

دانشکده فیزیک

پایان نامه

برای دریافت درجه کارشناسی ارشد

فیزیک اتمی و مولکولی

جبران جذب غیرخطی انتشار سالیتون‌ها در فیبرهای نوری

استاد راهنما: دکتر محسن حاتمی

استاد مشاور: دکتر محمد کاظم توسلی

پژوهش و نگارش: سمانه جریده

آبان ۱۳۸۹

سورة الاحقاف

تقدیم به

پدر و مادر عزیزم

آنان که وجودم برایشان همه رنج بود و وجودشان برایم همه مهر

آنان که راستی قامتم در شکستگی قامتشان تجلی یافت

و

آن که پیام آور طراوت باران است در خشکی آباد دلتنگی ام

و تبسم سبز بهار است در طلوع هستی ام

مهربانی که نامش بر بلندای عشق می درخشد،

همسرم

تشکر و قدردانی

سپاس خدای را برای آنچه از وجودش به ما شناسانده و آنچه از شکرش به ما الهام فرموده و برای آن درهای دانش که بر ما گشوده است. سپاس خدای را که بر ما منت نهاد به وجود محمد (ص) بنده‌ی پسندیده در میان بندگانش، پیشوای رحمت، قافله‌سالار خوبی و کلید رحمت و درود، معلم را که به من آموخت.

از جناب آقای دکتر محسن حاتمی استاد راهنمای بسیار گرانقدرم کمال سپاس و تشکر را دارم. شاگردی ایشان برایم افتخار بزرگ و فرصت استثنایی جهت پیمودن ادامه مسیر زندگی‌ام بود. همچنین از استاد ارجمندم جناب آقای دکتر توسلی که در امر مشاوره مرا مورد لطف بی‌شائبه خود قرار دادند نهایت قدردانی و سپاس را دارم. همچنین از آقایان دکتر علیرضا کشاورز و دکتر محمود برهانی که داوری این رساله را برعهده گرفتند تشکر و قدردانی می‌کنم. از پدر و مادر مهربانم که حمایت‌هایشان همیشه برایم قوت قلبی بوده و به من ذوق حرکت می‌داد، تشکر می‌کنم. از همسرم سپاسگزارم که با صبر و گذشت خود پیمودن این راه را برایم هموار کرد.

چکیده

با توجه به حجم زیاد اطلاعات و نیاز به افزایش سرعت در محاسبات و انتقال اطلاعات، تحولاتی در سال‌های گذشته صورت گرفته است که از جمله مهمترین آن‌ها انتقال اطلاعات توسط فیبرهای نوری است. با استفاده از فیبرهای نوری، سرعت و دقت انتقال اطلاعات به نحو چشم‌گیری افزایش یافته است.

در این پژوهش انتشار سالیتون‌های نوری تاریک، با ضریب جذب خطی و غیرخطی تحت تقویت پیوسته و موضعی را در محیط چالکوجناید بررسی کرده‌ایم. نتایج نشان می‌دهد که می‌توان با استفاده از پارامترهای به‌خصوص سالیتون‌های نوری تحت تقویت پیوسته را در محیط چالکوجناید طوری تقویت کرد که شکل سالیتونی مجدداً تولید گردد و بدون تغییر شکل در محیط منتشر شود. پارامترهای به‌دست آمده نشان می‌دهد که در صورتی سالیتون بدون اعوجاج تقویت می‌شود که ترکیبی از تقویت خطی و غیرخطی را در نظر بگیریم این پارامترها را برای ماده چالکوجناید As_2S_3 به‌دست آورده و با شبیه‌سازی انتشار پالس این مسئله را بررسی و مطالعه کرده‌ایم.

