



پایان نامه کارشناسی ارشد در رشته مهندسی مکانیک گرایش طراحی کاربردی

موضوع:

**تحلیل خمش در ورق های FG دو جهته ی دایره ای**

استاد راهنما:

**دکتر رضا اکبری آلاشتی**

استاد مشاور:

**دکتر محمد هادی پاشایی**

نام دانشجو:

**حسین رهبری**

شهریور ماه ۱۳۹۰

به نام خداوند بخشنده می مهربان



دانشگاه صنعتی نوشهری بابل

دانشکده مهندسی مکانیک

پایان نامه کارشناسی ارشد در رشته مهندسی مکانیک گرایش طراحی کاربردی

موضوع:

## تحلیل خمش در ورق های FG دو جهته ی دایره ای

استاد راهنما:

دکتر رضا اکبری آلاشتی

استاد مشاور:

دکتر محمد هادی پاشایی

اساتید داور:

دکتر مرتضی دردل

دکتر علیرضا فتحی

نام دانشجو:

حسین رهبری

شهریور ماه ۱۳۹۰

## باساس فراوان از:

جناب آقای دکتر اکبری که در تمام مدت انجام این تحقیق از هیچ کوشش و کمکی دریغ نورزیدند و با راهنمایی های ارزنده شان مرا در انجام این پژوهش یاری رساندند. همچنین از زحمات بی دریغ استاد گرانقدر جناب آقای دکتر پاشایی که حضورشان مایه ی دلگرمی و آرامش خاطر اینجانب بوده است، کمال سپاسگذاری را دارم.

این تحقیق را اگر ارزشی باشد تقدیم می‌کنم به:

همسر مهربانم. او که در تمامی این مدت صبورانه سختی‌ها را تحمل کرد و با حضور آرامش بخشش در کنار من

کجک کرد تا این پژوهش را با موفقیت به پایان برسانم.

## چکیده:

در این پژوهش، با فرض اینکه خواص ماده با استفاده از یک توزیع نمایی در دو جهت شعاع و ضخامت تغییر کنند، خمش متقارن ورق های گرد، حلقوی و ضخامت متغیر FGM دو جهته مورد بررسی قرار گرفته است. معادلات تعادل حاکم بر ورق با استفاده از ۳ تئوری ورق کلاسیک (CPT)، مرتبه اول برشی (FST) و مرتبه سوم برشی غیر مقید (UTST) با استفاده از روش نمودار جسم آزاد در تئوری کلاسیک و روش کار مجازی در تئوری های مرتبه اول و سوم برشی به دست آورده شده و سپس با یک روش نیمه تحلیلی حل شدند. در این روش ابتدا با صرف نظر از تغییر خواص در جهت شعاعی معادلات تعادل به دست آمده برای تغییرات در جهت ضخامت به شکل تحلیلی حل شده و سپس با تقسیم ورق به تعدادی حلقه های تودرتو و اعمال شرایط سازگاری بین آنها، تغییر خواص در جهت شعاعی مدل گردید. بدین ترتیب که هر حلقه به عنوان یک FGM یک جهته در راستای ضخامت در نظر گرفته می شود که خواص مکانیکی کل حلقه برابر خواص لایه میانی آن حلقه است. بنابراین مدول الاستیسیته برای هر حلقه در جهت شعاعی ثابت ولی از حلقه ای به حلقه ای دیگر تغییر می کند. همچنین با توجه به اینکه ضریب پواسون در یک بازه ی کوچک تغییر می کند، برای کل ورق ثابت در نظر گرفته می شود. برای حل تحلیلی در جهت ضخامت، معادلات تعادل در تئوری های ورق کلاسیک و مرتبه اول برشی به یک معادله ی دیفرانسیل حاکم مشخص رسیده، مستقیماً حل شدند و خیز ورق به شکل یک تابع صریح از نیروی وارده و تعدادی ضریب ثابت به دست آمد. اما در تئوری مرتبه سوم برشی غیر مقید، به دلیل عدم امکان دیکوپله کردن معادلات تعادل خیز ورق FGM دو جهته به عنوان تابعی از خیز ورق همگن که به وسیله ی تئوری ورق کلاسیک به دست آمده است معرفی گردید. با این روش، خیز و تنش های شعاعی و محیطی برای ورق های گرد، حلقوی و ضخامت متغیر با شرایط مرزی مختلف محاسبه شده و در نهایت پاسخ های به دست آمده با یک حل المان محدود به کمک نرم افزار Ansys مقایسه می شوند. این مقایسه نشان می دهد که روش های ارائه شده در این پژوهش تطابق بسیار خوبی با نتایج به دست آمده از حل Ansys دارند. همچنین با مقایسه ی جواب های به دست آمده از تئوری های مختلف این نتیجه به دست می آید که برای این نوع از ورق ها پاسخ های به دست آمده از تئوری مرتبه اول برشی از دقت قابل قبولی برخوردار بوده و بنابراین نیازی به استفاده از تئوری های مرتبه بالاتر و پیچیده تر نمی باشد. علاوه بر این مشخص شد که ورق های مورد اشاره عملکرد بهتری از ورق های FGM یک جهته و یا همگن ایزوتروپیک مشابه داشته و بنابراین بالقوه می توانند جایگزین مناسبی برای آنان باشند.

