

۱۳۰۷

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

پایان نامه دوره کارشناسی ارشد مهندسی برق - کنترل

طراحی و شبیه‌سازی هدایت برای یک پرنده خاص در کانال ارتفاع

توسط:

حسینعلی کریمی دهنو

استاد راهنما:

دکتر جعفر حیرانی نوبری

بهمن ۹۲

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

تأییدیه هیات داوران

(برای پایان نامه)

اعضای هیئت داوران، نسخه نهائی پایان نامه آقای: حسینعلی کریمی دهنو

را با عنوان: طراحی و شبیه‌سازی هدایت برای پرنده معین در کانال ارتفاع

از نظر فرم و محتوی بررسی نموده و پذیرش آن را برای تکمیل درجه کارشناسی ارشد تأیید می‌کند.

اعضای هیئت داوران	نام و نام خانوادگی	رتبه علمی	امضاء
۱- استاد راهنما	دکتر جعفر حیرانی نوبری	استادیار	
۲- استاد ارزیاب خارجی	دکتر سعید عبادالهی	استادیار	
۳- استاد ارزیاب داخلی	دکتر مهدی علیاری	استادیار	
۴- نماینده تحصیلات تکمیلی	دکتر مهدی علیاری	استادیار	

چکیده

در این پایان‌نامه پس از تشریح فیزیک پرنده، و معرفی دستگاه‌های بدنه، ناوبری، اینرسی و سرعتی، دستگاه بدنه‌ی پرنده را برای نوشتن معادلات گشتاور و دستگاه سرعتی را برای نوشتن معادلات نیرویی انتخاب کرده و معادلات حرکت پرنده را در این دستگاه‌ها نوشته‌ایم. پس از آن و با بدست آوردن تابعیت ضرائب نیرویی و گشتاوری از زاویه‌ی حمله، زاویه‌ی سرش جانبی، انحراف بالک‌ها، ماخ پرنده و مرکز جرم، ضرائب نیرویی و گشتاوری را در معادلات کلی بدست آمده جایگذاری کرده و معادلات پرنده با جزییات کامل را بدست آورده‌ایم. توابع تبدیل مربوط به هر تریم را بدست آورده و تحلیل چگونگی تغییر قطب‌ها با توجه به فیزیک پرنده مورد تحلیل قرار گرفته است. برای کنترل پرنده در ابتدا برای یک تریم خاص کنترل‌کننده‌ای طراحی کرده و سپس روش طراحی را به تمام تریم‌ها تعمیم داده‌ایم. در طراحی هدایت، ابتدا با تشریح مسئله و با توجه به اینکه هدف در طراحی قانون هدایت رسیدن از یک ارتفاع اولیه به ارتفاع ثانویه‌ای است معادلات سینماتیک حرکت را نوشته و خطای هدایتی را که با صفر شدن آن الگوریتم هدایت می‌تواند اطمینان دهد به هدف مورد نظر رسیده‌ایم، اختلاف ارتفاع مطلوب و ارتفاع فعلی پرنده در نظر می‌گیریم. همچنین فرض می‌کنیم که هم ارتفاع پرنده و هم ارتفاع عوارض زمینی از سطح دریا اندازه گرفته شوند. جهت طراحی الگوریتم هدایت، حلقه‌ی هدایت که شامل بخش مهار هدایت نیز می‌گردد، با قرار دادن دینامیک بخش مهار هدایت، و با توجه به معادلات سینماتیکی بدست آمده تشکیل می‌دهیم. توجه داریم که در طراحی قانون هدایت علاوه بر سیگنال کنترل بخش مهار هدایت و محدودیت شتاب نرمال پرنده، باید سرعت پاسخ سیستم به گونه‌ای باشد که دینامیک بخش مهار هدایت آن را متاثر نکند.

کلید واژه: هواپیما، مدلسازی، مهار هدایت، کانال ارتفاع

فهرست مطالب

صفحه	عنوان
د	فهرست جدول‌ها.....
ه	فهرست شکل‌ها.....
۹	فصل ۱- مقدمه.....
۱۱	فصل ۲- تعاریف و فرضیات مورد نیاز.....
۱۱	2-1- مقدمه.....
۱۱	۲-۲- تعریف دستگاه‌های مختلف.....
۱۱	۱-۲-۲- دستگاه مختصات اینرسی.....
۱۲	۲-۲-۲- دستگاه مختصات ناوبری.....
۱۲	۳-۲-۲- دستگاه مختصات بدنه.....
۱۳	۴-۲-۲- دستگاه مختصات سرعتی.....
۱۳	2-3- تشریح پرنده‌ی مورد بررسی.....
۱۴	2-4- ارتباط سینماتیک بین دستگاه‌ها.....
۱۴	۱-۴-۲- ارتباط سینماتیک بین دستگاه اینرسی و بدنه.....
۱۴	۲-۴-۲- ارتباط سینماتیک بین دستگاه بدنه و سرعتی.....
۱۵	2-5- ارتباط سینماتیک بین دستگاه اینرسی و سرعتی.....
۱۶	۱-۵-۲- سرعت دوران دستگاه سرعتی نسبت به دستگاه اینرسی بیان شده در دستگاه سرعتی.....
۱۸	فصل ۳- معادلات حرکت پرنده.....
۱۸	۱-۳- مقدمه.....
۱۸	۲-۳- معادلات نیرویی در دستگاه سرعتی.....
۱۹	۱-۲-۳- نیروی وزن پرنده.....
۲۰	3-2-2- نیروی پیشران پرنده.....
۲۱	۳-۲-۳- نیروهای هواحرکتی.....
۲۲	۳-۳- معادلات گشتاوری در دستگاه بدنه.....
۲۳	۱-۳-۳- گشتاور ناشی از نیروی پیشران.....
۲۴	۲-۳-۳- گشتاور ناشی از نیروهای هواحرکتی.....