فهرست مطالب

فصل اول: اپتیک غیرخطی.....	۱
مقدمه.....	۲
۱-۱ قطبش غیرخطی.....	۲
۲-۱ پذیرفتاری غیرخطی.....	۳
۱-۲-۱ محیط مرکز نامتقارن.....	۳
۲-۲-۱ محیط مرکز متقارن.....	۸
۱-۳ اثر غیرخطی کر و جذب دو فوتون.....	۱۱
۱-۴ اثر خودفازی.....	۱۴
فصل دوم: فیبرهای نوری.....	۱۵
مقدمه.....	۱۶
۱-۲ ساختار فیبر نوری.....	۱۶
۲-۲ اتلافهای فیبر نوری.....	۱۷
۳-۲ انتشار مدها در فیبر نوری.....	۱۸
۴-۲ فیبرهای تک مد.....	۲۱
۵-۲ انتشار پالس در فیبرهای غیرخطی.....	۲۱
۱-۵-۲ اثر پاشندگی بر انتشار پالس در فیبر.....	۲۶
۲-۵-۲ اثر غیرخطی بر انتشار پالس در فیبر.....	۲۹
فصل سوم: سالیتون‌های نوری.....	۳۱
مقدمه.....	۳۲
۱-۳ ناپایداری مدولاسیون.....	۳۲
۱-۱-۳ تحلیل پایداری خطی.....	۳۳

۳۴	۲-۱-۳ طیف بهره.....
۴۰	۳-۱-۳ تأثیر (ناپایداری مدولاسیون) بر روی سیستم‌های موجی نوری.....
۳۶	۲-۳ سالیتون‌های فیبر.....
۳۶	۱-۲-۳ سالیتون‌های روشن.....
۳۸	۲-۲-۳ سالیتون‌های تاریک.....
۳۹	۴-۳ اختلال سالیتون‌ها.....
۴۱	فصل چهارم: تقویت در سیستم‌های نوری
۴۲	مقدمه.....
۴۳	۱-۴ تقویت‌کننده‌های فیبر نوری.....
۴۳	۱-۱-۴ تقویت‌کننده‌های فیبر آلاییده به اربیم.....
۴۳	۲-۱-۴ تقویت‌کننده‌های فیبر آلاییده به عناصر کمیاب خاک زمین.....
۴۴	۳-۱-۴ تقویت‌کننده‌های رامان.....
۴۵	۲-۴ تقویت‌کننده‌های نیمرسانای نوری.....
۴۶	۱-۲-۴ بهره تقویت‌کننده نیمرسانا.....
۴۷	۲-۲-۴ پهنای باند تقویت‌کننده نیمرسانا.....
۴۸	۳-۴ تقویت‌کننده‌های پارامتری نوری.....
۵۰	۱-۳-۴ نوع دیگر تقویت‌کننده‌های پارامتری.....
۵۱	۲-۳-۴ ترکیب امواج.....
۵۲	۳-۳-۴ معادلات موج جفت شده برای تولید مؤلفه‌های فرکانس.....
۵۴	۴-۳-۴ جوری فاز.....
۵۶	۵-۳-۴ تولید تفاضل فرکانس و تقویت پارامتری.....
۶۰	۶-۳-۴ بهره تقویت‌کننده پارامتری.....
۶۱	فصل پنجم: جبران جذب غیر خطی

مقدمه.....	۶۲
۱-۵ مبانی نظری.....	۶۲
۲-۵ محاسبه پارامترهای سالیتون روشن در شبیه‌سازی جذب خطی و غیرخطی.....	۶۴
۳-۵ بررسی انتشار سالیتون روشن تحت تقویت پیوسته.....	۶۵
۴-۵ بررسی انتشار سالیتون تاریک تحت تقویت پیوسته.....	۶۸
۵-۵ تقویت موضعی سالیتون تاریک و روشن.....	۷۲
۶-۵ اثرات مراتب بالاتر جذب غیرخطی.....	۷۵
نتیجه‌گیری و پیشنهادات.....	۸۱
مراجع.....	۸۲