**واژه های کلیدی:** خمش متقارن، مواد مدرج تابعی دو جهته، ورق های دایره ای، تئوری مرتبه اول برشی، تئوری مرتبه سوم برشی غیر مقید، حل نیمه تحلیلی، تنش

فصل اول: کلیات.....	۱
۱-۱- مقدمه.....	۱
۲-۱- ضرورت انجام پژوهش.....	۲
۳-۱- اهداف پژوهش.....	۳
۴-۱- ساختار پایان نامه.....	۳
۵-۱- پژوهش های انجام شده:.....	۴
فصل دوم: مقدمه ای بر تئوری ورق ها.....	۱۵
۱-۲- کلیاتی در مورد ورق ها.....	۱۵
۱-۱-۲- ورق های نازک با خیز کم:.....	۱۶
۲-۱-۲- ورق های نازک با خیز زیاد:.....	۱۶
۳-۱-۲- ورق های ضخیم:.....	۱۷
۲-۲- انواع تئوری های حل مسائل ورق ها:.....	۱۷
۱-۲-۲- تئوری کلاسیک ورق (کیرشهف):.....	۱۸
۲-۲-۲- تئوری Reissner:.....	۱۹
۳-۲-۲- تئوری میندلین:.....	۲۱
۴-۲-۲- تئوری های مرتبه بالا.....	۲۲
۳-۲- مواد مدرج تابعی (FGM).....	۲۳
فصل سوم: به دست آوردن معادلات ورق FGM دو جهته با استفاده از تئوری ورق کلاسیک.....	۲۸
۱-۳- مقدمه.....	۲۸
۲-۳- معادلات ورق در سیستم مختصات کارترین.....	۳۱
۱-۲-۳- تعادل المان ورق:.....	۳۱
۲-۲-۳- ارتباط بین تنش، کرنش و تغییرشکل ها.....	۳۳
۳-۲-۳- معرفی نیروهای داخلی به عنوان تابعی از $w$ .....	۳۶
۳-۳- معادله دیفرانسیل ورق های دایره ای.....	۳۹
۴-۳- حل معادلات برای ورق FGM.....	۴۱
۵-۳- حل برای ورق با ضخامت متغیر.....	۵۴
فصل چهارم: به دست آوردن معادلات ورق FGM دو جهته با استفاده از تئوری مرتبه اول برشی.....	۵۸
۱-۴- مقدمه.....	۵۸
۲-۴- به دست آوردن معادلات تعادل با روش کار مجازی.....	۵۹
۳-۴- حل معادلات ورق به روش مستقیم.....	۶۶
۴-۴- حل معادلات با استفاده از روش Reddy و تئوری مرتبه اول برشی.....	۷۰
۵-۴- نتایج حل برای شرایط مرزی متفاوت.....	۷۳
۱-۵-۴- ورق های دایره ای:.....	۷۶
۲-۵-۴- ورق های حلقوی:.....	۸۰
۳-۵-۴- ورق های با ضخامت متغیر:.....	۸۵
فصل پنجم: به دست آوردن معادلات ورق FGM دو جهته با استفاده از تئوری مرتبه سوم برشی غیر مقید.....	۹۲
۱-۵- مقدمه.....	۹۲
۲-۵- به دست آوردن معادلات تعادل.....	۹۳

