه رو به زوال، نوع کار و نوع ورود قطعات نشان می‌دهد.

جدول(۲-۲)طبقه بندی مسائل زمان‌بندی فعالیت‌های رو به زوال

نوع کارگاه	نوع رابطه رو به زوال	نوع کار	نوع ورود قطعات	رویکردهای حل
تک ماشین	خطی	نرخ زوال یکسان و زمان پردازش پایه متفاوت	سیستم ایستا	روش‌های بهینه
ماشین‌های موازی	خطی- تکه‌ای	نرخ زوال متغیر و زمان پردازش پایه صفر	سیستم پویا	- برنامه‌ریزی ریاضی
جریان کارگاهی		نرخ زوال متغیر و زمان پردازش پایه	- مسئله **off line**	- برنامه‌ریزی پویا
تولید کارگاهی	نمایی	- زمان پردازش پایه یکسان		- شاخه و کران
		- زمان پردازش پایه متفاوت	- مسئله **on line**	روش‌های ابتکاری
				- الگوریتم‌های تقریب
				- رویه‌های ابتکاری
				- رویه‌های فراابتکاری

۲-۴- مسائل زمانبندی فعالیت های رو به زوال خطی

در مسائل زمان‌بندی فعالیت‌های رو به زوال با تابع رو به زوال خطی، فرض می‌شود که زمان پردازش واقعی کار $\mathbf{i}$ بر اساس رابطه خطی $\mathbf{P_i = a_i + b_i t}$ به زمان شروع آن کار بستگی دارد. در مواردی که استهلاک ماشین در نظر گرفته می‌شود این مسئله مطرح می‌گردد. علاوه بر آن در صنایع فولاد که منتظر ماندن قطعات موجب اتلاف حرارت می‌گردد (مانند فرآیند نورد) نیز این موضوع مطرح می‌شود. در اکثر بررسی‌های صورت گرفته محققان زمان پردازش واقعی را بر اساس

تابع رو به زوال خطی در نظر گرفته‌اند[۱۰]. در ادامه حالت‌های مختلف مسائل این گروه مرور می-گردد.

۲-۴-۱- مسائل با نرخ زوال یکسان و زمان پردازش پایه متفاوت

همان‌طور که قبلا اشاره شد در این گونه مسائل نرخ زوال برای تمام کارها یکسان فرض می‌شود. علاوه بر آن زمان پردازش پایه برای هر کار به طور جداگانه در نظر گرفته می‌شود به طوری که مدت زمان پردازش j_i از رابطه $P_i = a_i + bS$ محاسبه می شود. وو و لی[۱۰] در تحقیق خود مسئله $(F2 \mid P_i = a_i + bS \mid \bar{F})$ را مورد بررسی قرار دادند. یک الگوریتم شاخه و کران به همراه چند اصول غلبه و دو حد پایین ارائه کردند که مسائل با ابعاد کوچک و متوسط (تا تعداد فعالیت ۲۷) توسط آن حل شده است. آن‌ها همچنین چند الگوریتم ابتکاری مبتنی بر قاعده **SPT** را مطرح و کارآیی آن‌ها را ارزیابی کرده‌اند.

چنگ و دینگ[۵] در بررسی خود نشان دادند که مسائل $1 \mid P_i = a_i+bS , r_i \in \{0,R\} \mid C_{max}$ و $1 \mid P_i = a_i+bS , r_i \mid C_{max}$ به ترتیب **NP-complete** و به شدت **NP-complete** هستند. همچنین آن‌ها یک الگوریتم برنامه‌ریزی پویا با درجه پیچیدگی $O(n^6 \log n)$ برای حل مسئله $1 \mid P_i = a_i - bS , r_i \mid C_{max}$ ارائه کرده‌اند. لی و همکاران[۱۱] مسئله $1 \mid P_i = a_i + bS, r_i \mid C_{max}$ را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها در این بررسی یک الگوریتم شاخه و کران به همراه چندین اصل غلبه و دو حد پایین ارائه کردند که برای مسائل با تعداد فعالیت ۲۸ در زمان کوتاهی قابل حل است. آن‌ها همچنین در این تحقیق دو الگوریتم ابتکاری برای مسئله ارائه و نشان دادند که درصد خطای بهترین جواب الگوریتم ابتکاری کمتر از ۳/. ٪ است.