فصل اول: اپتیک غیر خطی

مقدمه

اپتیک غیرخطی مطالعه پدیده‌هایی است که به دلیل حضور نور ویژگی‌های نوری یک ماده تغییر می‌کند. ویژگی‌های غیرخطی زمانی مشخص می‌شود که شدت میدان زیاد باشد. تنها نور لیزر، شدت کافی برای تغییر خاصیت نوری یک ماده را دارد. تحقیقات در زمینه اپتیک غیرخطی از زمانی شروع شد که تولید هماهنگ دوم توسط فرانکن در سال ۱۹۶۱ کشف گردید [۱]. پدیده-های اپتیک غیرخطی وقتی رخ می‌دهند که یک سیستم مادی و نوری با هم برهم‌کنش کنند در حالی که نور با نور به تنهایی نمی‌تواند برهم‌کنش نماید. برای مثال، تولید هماهنگ دوم نتیجه‌ای از برهم‌کنش اتمی است که به توان دوم میدان نوری به کار رفته وابسته است. در نتیجه شدت نور تولید شده در بسامد هماهنگ دوم با توان دوم شدت نور لیزر افزایش می‌یابد [۱].

۱-۱ قطبش غیر خطی

هنگامی که میدان خارجی به اتم اعمال می‌شود بارهای الکتریکی را جابجا کرده و اگر شدت میدان زیاد نباشد به علت اختلال در ابر الکترونی یک قطبش خطی ایجاد می‌شود که منجر به القای دوقطبی الکتریکی در محیط شده و ماده قطبیده می‌شود. بردار قطبش القا شده \vec{P} (گشتاور دوقطبی بر واحد حجم) در ماده در پاسخ به میدان الکتریکی به صورت زیر تعریف می‌شود [۱]:

$$\vec{P} = \chi \epsilon_0 \vec{E} \quad (1-1)$$

برای مواد متقارن مانند شیشه، χ یک کمیتی نرده‌ای و ساده است و برای مواد نامتقارن، χ یک تانسور است. این تانسور برای پاسخ‌های قطبشی مختلف ماده به راستاهای میدان اعمال شده نسبت به محور بلور را در برمی‌گیرد. هنگامی که میدان الکتریکی به میزان قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌یابد برهم‌کنش غیرخطی در ماده شروع به شکل گرفتن می‌کند به گونه‌ای که رابطه‌ی (۱-۱) نمی‌تواند تمام اثرات مشاهده شده را در برگیرد. در چنین مواردی قطبش را به صورت سری توانی میدان E بسط می‌دهند [۱]:

$$P = \varepsilon_0(\chi^{(1)}E + \chi^{(2)}E^2 + \chi^{(3)}E^3 + \dots) = P^1(t) + P^2(t) + P^3(t) + \dots \quad (2-1)$$

قطبش سهم بسیار مهمی در فرآیند اپتیک غیرخطی دارد، زیرا همان طور که پیشتر بیان شد القای قطبش در بارهای نوسان کننده‌ی ماده تحت تأثیر میدان فرودی، چشمه‌ی تابش جدیدی ایجاد می‌کند که تابش حاصل به میدان تابشی فرودی اضافه شده و شدت را افزایش می‌دهد. در رابطه‌ی (2-1) برای ساده نویسی E و P را به صورت کمیت‌های نرده‌ای نوشتیم. $\chi^{(i)}$ ها ($i=1,2,3$) را پذیرفتاری ماده می‌گویند. $\chi^{(1)}$ پذیرفتاری خطی، $\chi^{(2)}$ و $\chi^{(3)}$ را به ترتیب پذیرفتاری‌های غیرخطی مرتبه‌ی دوم و سوم می‌نامند. به همین ترتیب P^1 قطبش خطی، P^2 و P^3 به ترتیب قطبش‌های غیرخطی مرتبه‌ی دوم و سوم هستند. رابطه‌ی (2-1) زمانی صحیح است که در آن پاسخ ماده به تغییرات میدان اعمالی، به صورت لحظه‌ای باشد در این صورت ماده نباید هیچ‌گونه اتلاف یا پاشندگی داشته باشد.

