مرکز اطلاعات و مدارک علمی ایران
... مدارک

بسمه تعالی

۱۳۷۹/۶/۲۰

دانشگاه علوم و فنون مازندران

دانشکدهٔ مهندسی عمران - گروه سازه

سمینار آموزشی کارشناسی ارشد

مطالعه و بررسی کمانش جانبی تیرهای I شکل تک متقارن (منوسیمتریک)

7215

استاد : دکتر علی بیگی

دانشجو : محمدرضا رضایی کرمانشاه

شمارهٔ دانشجوئی : ۷۵۲۳۲۱۰۸

۳۰۷۴۵

فهرست مطالب مندرج در سمینار آموزشی کارشناسی ارشد

عنوان	شمارهٔ صفحه
مقدمه	۱
فصل یکم - نگرشی کلی بر کمانش جانبی تیرها	۵
کمانش جانبی تیرهای I شکل تحت بارهای محوری و عرضی	۱۲
تیرهای بدون بارهای محوری	۲۲
کمانش جانبی با مرکز دوران اجباری و دیگر اصلاحات تئوری	۲۶
کمانش جانبی در محدودهٔ غیر ارتجاعی	۲۹
فصل دوّم - پایداری ارتجاعی تیرهای با مقطع I شکل	۳۲
تئوری تقریبی در مورد ناپایداری جانبی	۳۳
تئوری اصلاح شده	۳۸
فصل سوّم - پایداری تیرها و کنسول های تک متقارن	۴۹
تئوری تیرهای I شکل تک متقارن	۵۵
تحقیق تجربی	۷۰
نتایج بحث کمانش خمشی - پیچشی الاستیک تیرهای I شکل تک متقارن	۷۳
فصل چهارم - کمانش تیرهای I شکل تک متقارن تحت لنگر غیر یکنواخت	۷۷
روش انتگرال های محدود	۸۳
روش ریلی - ریتز	۸۴
مقایسهٔ جواب های انتگرال محدود و انرژی	۸۸
اندرکنش بین تک تقارنی و شیب لنگر	۸۹
فرمول های تقریبی لنگر کمانشی	۱۰۱
فرمول تقریبی پیشنهاد شده برای لنگر کمانشی تجرانی	۱۰۲
جمع بندی نتایج	۱۰۴

۳۰۷۴۵

فصل پنجم - ظرفیت های کمانشی تیرهای I شکل تک متقارن ... ۱۰۷
آنالیز تئوری ۱۱۰
روش انتگرال های محدود ۱۱۲
روش انرژی (ریلی - ریتز) ۱۱۳
نتایج حاصل از بکارگیری روش انرژی ۱۱۵
فرمول های تقریبی کمانش ۱۱۹
حالت بارگذاری متمرکز ۱۱۹
حالت بار گسترده یکنواخت ۱۲۱
حالت بارهای دو نقطه‌ای متقارن ۱۲۲
حالت بار نقطه‌ای خارج از مرکز ۱۲۵
بکارگیری روابط برای طراحی ۱۲۶
ضرائب اصلاح لنگر ۱۲۶
درجه تک تقارنی بهینه ۱۲۸
نتایج کلی فصل ۱۳۰
فصل ششم - بررسی روش های مختلف تعیین بار کمانشی ۱۳۱
مقایسه نتایج حاصل از کاربرد روش های حساب تغیرات و سری های نامحدود مندرج در جدول شماره (6 - 1) ۱۳۷
برنامه کامپیوتری تحلیل کمانش جانبی تیرها ۱۳۸
نمادها و علائمی که در این مجموعه بکار رفته است ۱۴۲
منابع و مآخذ مورد استفاده ۱۴۴

مقدمه: (مقاطع I شکل تک متقارن یا «منوسیمتریک» یکی از انواع مقاطع عرضی است که در تئوری و عمل کمتر مورد توجه قرار گرفته است. به همین علت اکثر مهندسین طراح با اینگونه مقاطع آشنایی کافی نداشته و در این زمینه فعالیتی ندارند. این نقص در کشور ما بوضوح مشاهده شده و نگارنده را بر آن داشت تا موضوع سمینار خود را بررسی و مطالعهٔ تیرهای با مقطع عرضی I شکل تک متقارن با تکیه بر پدیدهٔ کمانش جانبی آنها انتخاب نماید.