لی و همکاران[۱۲] در بررسی خود مسئله $F2 \mid P_i = a_i + bS \mid C_{max}$ را مطالعه کرده‌اند. آن‌ها در این مطالعه یک الگوریتم شاخه و کران را با در نظر گرفتن اصول غلبه و دو حد پایین ارائه کردند که مسائل با اندازه فعالیت ۳۲ را در زمان مناسبی حل می‌کند. آن‌ها همچنین چند الگوریتم ابتکاری مبتنی بر قاعده **SPT** ارائه کردند و نشان دادند که خطای تمام این الگوریتم کم و حداکثر

برابر با ۴٪ است. همچنین نشان داده شده که توالی ایجاد شده طبق قاعده **SPT** بر اساس $\mathbf{a_i}$، بهترین جواب از بین الگوریتم‌های ابتکاری است.

۲-۴-۲- مسائل با نرخ زوال غیر یکسان و زمان پردازش پایه صفر

در این دسته از مسائل زمان پردازش پایه برای تمام فعالیت‌ها برابر با صفر فرض می‌شود ولی نرخ زوال برای هر کار به صورت جداگانه در نظر گرفته می‌شود. به عبارت دیگر زمان پردازش واقعی کار **i** بر اساس رابطه خطی $\mathbf{P_i=b_iS}$ محاسبه می‌شود. موشیو[۳] این مسئله را در حالت تک ماشین مورد بررسی قرار داده و رویکردهای بهینه‌ای را برای توابع هدف مختلف ارائه کرده است. او در این تحقیق نشان داد که حداکثر زمان تکمیل در این حالت مانند حالت پایه در تک ماشین مستقل از توالی است. او ثابت کرد که زمان تکمیل (زمان در جریان) کل با ترتیب کمترین نرخ زوال**(SDR)** بهینه می‌شود. همچنین او نشان داد که توالی ایجاد شده بر اساس نرخ غیر کاهشی $\frac{\mathbf{b_i}}{(1+b_i)w_i}$ و قاعده **SDR** به ترتیب زمان تکمیل وزن‌دار کل و مغایرت کل را بهینه می‌کند. همچنین او نشان داد که قاعده **EDD** بیشینه دیرکرد و مغایرت را بهینه می‌کند. در نهایت او با استفاده از الگوریتم مور و هاجسون، الگوریتم **MINLID**[1] را جهت بهینه کردن تعداد کارهای دیرکرددار ارائه کرد که قدم‌های آن به صورت زیر است:

قدم۱- کارها را بر اساس **EDD** مرتب نمائید.

قدم۲- اگر هیچ فعالیتی دیرکرددار نبود توقف.

قدم۳- اولین فعالیت دیرکرددار را $\mathbf{J_a}$ بنامید.

قدم۴- فعالیت $\mathbf{J_k}$ را با شرط $\mathbf{b_k = \max_{i=1,2,\dots,a} \{b_i\}}$ پیدا کرده و آن را از توالی حذف کنید. زمان پردازش فعالیت‌های بعد از $\mathbf{J_k}$ را مجددا محاسبه کرده و به قدم ۲ بروید.

[1] **Minimizing Number of tardy job under Linear Deterioration**

عمده تحقیقات صورت گرفته در این زمینه مربوط به توابع هدف بیشینه زمان تکمیل و زمان تکمیل کل است که ذیلا به آن ها اشاره می‌شود.

وو و لی[۱۳] مسئله زمان‌بندی فعالیت‌های رو به زوال را در حالت تک ماشین و با در نظر گرفتن محدودیت دسترسی به ماشین مورد بررسی قرار دادند. در این تحقیق کارها از نوع پی‌گرفتنی فرض شده است. آن‌ها برای این مسئله ($1 \mid r\text{-}a\ ,\ P_i = b_iS \mid C_{max}$) یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح[1] صفر و یک ارائه کردند.

جی و همکاران[۲] در تحقیق خود مسئله زمان‌بندی فعالیت‌های رو به زوال با محدودیت دسترسی به ماشین و با در نظر گرفتن کارهای از سر گرفتنی را بررسی کردند. آن‌ها در این بررسی نشان دادند که مسئله $1 \mid nr\text{-}a\ ,\ P_i = b_iS \mid C_{max}$ یک مسئله **NP-hard** است.