فصل ۴ - نیروها و گشتاورهای هوا حرکتی.....	۲۷
۱-۴ - مقدمه.....	۲۷
۲-۴ - نیروهای هوا حرکتی.....	۲۷
۱-۲-۴ - نیروی پسا.....	۲۸
۲-۲-۴ - نیروی برآء کانال سمت.....	۳۱
۳-۲-۴ - نیروی برآ.....	۳۴
۳-۴ - ضرائب گشتاوری.....	۳۷
۱-۳-۴ - گشتاور کانال اول (چرخش).....	۳۸
۲-۳-۴ - گشتاور کانال دوم (فراز).....	۴۱
4-3-3 - گشتاور کانال سوم (سمت).....	۴۴

فصل ۵ - جایگذاری نیروها و گشتاورها در معادلات حرکت و استخراج توابع تبدیل کانال

ارتفاع.....	۴۸
۱-۵ - مقدمه.....	۴۸
۲-۵ - جایگذاری ضرائب نیرویی و گشتاوری در معادلات.....	۴۸
۳-۵ - معادلات کانال ارتفاع پرنده.....	۵۲
۴-۵ - تغییرات توابع تبدیل پرنده با پارامترهای موثر.....	۵۷
۱-۴-۵ - چگونگی تغییر تابع تبدیل با تغییر جرم پرنده.....	۵۷
۲-۴-۵ - چگونگی تغییر تابع تبدیل با تغییر ماخ پرنده.....	۶۱

فصل ۶ - طراحی مهار هدایت.....

۶-۱ - مقدمه.....	۶۵
۲-۶ - طراحی کنترل کننده برای سیستم در یک حالت نامی:.....	۶۶
6-3 - طراحی کنترل کننده برای تمام توابع تبدیل:.....	۷۲

فصل ۷ - طراحی هدایت.....

۱-۷ - مقدمه.....	۷۸
۲-۷ - اجزای هدایت.....	۷۹
۳-۷ - تشکیل حلقه‌ی هدایت.....	۸۰
۱-۳-۷ - تشریح مسئله.....	۸۱
۲-۳-۷ - سینماتیک حرکت.....	۸۲
۴-۷ - قانون هدایت.....	۸۷

نتیجه‌گیری و پیشنهادات.....۹۱

فهرست مراجع.....۹۲

فهرست جدول‌ها

صفحه	عنوان
۷۶	جدول ۱-۶: پارامترهای مربوط به Kp
۷۶	جدول ۲-۶: پارامترهای مربوط به KD