۹۵.....	۳-۵- Reddy حل معادلات با استفاده از روش
۱۰۵.....	۴-۵- نتایج حل برای شرایط مرزی متفاوت.....
۱۰۶.....	۱-۴-۵- ورق دایره ای.....
۱۱۰.....	۲-۴-۵- ورق حلقوی.....
۱۱۳.....	۳-۴-۵- ورق دایره ای با ضخامت متغیر.....
۱۱۷.....	فصل ششم: حل با استفاده از نرم افزار ANSYS، مقایسه ی نتایج به دست آمده از تئوری های مختلف، بحث و نتیجه گیری
۱۱۷.....	۱-۶- مقدمه.....
۱۱۸.....	۲-۶- تحلیل المان محدود به کمک نرم افزار Ansys.....
۱۲۳.....	۳-۶- مقایسه نتایج به دست آمده از حل Ansys و نتایج تحلیلی.....
۱۲۳.....	۱-۳-۶- ورق های گرد.....
۱۲۶.....	۲-۳-۶- ورق های حلقوی.....
۱۲۷.....	۳-۳-۶- ورق های با ضخامت متغیر.....
۱۲۸.....	۴-۶- مقایسه ی پاسخ های به دست آمده از تئوری های مختلف.....
۱۲۸.....	۱-۴-۶- ورق های گرد.....
۱۳۰.....	۲-۴-۶- ورق های حلقوی.....
۱۳۲.....	۳-۴-۶- ورق های با ضخامت متغیر.....
۱۳۴.....	۵-۶- نتیجه گیری.....
۱۳۶.....	۶-۶- پیشنهادات.....
۱۳۸.....	منابع و ماخذ:.....



۲۴	تغییرات خواص در ماده مدرج تابعی	۱-۲
۲۵	تاثیر پارامتر $N$ بر تغییر نسبت های حجمی	۲-۲
۳۰	بارگذاری عرضی در ورق مستطیلی	۱-۳
۳۴	تنش در یک المان ورق	۲-۳
۳۴	یک جزء از المان قبل و بعد از تغییر شکل	۳-۳
۳۵	کرنش زاویه ای	۴-۳
۳۹	ارتباط بین محورهای مختصات در ورق دایره ای	۵-۳
۴۲	تقارن هندسی در بارگذاری و شرایط مرزی	۶-۳
۴۴	ورق دایره ای با لبه ی گیردار زیر بارگذاری یکنواخت	۷-۳
۴۵	تقسیم ورق به حلقه های تودرتوی مساوی	۸-۳
۵۰	خیز بیشینه در برابر تعداد تقسیمات	۹-۳
۵۱	تاثیر مقادیر متفاوت $\lambda_2$ با فرض $\lambda_1 = 1$ بر خیز ورق دایره ای	۱۰-۳
۵۱	نمایش سه بعدی یک ورق حلقوی	۱۱-۳
۵۲	تاثیر مقادیر متفاوت $\lambda_2$ با فرض $\lambda_1 = 1$ بر خیز ورق حلقوی تکیه گاه گیردار - گیردار	۱۲-۳
۵۲	تاثیر مقادیر متفاوت $\lambda_2$ با فرض $\lambda_1 = 1$ بر خیز ورق حلقوی تکیه گاه گیردار - آزاد	۱۳-۳
۵۳	تاثیر مقادیر متفاوت $\lambda_2$ با فرض $\lambda_1 = 1$ بر خیز ورق حلقوی تکیه گاه گیردار - ساده	۱۴-۳
۵۳	تاثیر مقادیر متفاوت $\lambda_2$ با فرض $\lambda_1 = 1$ بر خیز ورق حلقوی تکیه گاه ساده - ساده	۱۵-۳
۵۴	تغییرات جابجایی شعاعی در $z = h/2$ در مقایسه با خیز عرضی ورق	۱۶-۳
۵۵	شکل های متفاوت پروفیل تغییر ضخامت ورق	۱۷-۳
۵۶	خیز ورق برای مقادیر متفاوت $m$ و تکیه گاه ساده	۱۸-۳
۵۶	خیز ورق برای مقادیر متفاوت $m$ و تکیه گاه گیردار	۱۹-۳
۵۷	خیز ورق برای مقادیر متفاوت $n$ و $m = 0.5$ تکیه گاه ساده	۲۰-۳
۵۷	خیز ورق برای مقادیر متفاوت $n$ و $m = 0.5$ تکیه گاه گیردار	۲۱-۳
۶۲	نمودار جسم آزاد یک برش از ورق دایره ای	۱-۴
۷۵	نمودار خیز بیشینه ی ورق دایره ای با تکیه گاه گیردار در برابر تعداد تقسیمات	۲-۴
۷۵	نمودار خیز بیشینه ی ورق حلقوی با تکیه گاه گیردار - آزاد در برابر تعداد تقسیمات	۳-۴
۷۶	خیز ورق با تکیه گاه ساده و مقادیر مختلف $\lambda_1$ و $\lambda_2$	۴-۴
۷۶	خیز ورق با تکیه گاه گیردار و مقادیر مختلف $\lambda_1$ و $\lambda_2$	۵-۴
۷۷	تاثیر مقادیر متفاوت $\lambda_2$ با فرض $\lambda_1 = 1$ بر خیز ورق دایره ای	۶-۴
۷۸	تغییرات تنش شعاعی ورق با تکیه گاه گیردار	۷-۴
۷۸	تغییرات تنش شعاعی ورق با تکیه گاه ساده	۸-۴
۷۹	تغییرات تنش محیطی ورق با تکیه گاه گیردار	۹-۴
۸۰	تغییرات تنش محیطی ورق با تکیه گاه ساده	۱۰-۴
۸۱	تغییرات خیز ورق به ازای مقادیر مختلف $\lambda_1$ و $\lambda_2$ برای شرایط مختلف تکیه گاهی	۱۱-۴

