بسم الله الرحمن الرحيم

بسمه تعالی

تاییدیه اعضای هیات داوران حاضر در جلسه دفاع از پایان نامه

آقای نادر مکاری یامچی پایان نامه ۹ واحدی خود را **با عنوان تخصیص بهینه منابع در شبکه های سلولار بر اساس** OFDMA در تاریخ ۱۳۸۸/۱۱/٤ ارائه کردند.

اعضای هیات داوران نسخه نهایی این پایان نامه را از نظر فرم و محتوا تایید کرده و پذیرش آنرا برای تکمیل درجه کارشناسی ارشد مهندسی برق و کامپیوتر - مخابرات پیشنهاد می کنند.

عضو هیات داوران	نام و نام خانوادگی	رتبه علمی	امضا
استاد راهنما	**دکتر کیوان نوایی**	**استادیار**	
استاد ناظر	**دکتر محمد حسن قاسمیان یزدی**	**استاد**	
استاد ناظر	**دکتر پاییز عزمی**	**دانشیار**	
استاد ناظر	**دکتر بابك سیف**	**استادیار**	
مدیر گروه (یا نماینده گروه تخصصی)	**دکتر پاییز عزمی**	**دانشیار**	

آیین نامه ا پایان نامه (رساله) های دانشجویان دانشگاه تربیت مدرس

نظر به اینکه‌چا و انتشار پایان نامه تحصیلی دانشجویان دانشگاه تربیت مدرس، مبین بخشی از فعالیت‌های علمی- پژوهشی دانشگاه است بنابراین به منظور آگاهی و رعایت حقوق دانشگاه، دانش آموختگان این دانشگاه نسبت به رعایت موارد یل متعهد می‌شوند:

ماده ۱: در صورت اقدام به‌چا پایان نامه خود، مراتب را قبلا به طور کتبی به دفتر نشر آثار علمی اطلاع دهد.

ماده ۲: در صفحه سوم کتاب (پس ازبر شناسنامه) عبارت زیراچا کنید:

کتاب حاضر، حاصل پایان نامه کارشناسی ارشد رساله دکتری نگارنده در **رشته‌بر مخابرات سیستم** است که در سال ۱۳۸۸ در دانشکده **مهندسی‌بر وکام یوتر** دانشگاه تربیت مدرس به راهنمایی جناب آقای دکتر **کیوان نوایی** از آن دفاع شده است.

ماده ۳: به منظور جبران بخشی از هزینه‌های انتشارات دانشگاه، تعداد یک درصد شمارگان کتاب (در هر نوبت چا) را به دفتر نشر آثار علمی دانشگاه اهدا کند. دانشگاه می‌تواند مازاد نیاز خود را به نفع مرکز نشر در معرض فروش قرار دهد.

ماده ۴: در صورت عدم رعایت ماده ۳، ۵۰ درصد بهای شمارگان‌چا شده را به عنوان خسارت به دانشگاه تربیت مدرس تأدیه کند.

ماده ۵: دانشجو تعهد و قبول می‌کند در صورت خوداری از پرداخت بهای خسارت، دانشگاه می‌تواند خسارت مذکور را از طریق مراجع قضایی مطالبه و وصول کند، به علاوه به دانشگاه حق می‌دهد به منظور استیفای حقوق خود، از طریق دادگاه، معادل وجه مذکور در ماده ۴ را از محل توقیف کتاب‌های عرضه شده نگارنده برای فروش، تأمین نماید.

ماده ۶: اینجانب نادر مکاری یامچی دانشجوی رشته برق مخابرات سیستم مقطع کارشناسی ارشد تعهد فوق و ضمانت اجرایی آن را قبول کرده، به آن ملتزم می‌شوم.

نام و نام خانوادگی: نادر مکاری یامچی

تاریخ و امضا:

دانشگاه تربیت مدرس

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

پایان‌نامه کارشناسی ارشد
مهندسی برق - مخابرات

تخصیص بهینه منابع در شبکه‌های موبایل OFDMA

نادر مکاری یامچی
۸۶۶۷۲۱۰۳۱

استاد راهنما:
دکتر کیوان نوایی

زمستان ۱۳۸۸

این پایان‌نامه از پشتیبانی مرکز تحقیقات مخابرات ایران

تحت پوشش قرارداد پژوهشی شماره ۸۴-۱۲-۸۷ مورخ

۱۳۸۷/۸/۲۱ برخوردار بوده است.