نظر باینکه مقاطع مزبور حالت کلی مقاطع I شکل را شامل می‌شوند و پروفیل‌های نوردشدهٔ I که در انواع واقسام مختلف در بازار موجود است، حالت خاصی از تیرخ‌های منوسیمتریک بشمار می‌آیند، با پرداختن به این بحث در واقع مقاطع پرمصرف دوبل متقارن وحتی مقطع T شکل را هم در نظر گرفته و از نتایج این مطالعه می‌توانیم با اعمال شرایط خاص هر تیرخ برای کلیهٔ مقاطع I شکل استفاده نمائیم. به این ترتیب، ملاحظه می‌شود که ضمن طرح یکی از موارد فراموش شده، امکان گسترش موضوع را فراهم آورده و مجموعه‌ای از تیرخهای I شکل را تحت پوشش قرار می‌دهیم.) →

در هنگام بارگذاری تیرهای دارای مقاطع منوسیمتریک، همواره این سئوال می‌بایست مطرح گردد که کدامیک از بال‌ها تحت تنش فشاری قرار دارند. زیرا برحسب آنکه بال کوچکتر تحت چه نوع تنشی واقع شود، عملکرد مقطع عملاً دچار دگرگونی شده و در هرحالت مقاومتی از خود نشان خواهد داد که با حالت دیگر کاملاً متفاوت خواهد بود. ثابت شده است که بشرط اعمال تنش‌فشاری روی بال بزرگتر، مقاطع I شکل تک متقارن نسبت به مقاطع دوبل متقارن در تحمل بارها مقاومت بیشتری از خود نشان می‌دهند. از آنجایی که مقاطع I شکل تک متقارن یکی از محورهای تقارن خود را از دست داده‌اند و مرکز برش آنها بر محور گذرنده از مرکز سطح مقطع منطبق نیست، این خاصیت باعث ایجاد پیچیدگی‌های معینی در آنالیز کمانش ارتجاعی شده و عواملی را روی این

پدیده مؤثر می‌سازد که ما تحت عنوان "درجهٔ تک تقارنی" و "پارامتر تیر" شناخته و برای بحث و بررسی ظرفیت کمانشی تیرهای دوسرسادهٔ دارای مقطع عرضی I شکل منوسیمتریک از این پارامترها استفاده می‌کنیم.

مطالعات اولیه روی تیرهای با مقطع تک متقارن توسط محققینی مانند pettersson، Winter، Hill، kerensky، Flint، Brown و O'coonor به صورت‌های تئوری و عملی انجام گرفته است. مسئلهٔ پایداری تیرهای منوسیمتریک که به حالات ساده و طرّه تحت بارگذاری متمرکز واقع شده‌اند، توسط Anderson و Trahair مورد بررسی و تحقیق قرار گرفت. آنها نتایج مطالعات خود را در سال 1972 انتشار دادند که به بخشی از آن در زیر اشاره می‌شود:

بطور کلی، در تیرهای منوسیمتریک حالتی از عدم تعادل وجود دارد که بسته به مورد سبب ایجاد افزایش یا کاهشی در سختی پیچشی مقطع می‌گردد. از آنجایی که بال کوچکتر فاصلهٔ بیشتری از مرکز برش نسبت به بال بزرگتر دارد، تنش‌های موجود در این بال بازوی اهرم بیشتری داشته و بر اثر وآگنز غلبه می‌نمایند. بنابراین هنگامی که بال کوچکتر تحت کشش قرار دارد، اثر وآگنز در سختی پیچشی تیر افزایش ایجاد می‌کند.