۸۲	خیز ورق حلقوی برای مقادیر مختلف تکیه گاهی	۱۲-۴
۸۲	تغییرات تنش شعاعی و محیطی برای ورق حلقوی با تکیه گاه گیردار - گیردار	۱۳-۴
۸۳	تغییرات تنش شعاعی و محیطی برای ورق حلقوی با تکیه گاه ساده - ساده	۱۴-۴
۸۴	تغییرات تنش شعاعی و محیطی برای ورق حلقوی با تکیه گاه بیرونی گیردار داخلی آزاد	۱۵-۴
۸۴	تغییرات تنش شعاعی و محیطی برای ورق حلقوی با تکیه گاه بیرونی گیردار داخلی ساده	۱۶-۴
۸۶	تغییرات خیز با افزایش $m$ و $n=1$ ، تکیه گاه های ساده و گیردار	۱۷-۴
۸۶	تغییرات خیز با افزایش $n$ و $m=0.5$ ، تکیه گاه های ساده و گیردار	۱۸-۴
۸۷	تغییرات تنش شعاعی ورق گیردار با فرض $n=1$ و تغییر $m$	۱۹-۴
۸۷	تغییرات تنش محیطی ورق گیردار با فرض $n=1$ و تغییر $m$	۲۰-۴
۸۸	تغییرات تنش شعاعی ورق ساده با فرض $n=1$ و تغییر $m$	۲۱-۴
۸۸	تغییرات تنش محیطی ورق ساده با فرض $n=1$ و تغییر $m$	۲۲-۴
۹۰	تغییرات تنش شعاعی و محیطی ورق گیردار با فرض $m=0.5$ و تغییر $n$	۲۳-۴
۹۱	تغییرات تنش شعاعی و محیطی ورق ساده با فرض $m=0.5$ و تغییر $n$	۲۴-۴
۱۰۴	چگونگی تقسیم ورق به حلقه های تودرتو	۱-۵
۱۰۶	تغییرات بیشینه خیز با افزایش تعداد تقسیمات	۲-۵
۱۰۶	تاثیر تغییر $\lambda_2$ با فرض $\lambda_1=1$ بر خیز ورق دایره ای تکیه گاه های ساده و گیردار	۳-۵
۱۰۷	تنش شعاعی ورق با تکیه گاه گیردار	۴-۵
۱۰۸	تنش شعاعی ورق با تکیه گاه ساده	۵-۵
۱۰۹	تغییرات تنش محیطی ورق با تکیه گاه ساده و گیردار	۶-۵
۱۰۹	عبور تنش های شعاعی از یک نقطه صفر مشخص	۷-۵
۱۱۰	تنش یکسان مرکز ورق در کلیه ی جهت ها	۸-۵
۱۱۱	تاثیر تغییر اندیس های $\lambda_1$ و $\lambda_2$ بر خیز ورق با تکیه گاه گیردار گیردار	۹-۵
۱۱۱	تنش شعاعی ورق حلقوی با تکیه گاه دو سر گیردار	۱۰-۵
۱۱۲	صفر شدن تنش شعاعی برای کلیه لایه ها در دو نقطه ی مشخص	۱۱-۵
۱۱۲	تاثیر تغییر ضخامت بر تنش محیطی ورق با تکیه گاه دو سر گیردار	۱۲-۵
۱۱۳	تاثیر تغییر $m$ بر خیز ورق ضخامت متغیر و تکیه گاه گیردار	۱۳-۵
۱۱۴	تاثیر تغییر ضریب توانی $n$ بر خیز ورق ضخامت متغیر و تکیه گاه گیردار	۱۴-۵
۱۱۵	تاثیر تغییر $m$ بر تنش ورق ضخامت متغیر و تکیه گاه گیردار	۱۵-۵
۱۱۶	تاثیر تغییر ضریب توانی $n$ بر تنش ورق ضخامت متغیر و تکیه گاه گیردار	۱۶-۵
۱۱۹	مدل سازی مسائل متقارن محوری	۱-۶
۱۱۹	المان چهار ضلعی با ۸ گره Plane82	۲-۶
۱۲۰	تصویر مدل مش بندی شده	۳-۶
۱۲۲	شکل تغییر یافته مقطع ورق بعد از بارگذاری	۴-۶
۱۲۳	تغییرات خیز، تنش شعاعی و محیطی برای لایه میانی ورق	۵-۶