تشکر و ددردانی

قبل از هر چیز بر خود لازم می‌دانم که کمال تشکر و قدردانی خود را به پاس زحمات و راهنمایی های بی‌دریغ جناب آقای دکتر نوایی، استاد راهنمای خویش، ابراز دارم. امید است که روش ایشان در هدایت پایان نامه دانشجویان همواره بر این طریق استوار باشد.
همچنین جای دارد از زحمات تمامی اساتید گروه مخابرات نیز در ایجاد فضای صمیمی و علمی برای رشد و بالندگی دانشجویان تشکر به عمل آورم.

نادر مکاری یامچی

بهمن ۱۳۸۸

تقدیم به

پدر

مادر

و خانواده‌ام

کیده

در این پایان‌نامه به مطالعه تخصیص منابع برای شبکه‌های OFDMA که دارای مدل‌های ترافیکی مختلفی هستند، پرداخته شده است. مسأله‌های بهینه‌سازی تخصیص منابع ارائه شده در این پایان‌نامه، به دو نوع تقسیم شده‌اند. نوع اول مسأله‌های بهینه‌سازی تخصیص منابع، برای شبکه‌هایی است که فقط دارای مدل ترافیکی جاری[1] هستند و نوع دوم مسأله‌های بهینه‌سازی تخصیص منابع برای شبکه‌هایی است که دارای مدل‌های ترافیکی جاری و کشسان[2] هستند. ترافیک‌های جاری به دسته سرویس‌های گفته می‌شود که مقید به حداقل تأخیر می‌باشند. سرویس‌های کشسان در مقابل به ترافیک‌های اتلاق می‌شود که در مقابل تأخیر حساسیت زیادی ندارد. تخصیص منابع بر اساس اطلاعات لحظه‌ای و آماری زیرحامل‌ها مورد بررسی قرار گرفته است. در روش تخصیص منابع براساس اطلاعات بهره‌های لحظه‌ای، تأثیر خطای تخمین بهره زیرحامل‌ها بر روی انواع مختلف مسأله‌های بهینه‌سازی ارائه شده در این پایان‌نامه مورد بررسی قرار گرفته است. در روش تخصیص منابع براساس اطلاعات آماری بهره‌ها، کل محدوده بهره هر زیرحامل (از صفر تا بی نهایت) به چند ناحیه تقسیم شده و به هر ناحیه، نرخی متناظر شده است. بعد از اینکه مرزهای این ناحیه‌ها مشخص شدند، در هر بار ارسال، بهره‌های لحظه‌ای زیرحامل‌های تخصیص داده شده به کاربران، در هر یک از این ناحیه‌ها قرار بگیرند، نرخ‌های متناظر با آن ناحیه‌ها، به آن زیرحامل‌ها اختصاص داده می‌شوند. مرزهای هر یک از ناحیه‌ها، به عنوان یک متغیر مجهول در مسأله‌های بهینه‌سازی ارائه شده در این پایان‌نامه، در نظر گرفته شده‌اند و روش‌هایی برای یافتن آنها ارائه شده است.

ک یدواژه: اطلاعات آماری بهره‌های زیرحامل‌ها، اطلاعات لحظه‌ای بهره‌های زیرحامل‌ها، خطای تخمین بهره زیرحامل‌ها، OFDMA.

[1] Streaming
[2] Elastic

فهرست مطالب

۱- فصل اول: مقدمه و بیان مسائل ۱

۱-۱ مقدمه ۲

۱-۲ مدل سیستم ۲

۱-۳ مروری بر تحقیقات انجام شده در زمینه تخصیص منابع در سیستم‌های OFDMA ۴

۱-۴ مسأله‌های در نظر گرفته شده در این پایان‌نامه ۱۷

۲- فصل دوم: تأثیر خطای تخمین بهره زیرحامل‌ها بر روی تخصیص منابع در شبکه‌های OFDMA ۲۰