کمانش تیرهای منوسیمتریک دوسرساده که تحت لنگرهای انتهایی مساوی و در عین حال مختلف الجهت قرار دارند، برای اولین بار توسط Goodier مورد توجه واقع شد و توانست با حل کردن معادلات دیفرانسیل حاکم بر مسئله، جواب‌های دقیق را بدست آورد. لازم به ذکر است که نتایج تقریبی حاصل از بکارگیری روش‌های دیگر توسط Winter و Hill در مراجع شماره (8) و (9) پیوست آمده است.

مشخصات هندسی مقطع I شکل تک متقارن

مطابق شکل (۱) مقطع I شکل تک متقارن را در نظر می‌گیریم. این مقطع دارای بال هایی است که از نظر عرض و ضخامت متفاوت می‌باشند. چنانچه تار فوقانی مقطع را مبنا قرار دهیم، فاصلهٔ مرکز هندسی مقطع از مبنا ($\bar{y}$) برابر خواهد بود با:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{3} (A_i y_i)}{\sum_{i=1}^{3} A_i}$$

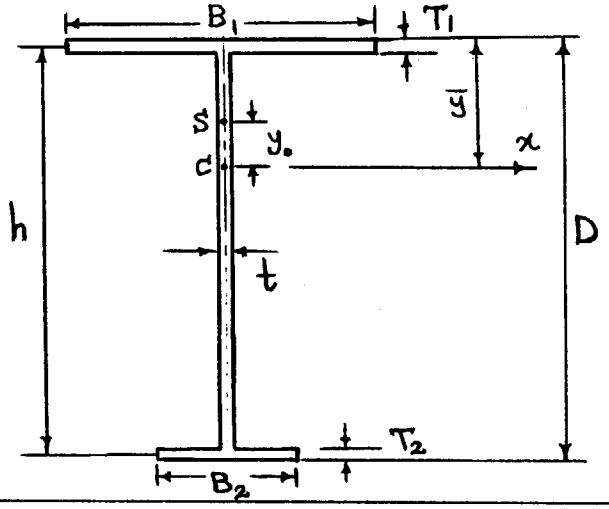
$$\bar{y} = \frac{(B_1 T_1)(\frac{T_1}{2}) + (B_2 T_2)(D - \frac{T_2}{2}) + (D - T_1 - T_2)t(\frac{D + T_1 - T_2}{2})}{B_1 T_1 + B_2 T_2 + (D - T_1 - T_2)(t)}$$

مشخصات دیگر هندسی این نیمرخ به شرح زیر است:

$$y_o = \alpha h - \bar{y} \qquad \left(\text{که در آن } \alpha = \frac{1}{1 + (B_1/B_2)^3 (T_1/T_2)} \text{ می‌باشد}\right)$$

$$\beta_x = \frac{1}{I_x} \left\{ \begin{array}{l} (h - \bar{y}) \left[B_2^3 T_2 / 12 + B_2 T_2 (h - \bar{y})^2 + (h - \bar{y})^3 t / 4 \right] \\ - \bar{y} \left[B_1^3 T_1 / 12 + B_1 T_1 \bar{y}^2 + \bar{y}^3 t / 4 \right] \end{array} \right\} - 2y_o$$

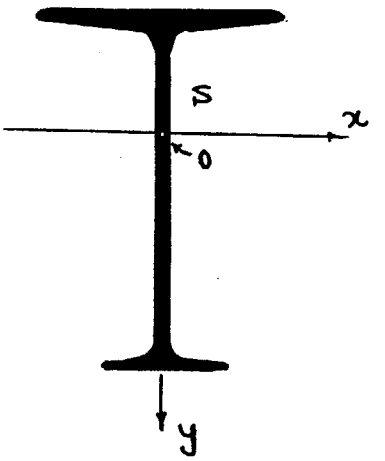
$$I_\omega = \frac{\alpha B_1^3 T_1 h^2}{12}$$