۱۲۹	خیز ورق دایره ای در تئوری های مختلف و ضخامت های متفاوت	۶-۶
۱۳۰	تنش شعاعی برای ورق دایره ای با استفاده از تئوری های مختلف، تکیه گاه گیردار	۷-۶
۱۳۱	خیز ورق حلقوی در تئوری ها و ضخامت های مختلف	۸-۶
۱۳۲	تنش شعاعی برای ورق حلقوی با استفاده از تئوری های مختلف و تکیه گاه در دو مرز گیردار	۹-۶
۱۳۳	خیز ورق با ضخامت متغیر و تکیه گاه گیردار با استفاده از تئوری های مختلف و پروفیل کاو و کوژ	۱۰-۶
۱۳۳	مقایسه تنش شعاعی ورق با ضخامت متغیر در تئوری ها و پروفیل های مختلف	۱۱-۶

۷۴	Reddy	مقایسه پاسخ های به دست آمده از دو روش مستقیم و	۱-۴
۱۲۴		مقایسه خیز محاسبه شده با تئوری های مختلف برای ورق دایره ای با تکیه گاه گیر دار	۱-۶
۱۲۵		مقایسه تنش شعاعی محاسبه شده با تئوری های مختلف برای ورق دایره ای با تکیه گاه گیر دار	۲-۶
۱۲۵		مقایسه تنش محیطی محاسبه شده با تئوری های مختلف برای ورق دایره ای با تکیه گاه گیر دار	۳-۶
۱۲۶		مقایسه خیز محاسبه شده با تئوری های مختلف برای ورق حلقوی با تکیه گاه دو سر گیر دار	۴-۶
۱۲۷		مقایسه تنش شعاعی محاسبه شده با تئوری های مختلف برای ورق حلقوی با تکیه گاه دو سر گیر دار	۵-۶
۱۲۷		مقایسه تنش محیطی محاسبه شده با تئوری های مختلف برای ورق حلقوی با تکیه گاه دو سر گیر دار	۶-۶
۱۲۸		مقایسه خیز محاسبه شده با تئوری های مختلف برای ورق ضخامت متغیر با تکیه گاه گیر دار	۷-۶

$A_{11}$	ضریب سختی ورق
$B_{11}$	"
$D_{11}$	"
$E_{11}$	"
$F_{11}$	"
$H_{11}$	"
$A_{33}$	"
$D_{33}$	"
$F_{33}$	"
$N_{rr}$	نیروی محوری در راستای شعاعی
$N_{\theta\theta}$	نیروی محوری در راستای محیطی
$M_{rr}$	ممان خمشی در راستای شعاعی
$M_{\theta\theta}$	ممان خمشی در راستای محیطی
$P_{rr}$	ممان مرتبه بالا در راستای شعاعی
$P_{\theta\theta}$	ممان مرتبه بالا در راستای محیطی
$R_r$	نیروی برشی مرتبه بالا
$Q_r$	نیروی برشی
$F_i$	نیروی وارد بر جزء $i$ ام
$u_i$	جابجایی جزء $i$ ام
$U_0$	انرژی پتانسیل
$S$	مساحت سطح جسم
$f$	نیروی حجمی بر واحد حجم
$t$	نیروی سطحی بر واحد سطح
$W_I$	کار نیروهای داخلی
$W_E$	کار نیروهای خارجی
$\delta W$	کار مجازی
$\delta W^*$	کار مکمل مجازی
$\delta(\bullet)$	تغییرات جزئی مجازی
$d(\bullet)$	تغییرات جزئی حقیقی
$u$	جابجایی در جهت شعاعی
$v$	جابجایی در جهت محیطی
$w$	جابجایی در جهت ضخامت (خیز عرضی)
$\varepsilon_x, \varepsilon_y$	کرنش های خطی در مختصات کارترین
$M_x, M_y$	ممان های خمشی در مختصات کارترین
$Q_x, Q_y$	نیروهای برشی در مختصات کارترین

$M_{xy}, M_{yx}$	ممان های پیچشی در مختصات کارتزین
$P_z$	نیروی عرضی
$k_s$	ضریب تصحیح برشی
$E$	مدول الاستیسیته یانگ
$G$	مدول برشی
$\nu$	ضریب پواسون
$D$	صلبیت خمشی
$\hat{D}$	صلبیت خمشی در تئوری مرتبه اول برشی
$\phi$	چرخش صفحه میانی ورق
$\varepsilon$	کرنش خطی
$\gamma$	کرنش زاویه ای
$\sigma$	تنش محوری
$\tau$	تنش برشی
$\vartheta$	زاویه چرخش یک المان
$M$	مجموع ممان
CPT	تئوری ورق کلاسیک
FST	تئوری مرتبه اول برشی
TST	تئوری مرتبه سوم برشی
UTST	تئوری مرتبه سوم برشی غیر مقید