۲-۱ مقدمه ۲۱

۲-۲ مدل سیستم ۲۲

۲-۳ مدل سازی خطای تخمین بهره زیرحامل‌ها ۲۳

۲-۴ فرمول‌بندی مسأله بهینه‌سازی $\boldsymbol{O1}$ ۲۴

۲-۴-۱ تبدیل پارامترهای لایه MAC به پارامترهای لایه فیزیکی ۲۵

۲-۵ الگوریتم تخصیص منابع مسأله بهینه‌سازی $\boldsymbol{O1}$ ۲۷

۲-۵-۱ تخصیص زیرحامل‌ها ۲۹

۲-۶ فرمول بندی مسأله بهینه‌سازی $\boldsymbol{O2}$ ۳۰

۲-۷ الگوریتم تخصیص منابع مسأله بهینه‌سازی $\boldsymbol{O2}$ ۳۳

۲-۷-۱ تخصیص زیرحامل‌ها ۳۴

۲-۸ نتایج شبیه سازی ۳۶

۲-۸-۱ تاثیر خطای تخمین بهره کانال ۳۶

۲-۸-۲ تاثیر ترافیک جاری بر روی مجموع نرخ کاربران کشسان در حضور خطای تخمین ۳۹

۲-۹ جمع‌بندی ۴۲

۳- فصل سوم: تخصیص منابع بر اساس اطلاعات آماری بهره زیرحامل‌ها در شبکه‌های OFDMA ۴۴

۳-۱ مقدمه ۴۵

۳-۲ مدل سیستم ۴۷

۳-۳ مسأله $\boldsymbol{O1}$ ۴۸

۳-۳-۱ تخصیص منابع ۴۹

۳-۴ مسأله $\boldsymbol{O2}$ ۵۲

۳-۵ الگوریتم (۱) برای مسأله بهینه‌سازی $\boldsymbol{O2}$ ۵۳

۳-۶ الگوریتم (۲) برای مسأله $\boldsymbol{O2}$ ۵۸

۳-۶-۱ تخصیص منابع برای کاربران جاری ۵۸

۳-۶-۲ تخصیص منابع برای کاربران کشسان ۵۹

۳-۷ نتایج شبیه‌سازی ۶۱

۳-۷-۱ تأثیر تعداد ناحیه‌های در نظر گرفته شده برای هر زیرحامل ۶۱

۳-۷-۲ تأثیر تعداد کابران جاری بر روی مجموع نرخ کاربران کشسان ۶۴

۳-۸ جمع‌بندی ۶۷

۴- جمع‌بندی ۶۹

۵- واژه‌نامه ۷۱

۶- مراجع ۷۲

فهرست شکل‌ها

شکل ۱-۱ ساختار فرستنده و گیرنده OFDMA چندکاربره. ۳

شکل ۲-۱ مدل سیستم. ۲۳

شکل ۲-۲ شبه‌کد الگوریتم مسأله 01. ..... ۳۰

شکل ۲-۳ شبه کد الگوریتم مسأله 02. ..... ۳۵

شکل ۲-۴ کل توان ارسال شده توسط ایستگاه پایه برحسب تعداد کل کاربران شبکه را برای مسأله 01 بازای احتمال قطع 10^{-1}، 5×10^{-2} و 10^{-2}. ۳۷

شکل ۲-۵ مجموع نرخ کاربران کشسان برحسب تعداد کاربران جاری موجود در شبکه و بازای احتمال قطع 5×10^{-2}، 10^{-1}، 2×10^{-1} و 3×10^{-1}. ۳۸

شکل ۲-۶ مجموع نرخ کاربران کشسان برحسب واریانس خطای تخمین. ۳۹

شکل ۲-۷ مجموع نرخ کاربران کشسان برحسب تعداد کل کاربران موجود در شبکه و بازای ۲، ۳ و ۴ کاربران جاری. ۴۰

شکل ۲-۸ مجموع نرخ کاربران کشسان برحسب تعداد کل کاربران موجود در شبکه و بازای نرخ‌های مختلف ورودی بسته‌ها. ۴۱