شکل (1)
مشخصات هندسی
مقاطع تک متقارن

مشخصات هندسی معرفی شده توسط Bleich به مختصات مرکز برش و پارامتر Γ محدود می‌شود. نتایج مزبور بصورت قابل ملاحظه‌ای ساده شده‌اند که برحسب عبارت‌هایی از سطح مقطع و ممان اینرسی مقطع نسبت به محورهای اصلی بیان شده‌اند. در اینجا مشخصاتی را که برای یک مقطع I شکل تک متقارن معرفی شده است، ارائه می دهیم :

$$\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = \dfrac{e_2 I_2 - e_1 I_1}{I_1 + I_2} \end{cases}$$



$$\Gamma = \frac{d^2 I_1 I_2}{I_1 + I_2}$$

I_1 و I_2 بترتیب لنگرهای اینرسی بال فوقانی و تحتانی نسبت به محور y می باشند. لازم به ذکر است که معادلات فوق برای مقاطع I شکل ماهیچه دار یا مقاطعی که ضخامت بال های متفاوت دارند، معتبر و قابل استفاده می‌باشد.

همچنین فاصلهٔ مرکز برش از مرکز هندسی بال تحتانی که با نماد e نشان داده می‌شود، ثابت پیچش (J) و ثابت تاب خوردگی (C_w) از روابط زیر بدست می آیند :

$$e = h \frac{B_1^2}{B_1^2 + B_2^2}$$

$$J = \frac{(B_1 + B_2) T_f^2 + h t^2}{3} \qquad (\text{با فرض : } T_1 = T_2 = T_f)$$

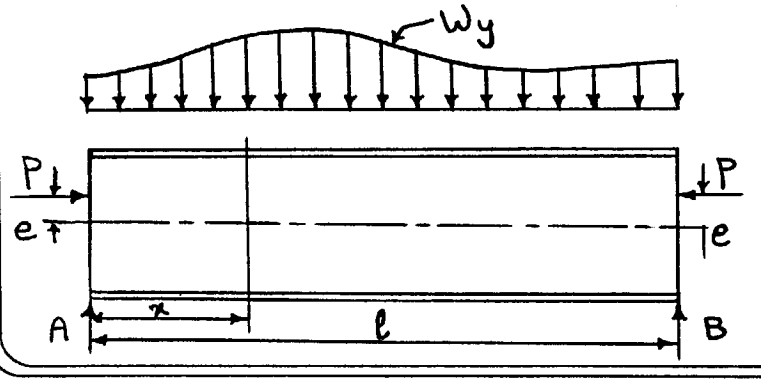
$$C_w = \frac{T_f h^2}{12} \frac{B_1^3 . B_2^3}{B_1^3 + B_2^3}$$

هنگامی که یک تیر تحت بارگذاری قرار می‌گیرد، تنش‌های خمشی بوجود آمده - در مقطع آن به صورت های فشاری و کششی نمایان می‌شوند. قسمتی از مقطع تیر که به فشار می‌افتد، ممکن است در اثر عدم مقاومت کمانشی دچار ناپایداری شده و مانند یک ستون کمانه کند. بنابراین در طراحی تیرها لازم است آنچه را که برای یک ستون از نظر تنش مجاز و کنترل ضریب لاغری در حد استاندارد مربوطه بکار می‌بریم، در مورد بال مستطیلی تیر هم استعمال نمائیم. امّا در این شبیه‌سازی می‌بایست تفاوت های بین بال فشاری تیر و - ستون را نیز لحاظ کنیم. از جمله اینکه در ستون ها معمولاً لنگر خمشی در طول آن یکنواخت است، ولی بال فشاری تیرها بندرت تحت همان ثابت قرار می‌گیرد. از سوی دیگر غیر از تکیه‌گاه های انتهایی ستون، عامل دیگری در فاصله بین آنها وجود ندارد که از بروز کمانش در آن ممانعت بعمل آورد. ولی برای بال فشاری تیر، عضوی از مقطع عرضی همچون جان داریم - که مانند تکیه‌گاهی ممتد وارد عمل شده و مانع از ایجاد کمانش می‌گردد. چنانچه شدت تنش فشاری زیاد باشد، بال مستطیلی شکل تیر اقدام به کمانش نامتی از خمش حول محور مار بر صفحهٔ جان خواهد نمود. این کمانش بال مستطیلی شکل فشاری که حول محور قوی آن بوجود می‌آید، به «کمانش جانبی» موسوم است و مورد بحث ما می‌باشد. از تشابه بین بال فشاری تیر و یک ستون، بمنظور توجیه رفتار کلی تیر در کمانش جانبی استفاده کرده، ضمن آن - اختلافات بین این دو را در موارد مقتضی وارد محاسبات می‌نمائیم.