## فصل اول: کلیات

### ۱-۱- مقدمه

ورق ها یکی از پرکاربردترین اجزاء در سازه های مختلف مهندسی هستند. به همین دلیل توجه بسیاری از محققان را به خود جلب کرده، و تاکنون تحقیقات بسیاری در زمینه های مختلف بر روی آن انجام شده است. یکی از شاخه های جدید این مطالعات، مطالعه بر روی ورق های مدرج تابعی<sup>۱</sup> یا همان ورقهای FGM است. این ورق ها که شکل خاصی از ورق های کامپوزیتی هستند، برای اولین بار در سال ۱۹۸۴ توسط محققان ژاپنی ساخته شدند [۱].

ساختار این ورق ها به گونه ای است که ماده تشکیل دهنده این ورق، به جهت تامین هم زمان مقاومت مکانیکی و حرارتی مناسب به شکل تابع مشخصی از سرامیک به فلز تغییر می کند.

تحقیقاتی که بر روی این ورق ها صورت گرفته است، بسیار متنوع است؛ و به طور کلی آن ها را می توان، به دو شاخه عمده ی مطالعات استاتیکی و دینامیکی تقسیم کرد. در هر دو این شاخه ها محققان با استفاده از روش های تحلیلی، نیمه تحلیلی و یا عددی به مطالعه رفتار ورق های مدرج تابعی پرداخته اند. از

---

<sup>۱</sup> Functionally Graded Materials

مهمترین روش های تحلیلی برای مثال، می توان به روش های تئوری ورق کلاسیک، تئوری های برشی مرتبه بالا، تئوری لوی و... اشاره کرد. همچنین در روش های عددی می توان از روش  $DQ^1$  و روش المان محدود<sup>2</sup> نام برد.

هدف ما در این پژوهش یافتن روشی برای حل ورقهای FGM دو جهته دایره ای، که خواص آن در راستای شعاعی و ضخامت تغییر کند، با استفاده از تئوری های برشی مرتبه بالا است. همچنین با توجه به اینکه تاکنون تحقیقات بسیار کمی در خصوص این نوع از ورق های FGM دو جهته دایره ای صورت گرفته و هیچ گونه مرجعی برای تایید نتایج به دست آمده با استفاده از روش ارائه شده در این پژوهش وجود ندارد، در انتها با معرفی یک مدل المان محدود و استفاده از نرم افزار Ansys به مقایسه جواب های به دست آمده از این دو روش می پردازیم.

## ۱-۲- ضرورت انجام پژوهش

تاکنون تحقیقات زیادی در مورد انواع ورق های FGM صورت گرفته است. بیشتر این تحقیقات بر این فرض استوار هستند که خواص ورق تنها در جهت ضخامت تغییر می کند ولی در مورد تغییر خواص در راستاهای متفاوت تاکنون پژوهش های بسیار کمی صورت گرفته است. با توجه به کاربردهای بسیار زیاد و متنوع ورق ها، بعضی مواقع نیاز به کنترل خواص ورق ها در راستاهای متفاوت است. برای مثال در پره توربین ها، کوره ها و ... شرایط به این صورت است. به همین دلیل ضروری است تا در مورد چنین اجزایی تحقیقات بیشتری صورت پذیرد. بنابراین در این تحقیق با در نظر گرفتن تغییر خواص در راستاهای ضخامت و شعاعی به معرفی خیز و تنش های شعاعی و محیطی این ورق ها پرداخته شده است.

<sup>1</sup> Differential Quadrature

<sup>2</sup> Finite Element



## ۱-۳- اهداف پژوهش

با توجه به موارد گفته شده تاکنون، هدف این پژوهش این است که پس از استخراج معادلات حاکم بر ورق FGM دو جهته ی دایره ای که خواص آن در راستاهای ضخامت و شعاعی تغییر می کند با بهره گیری از یک روش تحلیلی، معادلات به دست آمده حل شوند. سپس خیز و تنش به وجود آمده در ورق های دایره ای و حلقوی، در اثر اعمال یک نیروی عمودی یکنواخت بر سطح بالایی ورق برای حالت های متفاوت شرایط مرزی ورق دایره ای مانند شرایط گیردار و ساده و ترکیبی از شرایط گیردار، ساده و آزاد برای حالت حلقوی محاسبه شوند.

همچنین پس از آن و در قسمت دوم نیز همین عمل را برای ورق های با ضخامت متغیر انجام داده و پاسخ های مربوطه استخراج خواهند شد. به همین منظور تلاش می شود تا با استفاده از تئوری های مختلف ورق شامل تئوری های کلاسیک، مرتبه اول برشی و مرتبه سوم برشی غیر مقید اهداف این پژوهش محقق شوند.