شکل ۳-۱ مدل سیستم. ۴۷

شکل ۳-۲ شبه‌کد مسأله 01. ..... ۵۱

شکل ۳-۳ شبه‌کد قسمت اول الگوریتم (۱) برای مسأله 02. ..... ۵۶

شکل ۳-۴ شبه‌کد قسمت دوم الگوریتم (۱) برای مسأله 02 . ..... ۵۷

شکل ۳-۵ شبه‌کد الگوریتم (۲) برای مسأله 02. ..... ۶۰

شکل ۳-۶ کل توان ارسال شده توسط ایستگاه پایه برحسب تعداد کل کاربران فعال در شبکه و بازای تعداد ناحیه‌های ۲، ۳، ۴ و ۶ برای مسأله $O1$..... ۶۱
شکل ۳-۷ مجموع نرخ کاربران کشسان برحسب تعداد کل کاربران کشسان فعال در شبکه و بازای تعداد ناحیه‌های ۲، ۳، ۴ و ۶ برای الگوریتم (۱) مسأله $O2$..... ۶۲
شکل ۳-۸ مجموع نرخ کاربران کشسان برحسب تعداد کل کاربران کشسان فعال در شبکه و بازای تعداد ناحیه‌های ۲، ۳، ۴ و ۶ برای الگوریتم (۲) مسأله $O2$..... ۶۳
شکل ۳-۹ مجموع نرخ کاربران کشسان برحسب حداقل نرخ کاربران جاری و بازای تعداد کاربران جاری ۳، ۴ و ۵ برای الگوریتم (۱) مسأله $O2$ ۶۴
شکل ۳-۱۰ مجموع نرخ کاربران کشسان برحسب تعداد کاربران جاری و بازای تعداد کاربران کشسان ۲، ۴ و ۶ برای الگوریتم (۱) مسأله $O2$. ۶۵
شکل ۳-۱۱ مجموع نرخ کاربران کشسان برحسب حداقل نرخ کاربران جاری برای الگوریتم (۱) و (۲) مسأله $O2$..... ۶۶

۱- فصل اول: مقدمه و بیان مسائل

۱-۱ مقدمه

گسترش شبکه‌های بی‌سیم از یک سو و محدود بودن منابع رادیوئی از سوی دیگر، باعث شده است که تخصیص منابع نسبت به گذشته بیشتر مورد توجه پژوهشگران قرار گیرد. در یک شبکه بی‌سیم با منابع محدود، هر کاربر درخواست سرویسی با کیفیت معین را دارد که برای رسیدن به آن نیازمند استفاده از منابع شبکه می‌باشد. منابع شبکه می‌تواند شامل توان مورد نیاز برای دریافت سرویس، پهنای باند و تعداد بیت ارسالی باشد که به دلیل محدود بودن این منابع، استفاده کارا از آنها امری ضروری می‌باشد [۱].

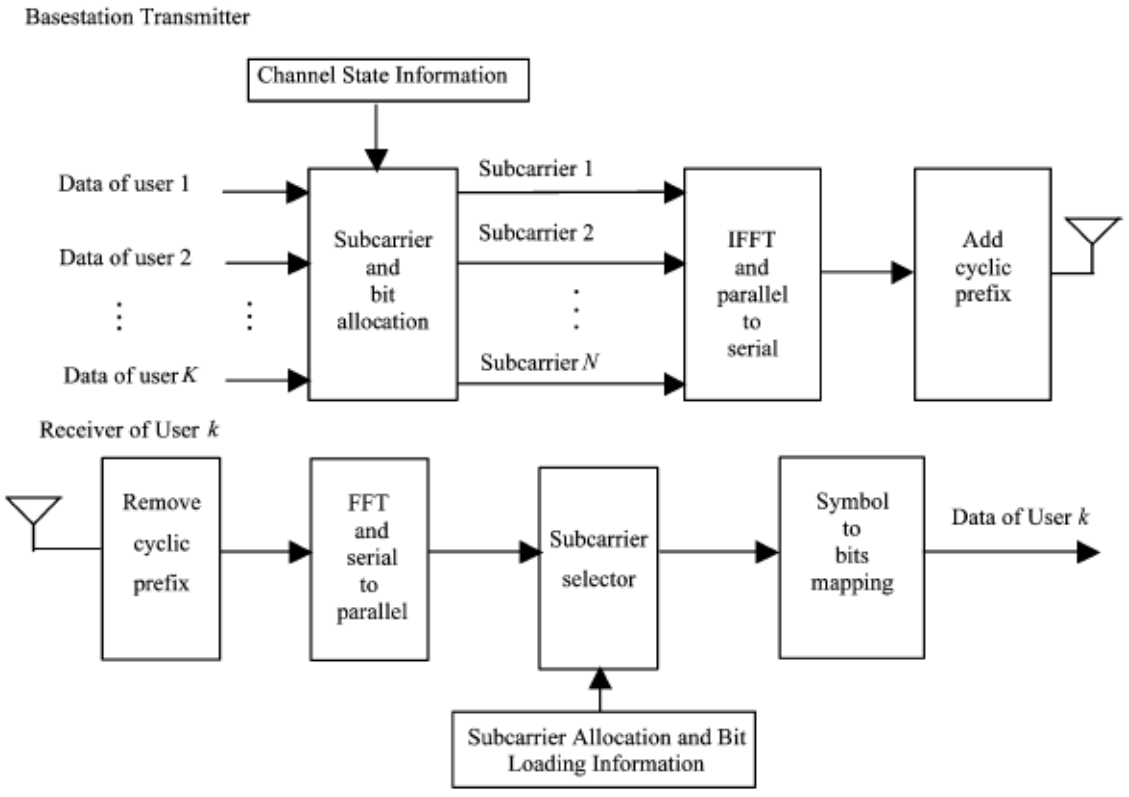
در شبکه‌های بی‌سیم، مسأله اصلی در تخصیص منابع، چگونگی تخصیص منابع محدود جهت بهینه کردن کارایی سیستم با در نظر گرفتن مجموعه‌ای از محدودیت‌های عملی است. روش‌های ریاضی گوناگونی جهت حل مسائل بهینه‌سازی تخصیص منابع مورد استفاده قرار گرفته است. در مورد مسائل بهینه‌سازی همراه با قید[1]، اگر توابع هدف و توابع قید، خطی و یا محدب باشند و یا اینکه شکل مناسبی داشته باشند، می‌توان از روش‌هایی مانند ضرب کننده‌های لاگرانژ[2] و یا بهینه‌سازی محدب، جهت یافتن جواب تحلیلی استفاده کرد که از جمله روش‌های معروف در بهینه‌سازی محدب می‌توان به بهینه‌سازی خطی، بهینه‌سازی برداری، روش نیوتن و گرادیان اشاره کرد [۲]، [۳] و [۴]. به منظور داشتن یک جواب تحلیلی مناسب برای تخصیص منابع، تقریب‌ها و ساده‌سازی‌ها در توابع هدف و محدودیت، عوامل مهمی هستند که در کارایی روش‌های یافتن جواب تاثیر گذارند.