جنگ و لین[۱۶] در بررسی خود یک حد پایین برای مسئله $m \mid P_i = b_iS \mid C_{max}$ ارائه کردند. لی و وو[۱۷] مسئله زمان‌بندی فعالیت‌های رو به زوال را روی ماشین‌های موازی با فرض محدودیت در دسترس در نظر گرفتند. آن‌ها برای هر یک از دو مسئله $m \mid nr\text{-}a\ ,\ P_i = b_iS \mid C_{max}$ و $m \mid r\text{-}a\ ,\ P_i = b_iS \mid C_{max}$ یک حد پایین و یک الگوریتم ابتکاری ارائه کردند.

وو و لی[۱۳] در تحقیق خود مسئله $1 \mid nr\text{-}a\ ,\ P_i = b_iS \mid \sum C_i$ را نیز بررسی کردند. آن‌ها نشان دادند که این مسئله نیز **NP-hard** است. همچنین آن‌ها یک الگوریتم ابتکاری ارائه کردند و نشان دادند که این الگوریتم در تعیین جواب نزدیک به بهینه موثر است.

وانگ و همکاران[۱۶] در بررسی خود عنوان کرده‌اند که مسئله زمان‌بندی فلوشاپ برای حداقل کردن زمان تکمیل کل در حالت پایه یک مسئله **NP-hard** است. بنابراین این مسئله با در نظر گرفتن تابع رو به زوال خطی نیز **NP-hard** است. آن‌ها در تحقیق خود مسئله $F2 \mid P_i = b_iS \mid \sum C_i$ را در دو بخش مورد بررسی قرار داده‌اند. آن‌ها در بخش اول مسئله را در چهار حالت خاص بررسی و ترتیبی بهینه برای آن ارائه می‌دهند. در بخش دوم برای مسئله در حالت کلی یک الگوریتم

[1] **IP: Integer Programming**

شاخه و کران با در نظر گرفتن چند ویژگی غلبه و ۲ حد پایین ارائه کرده‌اند که برای مسائل با تعداد فعالیت ۱۴ حل شده است. همچنین در این بخش یک الگوریتم ابتکاری دو فازی ارائه کرده‌اند که نشان داده‌اند این الگوریتم کاراست.

۲-۴-۳- مسائل با نرخ زوال غیر یکسان و زمان پردازش پایه مشابه و یا غیر مشابه

در این دسته از مسائل نرخ زوال برای تمام کارها به صورت مجزا در نظر گرفته می‌شود ولی در مقابل زمان پردازش پایه می‌تواند یکسان و یا متغیر در نظر گرفته شود به طوریکه مدت زمان پردازش j_i از دو رابطه $P_i = a + b_i S$ و $P_i = a_i + b_i S$ محاسبه می‌شود. براون و یچپالی[۱۷] در بررسی خود نشان دادند که در مسئله $1 | P_i=a_i+b_it | C_{max}$ جواب بهینه از توالی ایجاد شده بر اساس نرخ غیر کاهشی $\frac{a_i}{b_i}$ به دست می‌آید. چنگ و دینگ[۵] در تحقیق خود نشان دادند که مسائل $1 | P_i = 1 + b_iS , r_i \in \{0,R\} | C_{max}$ و $1 | P_i = 1 + b_iS , r_i | C_{max}$ به ترتیب **NP-complete** و به شدت **NP-complete** هستند. همچنین با توجه به کاهشی بودن زمان پردازش روی درجه پیچیدگی و الگوریتم حل تأثیر گذار است آن‌ها دو مسئله فوق را در حالت کاهشی مورد بررسی قرار داده و نشان دادند که مسائل $1 | P_i = 1 - b_iS , r_i \in \{0,R\} | C_{max}$ و $1 | P_i = 1 - b_iS , r_i | C_{max}$ نیز به ترتیب **NP-complete** و به شدت **NP-complete** هستند.

چن[۱۸] و ووگینگر[۱۹] در تحقیق خود مسئله زمان‌بندی کارهای رو به زوال را با فرض موعدهای تحویل یکسان $(d_i=D)$ مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها مسئله $1 | P_i = a_i - b_iS ,d_i =d | \sum U_i$ را مطرح کرده و برای حل آن به ترتیب الگوریتم برنامه‌ریزی پویا با درجه پیچیدگی $O(n^2)$ و $O(n^3)$ ارائه کردند. چنگ و همکاران[۴] در بررسی خود بیان کردند که در مسئله $1 | P_i = a_i + b_iS ,d_i =d | \sum U_i$ توالی ایجاد شده بر اساس نرخ غیر کاهشی $\frac{a_i}{b_i}$ یک توالی بهینه است.