## ۱-۴- ساختار پایان نامه

جهت نیل به اهداف پژوهش که در بخش قبل توضیح داده شد، ساختار پایان نامه حاضر بدین ترتیب است که در فصل دوم ضمن ارائه کلیاتی در مورد ورق ها، تئوری های حل و روش های بدست آوردن معادلات تعادل، ورق های FGM و خصوصیات آنها معرفی می گردند. سپس در فصل سوم به دست آوردن معادلات تعادل و حل آن ها را با ساده ترین و در عین حال پرکاربرد ترین تئوری مورد استفاده در ورق ها یعنی تئوری کلاسیک آغاز کرده و ضمن ارائه توضیحات کامل، نتایج به دست آمده با این روش معرفی می شوند. نتایج این فصل در فصل های پنجم و ششم به عنوان پایه ای برای به دست آوردن حل تئوری های مرتبه بالا و همچنین مقیاسی برای نشان دادن بهبود جواب ها با در نظر گرفتن اثرات برشی در تئوری های مرتبه بالامورد استفاده قرار خواهند گرفت.

با توجه به این که روابط به دست آمده در این فصل به نسبت سایر فصل ها ساده تر بوده و از حجم کمتری برخوردار است، بنابراین روش حل به شکل کامل شرح داده شده و در فصل های بعدی ضمن پرهیز از توضیحات تکراری و مفصل، با خلاصه کردن روش تنها به ارائه نتیجه نهایی بسنده می شود. همچنین ذکر این نکته ضروری است که طی این تحقیق تلاش بسیاری شد تا حداقل در تئوری کلاسیک برای ورق FGM دو جهته دایره ای، یک حل شکل بسته<sup>۱</sup> معرفی شود، ولی متأسفانه به دلیل برخورد به معادلات غیر خوش فرم در این مقصود ناکام مانده و به ناچار روشی مشابه سایر فصل های این پژوهش مورد استفاده قرار گرفت.

در فصل های چهارم و پنجم با معرفی تئوری های برشی مرتبه اول و مرتبه سوم غیر مقید و روش های حل متفاوت، ضمن معرفی روش به دست آوردن معادلات تعادل از روش انرژی به حل این معادلات پرداخته و نتایج برای حالت های متفاوت شرایط مرزی نشان داده می شوند.

در فصل ششم نیز جهت معرفی مرجعی برای مقایسه ی پاسخ های به دست آمده در فصل های سوم تا پنجم، تحلیل المان محدود به کمک نرم افزار Ansys انتخاب شده و ضمن توصیف کلی در مورد این نرم افزار و نوع مدل سازی و خصوصیات المان مورد استفاده به مقایسه و تحلیل نتایج به دست آمده از روش تحلیلی و روش المان محدود پرداخته می شود. در انتها نیز نتیجه گیری و پیش نهادهایی برای پژوهش های آتی معرفی می گردند.

#### ۱-۵- پژوهش های انجام شده :

همانگونه که گفته شد تحقیقات بسیاری در زمینه های متفاوت از جمله در بخش های ارتعاشات، بررسی خمش و کمانش، تئوری های غیر خطی و الاستیسیته سه بعدی بر روی ورق های FGM صورت گرفته است؛ در ذیل به چند نمونه از این مطالعات اشاره می شود:

<sup>۱</sup> Closed Form Solution

از جمله تحقیقات انجام شده، مطالعه بر روی ارتعاشات ورق های FGM است. برای مثال، "سرج ابرته" [۲] به مطالعه ارتعاشات آزاد، کمانش و تغییر شکل های استاتیک ورقهای درجه بندی شده تابعی پرداخت. وی در این تحقیق با در نظر گرفتن تغییر خواص ورق در راستای ضخامت و بررسی نمونه های متفاوت نشان داد که با مشابه بودن تمامی پارامترها، فرکانس های طبیعی ورق های مدرج تابعی همواره متناسب با نمونه مشابه ورق های همگن ایزوتروپیک می باشند و این ضرایب تشابه به سادگی می توانند محاسبه شوند. در این مقاله نتایج مشابهی نیز برای کمانش و خیز استاتیک معرفی شده اند. بنابراین در این تحقیق نتیجه گرفته شده است که، رفتار یک ورق FG به راحتی با استفاده از رفتار نمونه مشابه همگن ایزوتروپیک می تواند محاسبه شود.