۱-۲ مدل سیستم

یکی از روش‌های دسترسی چندگانه در سیستم‌های مخابراتی OFDMA است که برای انتقال اطلاعات با نرخ بالا روی کانال‌های مخابراتی استفاده می‌شود [۵]. در حقیقت این روش با تقسیم باند فرکانسی به زیرکانال‌هایی

[1] Constraint
[2] Lagrange Multipliers

با پهنای باند کوچکتر، باعث می‌شود که هر زیر کانال تحت تاثیر محوشوندگی یکنواخت[3] قرار گیرد. تخصیص منابع به صورت کارا در شبکه‌های OFDMA شامل تخصیص بیت، توان و زیرحامل می‌باشد [۶] و [۷]. در یک سیستم OFDMA، همانطور که در شکل (۱-۱) نشان داده شده‌است، سمبل‌های مختلط در خروجی مدولاتورها با استفاده از IFFT[4] به نمونه‌های حوزه زمان تبدیل می‌شوند. فواصل اطمینان با استفاده از پیشوند دوری[5] به منظور حفظ تعامد به نمونه‌ها اضافه می‌شود. سیگنال حاصل از روی کانال‌هایی با محوشوندگی یکنواخت ارسال شده و در گیرنده عکس این اعمال انجام می‌شود [۸].



شکل ۱-۱ ساختار فرستنده و گیرنده OFDMA چندکاربره [۹].

[3] Flat Fading
[4] Inverse Fast Fourier Transform
[5] Cyclic Prefix

۳-۱ مروری بر تحقیقات انجام شده در زمینه تخصیص منابع در سیستم‌های OFDMA

از جمله‌ی اولین تحقیقات در زمینه تخصیص منابع بر روی شبکه‌های OFDMA می‌توان به [۱۰] اشاره کرد. در این مقاله، سیستم در نظر گرفته شده فقط برای کاربرانی می‌باشد که دارای مدل ترافیکی جاری هستند یعنی کاربرانی که به تأخیر حساس می‌باشند (مانند کاربرانی که سرویس درخواستی آنها صوت یا ویدئو است). استفاده از مدولاسیون وفقی در [۱۰]، باعث شده است که هر کاربر با توجه به نرخ مورد نیاز برای ارسال و شرایط کانال، روی هر زیرحامل از مدولاسیون‌های مختلفی استفاده کند. هدف اصلی در [۱۰]، کمینه کردن توان کل ارسال شده توسط ایستگاه پایه، تحت محدودیت نرخ ارسالی کاربران می‌باشد که این کار به وسیله تخصیص زیرحامل-ها به کاربران و تخصیص بیت و توان به هر زیرحامل با توجه به شرایط کانال و سیستم در نظر گرفته شده، انجام می‌گیرد. برای تخصیص منابع، فرض شده است که اطلاعات بهره‌های زمانی[۶] (اطلاعات زمانی است که در گیرنده برای تخمین کانال استفاده می‌شود) تمام زیرحامل‌ها برای تمام کاربران در فرستنده قابل دسترسی است. فرستنده تخصیص منابع را با استفاده از اطلاعات کانال، جهت تخصیص زیرحامل‌ها به کاربران و تعداد بیتی که قرار است به ازای هر سمبل OFDMA روی هر زیرحامل فرستاده شود انجام می‌دهد.