2-1 پذیرفتاری غیرخطی

مدل اتمی لورنتز که در آن اتم به عنوان یک نوسانگر در نظر گرفته می‌شود، توصیف بسیار خوبی از خاصیت‌های غیرخطی نوری بخارهای اتمی و جامدهای غیرفلزی ارائه می‌دهد. در مدل اتمی لورنتز با توجه به نیروی بازگرداننده اعمال شده بر الکترون به حالت‌های غیرخطی گسترش داده می‌شود. ابتدا محیط نامتقارن مرکزی را بررسی می‌کنیم و با استفاده از آن پذیرفتاری غیر-خطی اپتیکی مرتبه دوم را به دست می‌آوریم. سپس محیط متقارن مرکزی بررسی و پذیرفتاری غیرخطی مرتبه سوم را به دست می‌آوریم.

۱-۲-۱ محیط نامتقارن مرکزی

معادله حرکت الکترون در یک محیط نامتقارن مرکزی به شکل زیر است:

$$\ddot{x} + 2\gamma \dot{x} + \omega_0^2 x + ax^2 = -eE(t)/m \quad (۳-۱)$$

در این معادله $E(t)$ میدان الکتریکی، $-e$ بار الکتریکی، m جرم الکترون، x فاصله الکترون از وضع تعادل، $-2\gamma m\dot{x}$ نیروی میرایی است و نیروی بازگرداننده به شکل زیر است:

$$F_{restoring} = -m\omega_0^2 x - max^2 \quad (۴-۱)$$

پارامتر a نشان‌دهنده خاصیت غیرخطی برهم‌کنش است. میدان اپتیکی اعمال شده را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$E(t) = E_1 e^{-i\omega_1 t} + E_2 e^{-i\omega_2 t} + C.C \quad (۵-۱)$$

که در آن $C.C$ به معنی همیوگ مختلط می‌باشد. اگر میدان ضعیف باشد جمله غیرخطی ax^2 خیلی کوچکتر از جمله خطی $\omega_0^2 x$ می‌شود و معادله به صورت خطی درمی‌آید. اما برای میدان‌های قوی معادله (۳-۱) می‌توان از نظریه اختلال ریلی-شرودینگر استفاده کرد. بنابراین با جایگذاری $\lambda E(t)$ در معادله (۳-۱) به جای $E(t)$ که $0 < \lambda < 1$ پارامتر اختلال است معادله (۳-۱) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\ddot{x} + 2\gamma \dot{x} + \omega_0^2 x + ax = -\lambda eE(t)/m \quad (۶-۱)$$

برای حل معادله (۶-۱) ابتدا بسط x را به صورت یک سری توانی می‌نویسیم:

$$x = \lambda x^{(1)} + \lambda^2 x^{(2)} + \lambda^3 x^{(3)} + \dots \quad (۷-۱)$$

با قراردادن معادله (۷-۱) در (۶-۱) و مساوی قرار دادن توان‌های یکسان λ معادله (۶-۱) به صورت تعدادی معادله جفت شده غیرخطی به شکل زیر بدست می‌آید [۱]:

$$\ddot{x}^{(1)} + 2\gamma \dot{x}^{(1)} + \omega_0^2 x^{(1)} = -eE(t)/m \quad (\lambda-1a)$$

$$\ddot{x}^{(3)} + 2\gamma \dot{x}^{(3)} + \omega_0^2 x^{(3)} + 2a\chi^{(1)} x^{(2)} = 0 \quad (\lambda-1b)$$

$$\ddot{x}^{(2)} + 2\gamma \dot{x}^{(2)} + \omega_0^2 x^{(2)} + a(x^{(1)})^2 = 0 \quad (\lambda-1c)$$