همچنین "شوفرین و آیسنبگر" [۳] پایداری و ارتعاشات ورق های با قابلیت تغییر شکل برشی را با استفاده از تئوری مرتبه اول و تئوری های مرتبه بالاتر تحلیل کردند. آنان با استفاده از تئوری مرتبه اول و مرتبه سوم برشی جهت تحلیل ورق، دقت بالای محاسبات عددی فرکانس های طبیعی و نیروهای کمانش را برای ورق های ضخیم مستطیلی با شرایط مرزی مختلف نمایش دادند. آنها با استفاده از نسخه دینامیک اصل کمینه شدن انرژی کل، معادلات حاکم بر ورق را به دست آورده و سپس با استفاده از روش گسترش یافته "کانترویچ" این معادلات را حل کردند. این روش در ترکیب با روش المان دقیق<sup>۱</sup> برای تحلیل پایداری و ارتعاشی اعضای تحت فشار به کار می رود که برای استخراج ماتریس سختی دینامیک اجباری با در نظر گرفتن تأثیرات نیروهای درون صفحه ای و اینرسی مورد استفاده قرار می گیرد.

در نمونه ای دیگر "نای و ژانگ" [۴] بر روی تحلیل ارتعاشات ورق های FG قطاعی حلقوی با تکیه گاه ساده برای لبه های مرزی تحقیق کردند. در این مقاله نیز مانند مقالات پیشین خواص مواد در راستای ضخامت تغییر می کند ولی توزیع آن به شکل یک تابع نمایی است. در این پژوهش ارتعاشات آزاد و اجباری ورق های قطاعی حلقوی FG با تکیه گاه ساده برای لبه های شعاعی و تکیه گاه دلخواه برای لبه های دایره ای با استفاده از یک روش نیمه تحلیلی (ترکیبی از روش های SSM و DQM) مورد بررسی قرار گرفت.

<sup>۱</sup> Exact Element

روش جدید SSM-DQM می تواند یک حل تحلیلی در راستای جهت درجه بندی با استفاده از روش فضای حالت<sup>۱</sup> (SSM) و یک حل تقریبی موثر در راستای شعاعی با استفاده از روش<sup>۲</sup> (DQM) یک بعدی ارائه دهد.

پیش بینی رفتار دینامیک پوسته های FGM تحت شرایط مرزی دلخواه نیز توسط "انصاری و درویزه"<sup>۵</sup> ارائه شد و یک روش تحلیلی کلی برای بررسی کردن رفتار ارتعاشی پوسته های درجه بندی شده تابعی معرفی شد. فرمول بندی تئوری مساله، براساس تئوری پوسته مرتبه اول برشی که موجب در نظر گرفتن تاثیرات تغییر شکل برشی عرضی و اینرسی گردشی می شود، قرار گرفت. در این تحقیق همچنین فرض شد که شکل مودها یک وابستگی محوری به شکل سری های فوریه که مشتق های آن با استفاده از انتقال "Stoke"<sup>۳</sup> درست شده اند داشته باشند. خواص مواد نیز در این مقاله به شکل یک تابع وابسته به دما در راستای ضخامت و با توزیع های توانی<sup>۴</sup>، نمایی<sup>۵</sup> و حلقوی<sup>۶</sup> در نظر گرفته شده و بررسی ها بر روی یک پوسته ی استوانه ای FGM ساخته شده از یک ترکیب سرامیک و فلز متمرکز گردید.

"هونگ و دیگر همکارانش"<sup>۶</sup> نیز ارتعاشات ورق های ضخیم ترک دار مستطیلی FGM را معرفی کردند؛ دقت اولین دسته جواب های مشخصه های ارتعاشات آزاد ورق ضخیم FGM مستطیلی با ترک گوشه ای<sup>۷</sup> در این پژوهش معرفی گردید و برای به دست آوردن معادلات نیز از تئوری مرتبه سوم برشی "Reddy" و برای حل آن ها از یک روش "Ritz" جدید استفاده شد.

یافتن یک حل تحلیلی دقیق برای ارتعاشات آزاد ورق های ضخیم دایره ای و حلقوی کوبله شده پیرو الکتریک با استفاده از تئوری ورق Reddy توسط "هاشمی و دیگر همکارانش"<sup>۷</sup> مورد بررسی قرار گرفت. در این مقاله، ورق های ضخیم دایره ای و حلقوی که هر دو سطح بالایی و پایینی آنها با یک لایه پیروالکتریک در تماس بود، با استفاده از تئوری مرتبه سوم برشی Reddy برای تامین یک حل تحلیلی

<sup>1</sup> State Space Method

<sup>2</sup> One-Dimensional Differential Quadrature Method

<sup>3</sup> Stok's Transformation

<sup>4</sup> Power law

<sup>5</sup> Exponential law

<sup>6</sup> Sigmond low

<sup>7</sup> Side Cracked