کانال بی‌سیم مخابراتی در نظر گرفته شده، یک کانال فروسو[۷] نویز سفید گوسی اضافه شونده[۸] (AWGN) با چگالی طیف توان نویز زمینه N_0 و با محوشوندگی فرکانس گزین[۹] است. پهنای باند کانال $B\ Hz$ می‌باشد که به N زیرکانال با محوشوندگی یکنواخت تقسیم می‌گردد. پهنای باند هر یک از زیرکانال‌ها B/N Hz است. تعداد بیت‌های تخصیص داده شده به هر کاربر k روی زیرحامل n که با $c_{k,n}$ نشان داده می‌شود از مجموعه $D = \{0,1,2,3,\dots,M\}$ می‌باشد و M حداکثر تعداد بیتی است که به هر زیرحامل می‌توان تخصیص داد.

[6] Channel State Information (CSI)
[7] Downlink
[8] Additive Withe Gaussian Noise
[9] Frequency Selective

توان تخصیص داده شده به کاربر k روی زیرحامل n با $p_{k,n}$ نشان داده شده است که از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$p_{k,n} = \frac{f_k(c_{k,n})}{\alpha_{k,n}^2}, \quad (۱-۱)$$

که $\alpha_{k,n}$ کانال به نویز کاربر k روی زیرحامل n و $f_k(c_{k,n})$ مشخص کننده QoS[10]های مختلف برای هر کاربر k می‌باشد که از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$f_k(c_{k,n}) = \Gamma_k(2^{c_{k,n}} - 1), \quad (۲-۱)$$

که Γ_k یک عدد ثابت است که نشان دهنده نرخ خطای بیت[11] کاربر k می‌باشد.

برای مشخص کردن اینکه آیا زیرحامل n به کاربر k تخصیص داده شده است یا نه، از متغیر شاخص تخصیص $\rho_{k,n}$ ، استفاده شده است. در [۱۰] مقادیری که این متغیر می‌تواند داشته باشد، بین صفر و یک است. مسأله تخصیص منابع به صورت زیر فرمول‌بندی شده است:

$$\min_{\rho_{k,n},c_{k,n}} \sum_{n=1}^{N}\sum_{k=1}^{K} \frac{\rho_{k,n}}{\alpha_{k,n}^2} f_k(c_{k,n}), \quad (۳-۱)$$

$$s.t. \quad \sum_{n=1}^{N} \rho_{k,n} c_{k,n} = R_k, \quad k = 1,2,\dots,K \quad (۴-۱)$$

$$\sum_{k=1}^{K} \rho_{k,n} = 1, \qquad n = 1,2,\dots,N \quad (۵-۱)$$

که (۱-۳) تابع هدف مسأله بهینه‌سازی، با هدف کمینه کردن توان کل ارسال شده توسط ایستگاه پایه می‌باشد، محدودیت (۱-۴) به دلیل حساسیت کاربران به تأخیر در نظر گرفته شده است که نرخ هر کاربر k بر این اساس باید برابر R_k باشد و محدودیت (۱-۵) به نحوه تخصیص زیرحامل‌ها مربوط است که هر زیرحامل در هر بار ارسال باید به طور کامل مورد استفاده بگیرد.

[10] Quality of Service
[11] Bit error rate

توجه می‌کنیم که تابع $f_k(c_{k,n})$ نسبت به $c_{k,n}$ محدب است ولی چون علاوه بر $c_{k,n}$، $\rho_{k,n}$ نیز متغیر مسأله می‌باشد، حاصلضرب $\rho_{k,n}f_k(c_{k,n})$ غیر محدب خواهد بود. برای اینکه مسأله بهینه‌سازی به یک مسأله محدب تبدیل شود از متغیر $r_{k,n} = \rho_{k,n}c_{k,n}$ استفاده شده است و تمام روابط فوق، برحسب $r_{k,n}$ و $\rho_{k,n}$ بازنویسی می‌شوند. با استفاده از ماتریس هسین[12] دیده می‌شود که $\rho_{k,n}f_k(c_{k,n}) = \rho_{k,n}f_k\left(\frac{r_{k,n}}{\rho_{k,n}}\right)$ نسبت به $r_{k,n}$ و $\rho_{k,n}$ یک تابع محدب است. بنابراین مسأله (۱-۳) را می‌توان به صورت یک مسأله بهینه‌سازی محدب در نظر گرفت که به صورت زیر بازنویسی می‌شود [۱۰]:

$$\min_{\rho_{k,n},r_{k,n}} \sum_{n=1}^{N}\sum_{k=1}^{K}\frac{\rho_{k,n}}{\alpha_{k,n}^2}f_k\left(\frac{r_{k,n}}{\rho_{k,n}}\right), \tag{۱-۶}$$

$$s.t. \qquad \sum_{n=1}^{N} r_{k,n} = R_k, \qquad k = 1,2,\dots,K \tag{۱-۷}$$

$$\sum_{k=1}^{K}\rho_{k,n} = 1, \qquad n = 1,2,\dots,N. \tag{۱-۸}$$

برای حل این مسأله از روش لاگرانژ استفاده شده است که تابع لاگرانژ آن به صورت زیر است:

$$L = \sum_{n=1}^{N}\sum_{k=1}^{K}\frac{\rho_{k,n}}{\alpha_{k,n}^2}f_k\left(\frac{r_{k,n}}{\rho_{k,n}}\right) - \sum_{k=1}^{K}\lambda_k\left(\sum_{n=1}^{N} r_{k,n} - R_k\right) \tag{۱-۹}$$
$$-\sum_{n=1}^{N}\beta_n\left(\sum_{n=1}^{N}\rho_{k,n} - 1\right),$$

که در آن λ_k و β_n ضرائب لاگرانژ هستند.

با اعمال شرایط KKT[13] مقادیر بهینه $r_{k,n}^*$ و $\rho_{k,n}^*$ به صورت زیر بدست می‌آیند :

$$\frac{dL}{d\rho_{k,n}} = \frac{1}{\alpha_{k,n}^2}\left[f_k\left(\frac{r_{k,n}^*}{\rho_{k,n}^*}\right) - f_k'\left(\frac{r_{k,n}^*}{\rho_{k,n}^*}\right)\frac{r_{k,n}^*}{\rho_{k,n}^*}\right] - \beta_n \tag{۱-۱۰}$$
$$= \begin{cases} = 0, & 0 < \rho_{k,n}^* < 1 \\ < 0, & \rho_{k,n}^* = 1 \end{cases}$$

[12] Hessian
[13] Karush-Kuhn-Tucker

$$\frac{dL}{dr_{k,n}} = \frac{1}{\alpha_{k,n}^2} f_k'\left(\frac{r_{k,n}^*}{\rho_{k,n}^*}\right) - \lambda_k = \begin{cases} > 0, & r_{k,n}^* = 0 \\ = 0, & 0 < r_{k,n}^* < 1 \\ > 0, & r_{k,n}^* = M\rho_{k,n}^* \end{cases} \quad (۱۱-۱)$$

با استفاده از دو رابطه بالا مقادیر بهینه برای $r_{k,n}$ و $\rho_{k,n}$ عبارتند از:

$$r_{k,n}^* = \rho_{k,n}^* f_k'^{-1}(\lambda_{k,n}\alpha_{k,n}^2), \quad (۱۲-۱)$$

$$\rho_{k,n}^* = \begin{cases} 0, & \beta_n < H_{k,n} \\ 1, & \beta_n > H_{k,n} \end{cases} \quad (۱۳-۱)$$

که $\lambda_{k,n}$ و $H_{k,n}$ از رابطه زیر بدست می‌آیند [۱۰]:

$$\lambda_{k,n} = \begin{cases} \frac{1}{\alpha_{k,n}^2} f_k'(0), & r_{k,n}^* = 0 \\ \lambda_k, & 0 < r_{k,n}^* < 1 \\ \frac{1}{\alpha_{k,n}^2} f_k'(M), & r_{k,n}^* = M\rho_{k,n}^* \end{cases} \quad (۱۴-۱)$$

$$H_{k,n}(\lambda) = \frac{1}{\alpha_{k,n}^2}\left[f_k\left(f_k'^{-1}(\lambda\alpha_{k,n}^2)\right) - \lambda\alpha_{k,n}^2 f_k'\left(f_k'^{-1}(\lambda\alpha_{k,n}^2)\right)\right], \quad (۱۵-۱)$$