شایان ذکر است که جان تیر نه تنها بال فشاری را در جهت ضعیف آن به کمک - اتصال پیوسته آن به بال کششی نگهداری می‌کند، بلکه در راستای اتصال خود به بال فشاری از طریق لنگر و برش سبب استحکام در طول اتصال خود به بال نیز می‌شود و بدین ترتیب سختی خمشی بال، کل مقطع تیر را همزمان با شروع کمانش جانبی در وضعیت پایدار نگهمیدارد.

یک تیر I شکل را که در دو انتها دارای تکیه‌گاههای ساده می باشد و به هر دو صورت طولی و عرضی در صفحهٔ جان بارگذاری شده است، مطابق شکل (1-1) در نظر می‌گیریم. اگر این تیر به جز در تکیه‌گاههای A و B در بقیهٔ نقاط فاقد مهار جانبی باشد، ممکن است در جهت جانبی دچار کمانش شود. چنانچه صلبیت خمشی تیر در صفحهٔ جان چندین مرتبه بیشتر از صلبیت جانبی آن باشد، قبل از آنکه تنش های خمشی مربوط به بار عرضی به نقطهٔ تسلیم برسند، ممکن است که تیر کمانه کرده و ریزش کند. تا هنگامی که بارهای عمل کننده در صفحهٔ جان پائین تر از شدت معینی باقی بمانند، تعادل سازه پایدار است. یعنی اگر بمقدار اندکی در جهت جانبی خم شود و یا دچار اعوجاج گردد، با قطع شدن اثر نیروئی که باعث تغییر شکل کوچک تیر شده بود، سازه به وضع قبلی خود که - همانا ترکیب مستوی و بدون واپیچش است، برمی‌گردد. به هرحال، با افزایش شدت بار، - نیروهای مقاوم بتدریج کوچکتر شده، تا زمانی فرا می‌رسد که در کنار شکل تعادل مستوی تیر، یک حالت تعادل تغییر شکل داده و دچار پیچش شده بطور مساوی امکان وجود پیدا می‌کند. فرم مستوی زیاد پایدار نیست، و کمترین باری که به ازای آن شکل تعادل جایگزین امکان تشکیل شدن پیدا می‌کند، بار بحرانی سازه نامیده می‌شود.

مسئله کمانش جانبی تیرهای عمیق با مقطع عرضی مستطیل شکل باریک برای - اولین بار توسط Prandtl و Michell مورد بررسی قرار گرفت. آن دو، مستقل از



شکل (1-1)

یکدیگر تئوری کمانش جانبی تیرهای تحت بارگذاری عرضی را در سال 1899 انتشار دادند که در آن یک معادلهٔ دیفرانسیل مرتبهٔ دوم با ضرایب متغیر مسئله را کنترل می نماید.

پیشرفت بیشتر کار در این زمینه مربوط به Timoshenko می‌شود که معادلهٔ دیفرانسیل اساسی پیچش تیرهای I شکل متقارن را بدست آورد و کمانش جانبی تیرهای عمیق I شکل را که بطور عرضی بارگذاری شده اند مورد تحقیق قرار داد. در سال 1913 این محقق بعنوان مثالی از کاربرد روش انرژی، مسئله پایداری مذکور را حل کرد و روش فوق برای اصلاح مسائل کمانش توسعه یافت.

تیرهای I شکل با بال های نامساوی که همزمان تحت تأثیر فشار محوری و لنگرهای انتهایی مساوی در صفحهٔ جان قرار دارند، برای اوّلین بار توسط Bleich در نظر گرفته شد و او شرط پایداری را در یک فرم عمومی گسترش داد که در محدودهٔ الاستیک و پلاستیک تنش ها در هنگام شکست اعتبار دارد. این تئوری همچنین برای مسئله تیرهای I شکل که بال کششی مقید شده در برابر تغییر مکان جانبی را دارند، بکار برده شده بود و این خود حالتی از کمانش با محور دوران اجباری می باشد.