از حل معادله (۸-۱a) داریم:

$$x^{(1)}(t) = x^{(1)}(\omega_1) e^{-i\omega_1 t} + x^{(1)}(\omega_2) e^{-i\omega_2 t} + C.C \quad (9-1)$$

که در آن

$$x^{(1)}(\omega_j) = -\frac{e E_j}{m D(\omega_j)} \quad (10-1)$$

$$D(\omega) = \omega_0^2 - \omega^2 - 2i\omega\gamma \quad (11-1)$$

با قراردادن $x^{(1)}(t)$ در معادله (۸-۱ b) می‌توان $x^{(2)}$ را بدست آورد. شامل بسامدهای 0 , $\pm 2\omega_1$, $\pm 2\omega_2$, $\pm(\omega_1 - \omega_2)$ و $\pm(\omega_1 + \omega_2)$ است. برای تعیین پذیرفتاری در بسامد $2\omega_1$ معادله زیر را حل می‌کنیم:

$$\ddot{x}^{(2)}(t) + 2\gamma \dot{x}^{(2)} + \omega_0^2 x^{(2)} = \frac{-a(e E_1/m)^2 e^{-2i\omega_1 t}}{D^2(\omega_1)} \quad (12-1)$$

با توجه به جمله سمت راست که معادله را غیرهمگن کرده است جواب حالت پایای معادله فوق را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$x^{(2)}(t) = x^{(2)}(2\omega_1) e^{-2i\omega_1 t} \quad (13-1)$$

با جایگذاری معادله (۱۳-۱) در معادله (۱۲-۱) جوابی به شکل زیر به دست می آید:

$$x^{(2)}(2\omega_1) = \frac{-a(e/m)^2 E_1^2}{D(2\omega_1)D^2(\omega_1)} \quad (14-1)$$

که با استفاده از تعریف (۱۱-۱) داریم:

$$x^{(2)}(2\omega_2) = \frac{-a(e/m)^2 E_2^2}{D(2\omega_2)D(\omega_2)} \quad (15-1a)$$

$$x^{(2)}(\omega_1 + \omega_2) = \frac{-2a(e/m)^2 E_1 E_2}{D(\omega_1 + \omega_2)D(\omega_1)D(\omega_2)} \quad (15-1 b)$$

$$x^{(2)}(\omega_1 - \omega_2) = \frac{-2a(e/m)^2 E_1 E_2^*}{D(\omega_1 - \omega_2)D(\omega_1)D(-\omega_2)} \quad (15-1 c)$$

$$x^{(2)}(0) = \frac{-2a(e/m)^2 E_1 E_1^*}{D(0)D(\omega_1)D(-\omega_1)} + \frac{-2a(e/m)^2 E_2 E_2^*}{D(0)D(\omega_2)D(-\omega_2)} \quad (15-1d)$$

$\chi^{(1)}$ پذیرفتاری خطی و $\chi^{(2)}$ پذیرفتاری غیرخطی است. پذیرفتاری خطی از معادله زیر به دست می آید:

$$P^{(1)}(\omega_i) = \chi^{(1)}(\omega_i)E(\omega_i) \quad (16-1)$$

قطبش خطی توسط معادله زیر تعریف می شود [۱]:

$$P^{(1)}(\omega_i) = -Nex^{(1)}(\omega_j) \quad (17-1)$$

از معادلات فوق پذیرفتاری خطی به صورت زیر به دست می آید:

$$\chi^{(1)}(\omega_i) = \frac{N(e^2 / m)}{D(\omega_i)} \quad (18-1)$$

پذیرفتاری غیرخطی که تولید هماهنگ دوم را توصیف می کند توسط معادله زیر تعریف می شود
[۱]:

$$P^{(2)}(2\omega_1) = \chi^2(2\omega_1, \omega_1, \omega_1)E(\omega_1)^2 \quad (19-1)$$