برای برآورده شدن محدودیت (۱-۸) از (۱-۱۳) استفاده شده است، یعنی برای هر زیرحامل n کاربرانی انتخاب می‌شوند که دارای کمترین $H_{k,n}(\lambda_{k,n})$ باشند. به عبارت دیگر [۱۰]:

$$\rho_{k\ ,n}^* = \begin{cases} 0, & k \neq k' \\ 1, & k = k' \end{cases} \quad (۱۶-۱)$$

$$k' = \text{argmin}_k\left(H_{k,n}(\lambda_{k,n})\right), \quad (۱۷-۱)$$

برای پیدا کردن مقادیر λ از یک الگوریتم تکراری استفاده شده است.

کارهای زیادی برای بهبود عملکرد و کاهش پیچیدگی محاسباتی [۱۰] انجام شده است. از جمله‌ی این کارها

می‌توان به [۱۱]، [۱۲] و [۱۳] اشاره کرد. در [۱۱] همانند [۱۰]، هدف کمینه کردن توان ارسالی ایستگاه پایه با در نظر گرفتن محدودیت نرخ ارسالی برای کاربران می‌باشد. اگرچه الگوریتم‌های ارائه شده در این کار به صورت زیربهینه[14] هستند ولی این آلگوریتم ها ساده و دارای کارایی خوبی می‌باشند. در [۱۱] مسأله تخصیص منابع به دو بخش تقسیم شده است. در بخش اول، تعداد زیرحامل‌هایی که هر کاربر با توجه به محدودیت‌های

[14] Suboptimal

در نظر گرفته شده، می‌تواند داشته باشد بدست می‌آید. به عبارت دیگر، مقدار پهنای باندی که به هر کاربر اختصاص داده می‌شود مشخص می‌گردد. در بخش دوم، علاوه بر اینکه تعین می‌شود که هر کاربر از کدام زیرحامل‌ها استفاده کند، مقدار بیت و توان اختصاص داده شده به هر زیرحامل نیز مشخص می‌شود.

توان ارسال شده برای کاربر k که دارای m_{k} زیرحامل می‌باشد، از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$p_k = \frac{m_{\mathrm{k}}}{H_{\mathrm{k}}} f\left(\frac{R_{min}^{k}}{m_{\mathrm{k}}}\right), \tag{۱۸-۱}$$

که R_{min}^{k} حداقل نرخ ارسالی برای کاربر k و H_k از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$H_{\mathrm{k}} = \frac{\sum_{\mathrm{n}=0}^{\mathrm{N}-1} |\mathrm{H_k}(n)|^2}{\mathrm{N}}, \tag{۱۹-۱}$$

که $H_k(n)$ بهره کاربر k روی زیرحامل n است.

توزیع زیرحامل‌ها بین کاربران بر اساس یک مسأله بهینه‌سازی که به صورت زیر تعریف می‌شود انجام می‌گیرد [۱۱]:

$$\min \quad \sum_{k=0}^{K-1} p_k, \tag{۲۰-۱}$$

$$s.t. \quad \sum_{k=0}^{N-1} m_{\mathrm{k}} = N, \tag{۲۱-۱}$$

$$m_{\mathrm{k}} \in \left\{\left\lceil \frac{R_{min}^{k}}{R_{max}} \right\rceil, \dots, \mathrm{N}\right\}. \tag{۲۲-۱}$$

برای محاسبه m_k الگوریتمی به نام BABS[۱۵] پیشنهاد شده است که در ابتدا با استفاده از نسبت نرخ هر کاربر و بیشینه نرخ ارسالی در زیرحامل‌ها، تخمینی از تعداد زیرحامل‌های مورد نیاز بدست می‌آورد [۱۱]. تا زمانی که مجموع m_k برای تمام کاربران از تعداد کل زیرحامل‌ها بیشتر است، کاربری که کمترین m_k را دارد هیچ زیرحاملی به آن تخصیص داده نمی‌شود. سپس، اگر مجموع m_k برای تمام کاربران از تعداد کل زیرحامل‌ها کمتر باشد، زیرحامل‌ها به کاربرانی اضافه می‌شود که کمترین افزایش توان را داشته باشند. این اضافه کردن تا زمانی که مجموع m_k برابر N شود ادامه می‌یابد.

[15] Bandwidth Assignment Based on SNR (BABS)