Stüssi در سال 1935 راه حلی را برای مسئله پایداری تیرهای مستطیلی و نیز تیرهای I شکل متقارن که تحت بارگذاری عرضی قرار دارند، پیشنهاد نمود، که در آن "تقریب مرحله‌ای" بعنوان روش کار در نظر گرفته شده بود. این محقق، روش-ابداعی خود را برای تعدادی از شرایط بارگذاری نمونه‌ای بکار برد و فرمول های سهل و ساده‌ای را که برای طراحی عادی مناسب است، بدست آورد.

در سال 1939 یک دوره‌ای وسیع از مسئله با بحث مشروحی از اصول و و قواعد توسط Chwalla انتشار یافت. این مطالعه به مقاطع I شکل متقارن محدود شده بود و شامل تحقیق در مورد بعضی از مسائل خاص در حوزهٔ کمانش جانبی

می‌گردید، که بیشتر آنها قبلاً توسط محققین پیشین مورد مطالعه قرار گرفته بود. بالاخص شرط پایداری تیرهایی که در دو انتها بطور الاستیک مقید شده اند و تحت ترکیبی از بار محوری و خمش ثابت قرار دارند، بصورت مفصّل مورد بحث واقع شده است. به هرحال، نویسنده در رابطه با اعتبار معادلات دیفرانسیل تعادل برای مسئله‌های باریکی که اساس آنالیز او را تشکیل می‌دهد، محدودیت های مشخصی را تشخیص نداده است و به عنوان یک نتیجه گیری می‌توان گفت که نظریهٔ تیرهای تحت خمش توأم با بارمحوری ناقص است، راه حل های ارائه شده کاملاً دقیق نبوده و با نتایجی که از محققین دیگر بدست آمده، توافق زیادی ندارد.

در سال 1941، آقای Winter فرمول‌های تقریبی را برای کمانش جانبی تیر-های I شکل نامتقارن ارائه داد که با استفاده از روش انرژی ریلی بدست آمده بود. ایشان درضمن کمانش تیرهای مستطیلی و I شکل نامتقارن را که برای مقابله با تغییر مکان جانبی دارای لبهٔ کششی می‌باشند، مورد بررسی قرار داد. مسئله کمانش جانبی تیر های I شکل نا متقارن که تحت لنگر خمشی ثابت واقع شده است، در یک فرم و قالب دقیق‌تر بوسیلهٔ H. N. Hill اصلاح گردید.

اصلاحیهٔ وسیعی از مسئله مورد بحث توسط Goodier پیشنهاد شد که در آن جواب مسئله عمومی پایداری سازه‌های با مقاطع باز جدار نازک تحت بارمحوری، - خمش و پیچش، بعنوان توسعهٔ منطقی نظریهٔ کمانش ستونها بوسیلهٔ پیچش و خمش ارائه شده بود. این مطالعه به هر شرط خاصی از تقارن مقطع عرضی محدود نمی شد، امّا - فقط اثر نیروهای طولی و لنگرهایی را که به دو انتهای تیر وارد می‌شدند، در نظر می‌گرفت. تیرهای تحت بارگذاری عرضی در این روش مورد بحث قرار نگرفته بودند.

آقای دو وری (De Vries) دستورالعمل‌های ساده‌ای را برای تیرهای I شکل نورد شده بدست آورد. تنش بحرانی در محدودهٔ ارتجاعی کمانش بوسیلهٔ تابع ساده‌ای از یک پارامتر، $\frac{ld}{bt}$، معرفی شده است که در آن l و d ترتیب طول دهانه و عمق تیر بوده و b و t نیز ابعاد بال می‌باشند. چنین رویکرد ساده‌ای طبیعتاً می‌تواند فقط به نتایج تقریبی منجر شود، امّا فرمول مربوطه اساسی منطقی داشته و برای اهداف طراحی مناسب است.