$P^{(2)}(2\omega_1)$ قطبش غیرخطی نوسانگر است که توسط معادله زیر به دست می آید:

$$P^{(2)}(2\omega_1) = -Nex^{(2)}(2\omega_1) \quad (20-1)$$

$$\chi^{(2)}(2\omega_1, \omega_1, \omega_1) = \frac{N(e^3 / m^2)a}{D(2\omega_1)D^2(\omega_1)} \quad (21-1)$$

با جایگذاری معادله (۱۸-۱) در (۲۱-۱) می توان نوشت:

$$\chi^{(2)}(2\omega_1, \omega, \omega) = \frac{ma}{N^2 e^3} \chi^{(1)}(2\omega_1) [\chi^{(1)}(\omega_1)]^2 \quad (22-1)$$

و به طور مشابه می توان پذیرفتاری غیرخطی مجموع و تفاضل بسامدها را به صورت زیر به دست آورد:

$$P^{(2)}(\omega_1 + \omega_2) = 2\chi^{(2)}(\omega_1 + \omega_2, \omega_1, \omega_2)E(\omega_1)E(\omega_2) \quad (23-1)$$

$$P^{(2)}(\omega_1 + \omega_2) = -Ne\chi^{(2)}(\omega_1 + \omega_2) \quad (24-1)$$

$$\chi^{(2)}(\omega_1 + \omega_2, \omega_1, \omega_2) = \frac{N(e^3 / m^2)a}{D(\omega_1 + \omega_2)D(\omega_1)D(\omega_2)} \quad (25-1)$$

$$\chi^{(2)}(\omega_1 + \omega_2, \omega_1, \omega_2) = \frac{ma}{N^2 e^3} \chi^{(1)}(\omega_1 + \omega_2) \chi^{(1)}(\omega_1) \chi^{(1)}(\omega_2) \quad (26-1)$$

$$\begin{aligned} \chi^{(2)}(\omega_1 - \omega_2, \omega_1, \omega_2) &= \frac{N(e^3 / m^2)a}{D(\omega_1 - \omega_2)D(\omega_1)D(-\omega_2)} \\ &= \frac{ma}{N^2 e^3} \chi^{(1)}(\omega_1 - \omega_2) \chi^{(1)}(\omega_1) \chi^{(1)}(-\omega_2) \end{aligned} \quad (27-1)$$

طبق قانون میلر^۱ عبارت زیر برای همه‌ی کریستال‌های نامتقارن مرکزی تقریباً ثابت است [۱]:

$$\frac{\chi^{(2)}(\omega_1 + \omega_2, \omega_1, \omega_2)}{\chi^{(1)}(\omega_1 + \omega_2) \chi^{(2)}(\omega_1) \chi^{(2)}(\omega_2)} \quad (28-1)$$

با مقایسه معادله (۲۶-۱) و معادله (۲۸-۱) رابطه زیر کمیتی که ثابت است.

$$\frac{ma}{N^2 e^3} \quad (29-1)$$

$N \approx 10^{22} \text{ cm}^{-3}$ ، e و m نیز مقدار ثابتی هستند. اندازه‌ی ضریب غیرخطی a را با توجه به سهم خطی و غیرخطی بودن نیروی بازگرداننده معادله (۴-۱) وقتی به دست می‌آید که فاصله x از الکترون برابر با اندازه اتم باشد این فاصله d در نظر گرفته می‌شود [۱]:

$$a = \frac{\omega_0^2}{d} \quad (30-1)$$

d ، ω_0 بیشتر جامدات یکسان است. کمیت a همان‌طور که انتظار می‌رود برای جامدهای نامتقارن مرکزی یکسان است. از معادله (۱۵-۱) پذیرفتاری غیرخطی مرتبه دوم به دست می‌آید.