باچمن و جانیاک [۲۰] در تحقیق خود مسئله زمان‌بندی فعالیت‌های رو به زوال با فرض این که مقدار زوال ضریبی از زمان پردازش پایه است (ka_i) را مطرح نمودند. آنها مسئله $1 | P_i = a_i +$

$Ka_iS, k > 0 \mid L_{max}$ را مورد بررسی قرار داده و نشان دادند که توالی حاصل از قاعده **EDD** یک جواب بهینه برای مسئله است. باچمن و جانیاک[۶] مسئله $\mathbf{1 \mid P_i = a_i + b_i S \mid L_{max}}$ را مورد بررسی قرار دادند. در این بررسی آن‌ها نشان دادند که این مسئله با در نظر گرفتن دو مقدار ثابت برای موعد تحویل یک مسئله **NP-complete** است.علاوه بر آن دو الگوریتم ابتکاری با پیچیدگی **O(nlogn)** و $\mathbf{O(n^2)}$ نیز برای حل مسئله ارائه نمودند. همچنین آن‌ها بیان کردند که در صورتی که توالی ایجاد شده از ترتیب **EDD** و نرخ غیر کاهشی $\frac{a_i}{b_i}$ یکسان باشند، این توالی بهینه است. همچنین باچمن و جانیاک، سو و لین[۲۱] نیز در تحقیق خود مسئله $\mathbf{1 \mid P_i = a_i + b_iS \mid L_{max}}$ را مورد بررسی قرار داده و برای حل آن یک الگوریتم شاخه و کران با در نظر گرفتن چندین اصل غلبه و دو حد پایین ارائه کردند که مسائل تا اندازه فعالیت ۱۰۰ را به طور متوسط در مدت زمان ۱ دقیقه حل می‌کند.

کانگ و ان جی[۲۲] در تحقیق خود مسئله $\mathbf{m \mid P_i = a_i + b_iS \mid C_{max}}$ را مورد بررسی قرا دادند. آن‌ها یک الگوریتم با زمان حل چند جمله‌ای ارائه کردند و نشان دادند که مسئله **NP-hard** است. لی و همکاران[۲۳] در مطالعه خود مسئله $\mathbf{PFm \mid P_i = a_i + b_iS \mid \sum C_i}$ را بررسی کرده‌اند. آن‌ها در این بررسی یک الگوریتم شاخه و کران با در نظر گرفتن اصول غلبه و حد پایین ارائه کردند که برای مسائل با ابعاد ۱۸ فعالیت و ۱۰ ماشین در زمان قابل قبولی به جواب بهینه می‌رسد. آن‌ها همچنین چند الگوریتم ابتکاری ارائه کردند و نشان دادند که همگی کارا هستند.

۲-۵- مسائل زمانبندی فعالیت های رو به زوال غیر خطی

در بیشتر تحقیقات صورت گرفته در زمینه زمان‌بندی فعالیت های رو به زوال، تابع زوال به صورت خطی در نظر گرفته شده ولی در بعضی از تحقیقات این تابع به صورت غیر خطی فرض شده است. توابع غیر خطی خود به دو دسته خطی –تکه ای[1] و نمایی تقسیم می‌شوند. توابع خطی –تکه‌ای حالت پایه‌ای دارند و به صورت دو یا چند ضابطه ثابت، خطی و یا ترکیبی از هر دو نظر گرفته می‌شوند. زمان پردازش واقعی در توابع نمایی نیز بر اساس یک تابع از موقعیت فعالیت و یا مجموع زمان

[1] **Piecewise**

پردازش فعالیت‌های زمان‌بندی شده‌ی قبلی در نظر گرفته می‌شود. در ادامه به بررسی تحقیقات صورت گرفته در این زمینه پرداخته می‌شود.