بمنظور برطرف ساختن مشکل تعیین حدود پایداری در هنگامی که کمانش ایجاد می‌شود، پیشنهادات بسیاری صورت گرفته است. در لحظه‌ای که این پدیده ایجاد می‌شود، حد تناسب در دورترین تار تحت تنش از مقطع تیر افزایش می‌یابد. به جز در حالتی که خمش ثابت و بار محوری وجود دارد، (که در آن اثر تغییرات مدول ارتجاعی می‌تواند در یک راه منطقی و به شکل مناسب منظور گردد) این مسئله به آسانی به جواب تئوری دقیق و معقولانه‌ای منتج نمی‌شود. برای آنکه نتایج بدست آمده از روش تقریبی مذکور جهت - کمانش در محدودهٔ ارتجاعی در مورد کمانش پلاستیک نیز صدق نماید، لازم است که یک سری فرضیات ساده کننده که در عین حال دیرس می‌باشند را مد نظر قرار دهیم. از جمله کسانی که در مورد این مسئله بررسی و تحقیق انجام داده اند می‌توان Timoshenko، Stüssi، و Chwalla را نام برد. هرچند تا سال 1952 این مسئله به شکل رضایت بخشی حل نشد و نتیجهٔ قانع کننده‌ای از آن حاصل نگردید.

در سال 1899 تئوری تیرهای مستطیلی توسط Michell ارائه شد و در همانجا نتایج آزمایشات انجام شده روی میله‌های فولادی را اعلام کرد. این نتایج بطور محسوسی با پیش‌بینی‌های تئوری موافقت داشت.

سری کاملی از آزمایشات مقاومت تیرهای I شکل استاندارد در خمش انجام شده است که بعنوان قسمتی از آن می‌توان آزمایشات روی شکست تیرها بر اثر «کمانش جانبی» را که توسط Moore در سال 1913 صورت گرفته است، ذکر کرد. آزمایش مشابهی نیز بوسیلهٔ Ketchum و Draffin در سال 1932 برای تیرهای سبک بانجام رسید. نتایج این آزمایشات در همهٔ موارد با جواب های تئوری توافق و هم خوانی ندارد و دلالت بر تنش های خرابی بسیار بالاتری می‌کند. آرایش و ترتیب بارگذاری این ظن و گمان را پدید می‌آورد که به این ترتیب تیرها بطور اجباری حول قطعهٔ کروی که بوسیلهٔ آن بار وارد می‌شود، دوران می‌کند و این عمل بجای کمانش آزادانه صورت می‌گیرد. بعلت ناپایداری ملزومات بارگذاری در آزمایش قبلی، جهت انتقال بار به بال های فوقانی تیرها به جای غلتک‌ها از قطعات کروی شکل استفاده می‌شود. در این روش جدید پایداری قطعهٔ وارد کنندهٔ بار با وجود قیدهای همه جانبه تأمین می‌شود. تکرار آزمایشات تحت شرایط مختلف، هرگونه شک و شبهه‌ای را در رابطه با روش تکیه دادن بار بر سازه مرتفع می‌سازد.

تا سال 1937 گزارش دیگری در مورد تحقیقات آزمایشگاهی در این زمینه که بتوان مطلب تازه‌ای را یافت، ارائه نگردید. تا اینکه Dumont و Hill از انجام یک سری آزمایشات روی تیرهای مستطیلی از جنس آلیاژ آلومینیم گزارش دادند. نتایج به دست آمده در محدودهٔ الاستیک هماهنگی خوبی را با تئوری نشان می‌دهد. این دو محقق همچنین روی کمانش جانبی تیرهای I شکل از آلیاژ آلومینیم 27ST که تحت خمش ثابت قرار دارد، آزمایشاتی را انجام دادند و دریافتند که تئوری با نتایج تجربی

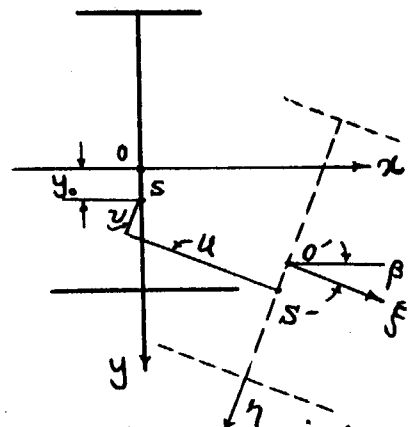
هم خوانی دارد.