^۱ Miller

با قراردادن $N = 1/d^3, a = \omega_0^2/d$ در رابطه (۳۰-۱) و قراردادن ω_0^2 بجای $D(\omega)$ در معادله (۲۵-۱) داریم:

$$\chi^{(2)} = \frac{e^3}{m^2 \omega_0^4 d^4} \quad (۳۱-۱)$$

و با استفاده از مقادیر $\omega_0 = 1 \times 10^{16} \text{ rad/s}, d = 3 \text{ \AA}, e = 4.8 \times 10^{-10}, m = 9.1 \times 10^{-28} \text{ gr}$ به دست می آید:

$$\chi^{(2)} \approx 3 \times 10^{-8} \text{ esu} \quad (۳۲-۱)$$

۱-۲-۲ محیط متقارن مرکزی

برای این حالت نیروی بازگرداننده به شکل زیر است:

$$F_{\text{Restoring}} = -m\omega_0^2 x + mbx^3 \quad (۳۳-۱)$$

b نشان دهنده خاصیت غیرخطی است. فرض می کنیم x جابجایی الکترون خیلی زیاد نبوده و ماده همگن باشد. قطبش مرتبه سوم توسط $\chi^{(3)}$ توصیف می شود. نیروی بازگرداننده به شکل زیر نوشته می شود:

$$F_{\text{Restoring}} = -m\omega_0^2 r + mb(r.r)r \quad (۳۴-۱)$$

بنابراین معادله حرکت الکترون را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\ddot{r} + 2\gamma\dot{r} + \omega_0^2 r - mb(r.r)r = -eE(t)/m \quad (۳۵-۱)$$

با در نظر گرفتن برهم کنش مرتبه سوم، میدان کل را با ترکیب سه میدان با بسامدهای مختلف به صورت زیر می نویسیم:

$$E(t) = E_1 e^{-i\omega_1 t} + E_2 e^{-i\omega_2 t} + E_3 e^{-i\omega_3 t} + C.C \quad (۳۶-۱)$$

و به صورت فشرده می توان میدان را به صورت زیر در نظر گرفت:

$$E(t) = E_1 e^{-i\omega_1 t} + E_2 e^{-i\omega_2 t} + E_3 e^{-i\omega_3 t} \quad (37-1)$$

برای حل معادله (35-1) با استفاده از نظریه اختلال بجای $E(t)$ مقدار $\lambda E(t)$ را قرار داده و مکان را به صورت یک سری توانی از λ می نویسیم:

$$r(t) = \lambda r^{(1)}(t) + \lambda^2 r^{(2)}(t) + \lambda^3 r^{(3)}(t) + \dots \quad (38-1)$$

بنابراین:

$$r^{(1)} + 2\gamma \dot{r}^{(1)} + \omega_0^2 r^{(1)} = -eE(t)/m \quad (39-1)$$

$$\ddot{r}^{(2)} + 2\gamma \dot{r}^{(2)} + \omega_0^2 r^{(2)} = 0 \quad (39-1 b)$$

$$\ddot{r}^{(3)} + 2\gamma \dot{r}^{(3)} + \omega_0^2 r^{(3)} - b(r^{(1)} \cdot r^{(1)})r^{(1)} = 0 \quad (39-1 c)$$

$$r^{(1)}(t) = \sum_n r^{(1)}(\omega_n) e^{-i\omega_n t} \quad (40-1 a)$$

که $n = 1, 2, 3$ است.

$$r^{(1)}(\omega_n) = \frac{-eE(\omega_n)/m}{D(\omega_n)} \quad (40-1 b)$$

که در آن

$$D(\omega_n) = \omega_0^2 - \omega_n^2 - 2i\omega_n \gamma \quad (40-1 c)$$

بنابراین قطبش در بسامد ω_n به صورت زیر به دست می آید:

$$P_i^{(1)}(\omega_n) = -N e r^{(1)}(\omega_n) \quad (41-1)$$

$$P_i^{(1)}(\omega_n) = \sum_j \chi_{ij}^{(1)}(\omega_n) E_j(\omega_n) \quad (42-1 a)$$