جدول(۲-۳): مسائل زمان‌بندی با تابع زوال خطی

تابع هدف	نوع مسئله	نوسنده (نویسندگان)	رویکرد حل	ابعاد مسئله	درجه پیچیدگی	سال
$\bar{F}$	$F2 \mid P_i = a_i + bt \mid \bar{F}$	Wu, Lee	دقیق(شاخه و کران)- ابتکاری	۲۷ فعالیت	NP-hard	۲۰۰۶
C_{max}	$1 \mid P_i = a_i + b_i t \mid C_{max}$	براون و پچیالی	قاعده بهینه		O(nlogn)	۱۹۹۰
	$1 \mid P_i = 1 + b_i t , r_i \in \{0,R\} \mid C_{max}$ $1 \mid P_i = 1 + b_i t , r_i \mid C_{max}$ $1 \mid P_i = 1 - b_i t , r_i \in \{0,R\} \mid C_{max}$ $1 \mid P_i = 1 - b_i t , r_i \mid C_{max}$	Cheng, Ding			NP-hard	۱۹۹۸
	$1 \mid P_i = a_i + bt , r \in_i \{0,R\} \mid C_{max}$ $1 \mid P_i = a_i + bt , r_i \mid C_{max}$	Cheng, Ding			NP-hard	۱۹۹۸
	$1 \mid P_i = a_i - bt , r_i \mid C_{max}$		الگوریتم DP		$O(n^6 logn)$	
	$1 \mid r\text{-}a , P_i = b_i t \mid C_{max}$	Wu, Lee	دقیق (IP)		NP-hard	۲۰۰۳
	$1 \mid nr\text{-}a , P_i = b_i t \mid C_{max}$	Ji et al.			NP-hard	۲۰۰۶
	$m \mid P_i = b_i t \mid C_{max}$	Jeng, lin	ارائه یک حد پایین		NP-hard	۲۰۰۷
	$1 \mid P_i = a_i + bt, r_i \mid C_{max}$	Lee et al.	دقیق(شاخه و کران)- ابتکاری	۲۸ فعالیت	NP-hard	۲۰۰۸
	$F2 \mid P_i = a_i + bt \mid C_{max}$	Lee et al.	دقیق(شاخه و کران)- ابتکاری	۳۲ فعالیت	NP-hard	۲۰۰۸
	$m \mid nr\text{-}a , P_i = b_i t \mid C_{max}$ $m \mid r\text{-}a , P_i = b_i t \mid C_{max}$	Wu, Lee	ارائه یک حد پایین- الگوریتم ابتکاری		NP-hard	۲۰۰۸
$\sum C_i$	$1 \mid nr\text{-}a , P_i = b_i t \mid \sum C_i$	Wu, Lee	الگوریتم ابتکاری		NP-hard	۲۰۰۳
	$F2 \mid P_i = b_i t \mid \sum C_i$	Wang et al.	دقیق (شاخه و کران)	۱۴ فعالیت	NP-hard	۲۰۰۶
	$m \mid P_i = a_i + b_i t \mid C_{max}$	Kang, Ng			NP-hard	۲۰۰۷
	$PFm \mid P_i = a_i + b_i t \mid \sum C_i$	Lee et al.	دقیق (شاخه و کران)- ابتکاری	۱۸ فعالیت، ۱۰ ماشین	NP-hard	۲۰۰۹
$\sum W_i C_i$	$1 \mid P_i=b_i t \mid \sum W_i C_i$	Mosheiov	قاعده بهینه		O(nlogn)	۱۹۹۴
L_{max}	$1 \mid P_i=b_i t \mid L_{max}$	Mosheiov	قاعده EDD (جواب بهینه)		-----	۱۹۹۴
	$1 \mid P_i = a_i + b_i t \mid L_{max}$	Bachman, Janiak	دو الگوریتم ابتکاری		NP-hard	۲۰۰۰
		Hsu, Lin	دقیق (شاخه و کران)	۱۰۰ فعالیت		۲۰۰۳
$\sum L_i$	$1 \mid P_i=b_i t \mid \sum L_i$	Mosheiov	قاعده بهینه		O(nlogn)	۱۹۹۴
T_{max}	$1 \mid P_i=b_i t \mid T_{max}$	Mosheiov	قاعده EDD (جواب بهینه)		-----	۱۹۹۴
$\sum U_i$	$1 \mid P_i=b_i t \mid \sum U_i$	Mosheiov	الگوریتم بهینه MINLID		-----	۱۹۹۴
	$1 \mid P_i = a_i - b_i t ,d_i =d \mid \sum U_i$	Chen	الگوریتم DP		$O(n^2)$	۱۹۹۵
		Woeginger	الگوریتم DP		$O(n^3)$	۱۹۹۵
	$1 \mid P_i = a_i + b_i t ,d_i =d \mid \sum U_i$	Cheng et al.	قاعده بهینه		$O(n^2)$	۲۰۰۴