ذکر آزمایشات دقیق انجام شده توسط Jonston و Cheney نیز خالی از لطف نیست. چرا که گروهی از آزمایشات روی ستون هایی با مقطع I شکل که همراه با خروج از مرکزیت در صفحهٔ جان بارگذاری شده بودند، بانجام رسید. این بارگذاری، حالت اصلی کمانش جانبی را تحت خمش ثابت ترکیب شده با فشار محوری وضع می کند. متأسفانه نتایج این آزمایشات هرگز در روشنایی تئوری دقیق، بوضوح تعبیر و تفسیر نمی شود و با توجه دربت و مناسب به شرایط واقعی قید در دو انتهای ستون ها نیز مشخص نشده است.

در گفتار آتی از این موضوع، از مسئله کمانش جانبی بحث خواهیم کرد و این کار را با استفاده از نتایج بدست آمده از تحقیقات یاد شده در قالب کلی انجام خواهیم داد. بنابراین، بنیان مشترکی بنا خواهد شد که از آن بحث و گفتگو راجع به هر مسئله خاص را می توان به آسانی شروع کرد. متعاقب آن، عبارت کلی برای انرژی پتانسیل تیر در حالت فشرده شده، خمش یافته و تحت پیش گسترش یافته و بعنوان معادلهٔ اساسی جهت بکارگیری تئوری انرژی پتانسیل ایستایی رفتار خواهد کرد. بنابراین ما می توانیم هم معادلات دیفرانسیل حاکم بر هر مسئله مورد نظر را از رابطهٔ انرژی پتانسیل استخراج کنیم، و هم از رابطهٔ انرژی تلفیق شده با روش ریتز استفاده کرده و جواب تقریبی مسئله کمانش خاص را بدست آوریم. از آنجایی که هر دو روش فوق در گذشته توسط محققین مختلف بکار برده شده است، ما فرصت داشتن راهکار متحدی را داریم که سریعاً معادلات مناسب مربوط به هر حالت را برای تحلیل ارائه می دهد.

« کمانش جانبی تیرهای I شکل تحت بارهای محوری و عرضی »

یک تیر AB بطول l را که در صفحهٔ جان بوسیلهٔ بار محوری P دارای خروج از مرکزیت و بارهای عرضی و q بار گذاری شده است در نظر می‌گیریم. (شکل 1-2) بارهای عرضی متمرکز می‌توانند بعنوان حالت خاصی از این تیپ عمومی بارگذاری محسوب شود. بطوری که می‌دانیم ox و oy محورهای اصلی مقطع I شکلی هستند که ممکن است دارای بال های نامساوی باشد. بطور کلی مختصات مرکز برش x_0 و y_0 بوده، اما بعلت تقارن حول محور y داریم $x_0 = 0$. مؤلفه‌های تغییر مکان مرکز برش u و v می‌باشد که ترتیب موازی با محورهای ξ و η است.



شکل (1-2)

تحلیل پایداری سازهٔ مورد نظر براساس فرضیات زیر استوار است:

۱- مقطع عرضی تیر ثابت است. ۲- تنش‌های موجود در تارهای مقطع که از بارگذاری خارجی بوجود آمده‌اند از حد تناسب در لحظهٔ کمانش تجاوز نمی‌کنند. ۳- تغییر شکل تیر در هنگامی که دچار خمش و پیچش می‌شود، به گونه‌ای است که مقطع عرضی آن تغییر فرم و حالت نخواهد داد. ۴- موقعی که نقاط اثر بارهای خارجی تغییر مکان می‌دهند، این بارها همچنان موازی با جهت اولیهٔ خود باقی می‌مانند.

ما تیر را در حالت تغییر شکل داده و تحت فشار خود، درست قبل از کمانش در