فهرست شکل‌ها

صفحه

عنوان

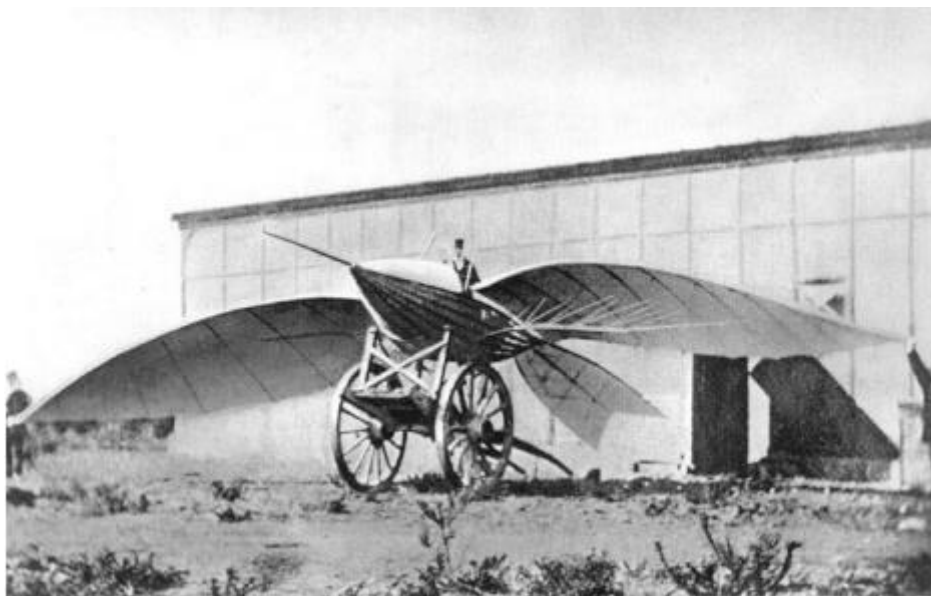
- شکل ۱-۱: هواپیمای ساخته شده توسط جین ماری در سال ۱۸۶۸..... ۹
- شکل ۱-۲: دستگاه بدنه‌ی پرنده..... ۱۲
- شکل ۲-۲: بالک‌های کنترلی پرنده به همراه جهت مثبت انحراف آنها..... ۱۳
- شکل ۳-۲: نمایش ارتباط دستگاه مختصات بدنه و دستگاه مختصات بدنه به صورتی دیگر..... ۱۵
- شکل ۱-۴: تابعیت CDO از ماخ به همراه نمودار برازش شده به آن..... ۲۹
- شکل ۲-۴: داده‌های واقعی و نمودار برازش شده به $CD\alpha$ برحسب α در سه ماخ مختلف..... ۳۰
- شکل ۳-۴: داده‌های واقعی و نمودار برازش شده به CDB برحسب β در سه ماخ مختلف..... ۳۰
- شکل ۴-۴: داده‌های واقعی و نمودار برازش شده به $CLY\beta$ برحسب β در سه ماخ مختلف..... ۳۲
- شکل ۵-۴: داده‌های واقعی و نمودار برازش شده به $CLY\delta up$ برحسب δup در سه ماخ مختلف..... ۳۳
- شکل ۶-۴: داده‌های واقعی و نمودار برازش شده به $CLY\delta 2$ برحسب $\delta 2$ در سه ماخ مختلف..... ۳۳
- شکل ۷-۴: داده‌های واقعی و نمودار برازش شده به CLO برحسب ماخ..... ۳۵
- شکل ۸-۴: داده‌های واقعی و نمودار برازش شده به $CL\alpha$ برحسب α در سه ماخ مختلف..... ۳۶
- شکل ۹-۴: داده‌های واقعی و نمودار برازش شده به $CL\delta 1$ برحسب $\delta 1$ در سه ماخ مختلف..... ۳۶
- شکل ۱۰-۴: داده‌های واقعی و نمودار برازش شده به $CL\beta$ برحسب β در سه جرم مختلف..... ۳۸
- شکل ۱۱-۴: داده‌های واقعی و نمودار برازش شده به $Cl\delta up$ برحسب δup در سه جرم مختلف..... ۳۹
- شکل ۱۲-۴: داده‌های واقعی و نمودار برازش شده به $Cl\delta 2$ برحسب $\delta 2$ در سه جرم مختلف..... ۴۰
- شکل ۱۳-۴: داده‌های واقعی و نمودار برازش شده به $Cm0$ برحسب..... ۴۲
- شکل ۱۴-۴: داده‌های واقعی و نمودار برازش شده به $Cm\alpha$ برحسب α در سه جرم مختلف..... ۴۳
- شکل ۱۵-۴: داده‌های واقعی و نمودار برازش شده به $Cm\delta 1$ برحسب $\delta 1$ در سه جرم مختلف..... ۴۳
- شکل ۱۶-۴: داده‌های واقعی و نمودار برازش شده به $Cn\beta$ برحسب β در سه جرم مختلف..... ۴۵
- شکل ۱۷-۴: داده‌های واقعی و نمودار برازش شده به $Cn\delta up$ برحسب δup در سه جرم مختلف..... ۴۶
- شکل ۱۸-۴: داده‌های واقعی و نمودار برازش شده به $Cn\delta 2$ برحسب $\delta 2$ در سه جرم مختلف..... ۴۶
- شکل ۱-۵: تغییرات جرم و مکان مرکز جرم پرنده در طول حرکت..... ۵۸
- شکل ۲-۵: تغییرات مقدار زاویه حمله‌ی پرنده در حالت تریم به ازای تغییرات جرم در ماخ ۰/۷ و ارتفاع ۱۰۰۰ متر..... ۵۸

- شکل ۳-۵: تغییرات مقدار نیروی پیشران پرنده در حالت تریم به ازای تغییرات جرم در ماخ ۰/۷ و ارتفاع ۱۰۰۰ متر..... ۵۸
- شکل ۴-۵: تغییرات مقدار انحراف بالک بالابر پرنده در حالت تریم به ازای تغییرات جرم در ماخ ۰/۷ و ارتفاع ۱۰۰۰ متر..... ۵۹
- شکل ۵-۵: چگونگی تغییر صفر و قطب‌های تابع تبدیل $q/\delta e$ پرنده در ماخ ۰/۷ و ارتفاع ۱۰۰۰ متر به ازای تغییرات جرم..... ۶۰
- شکل ۶-۵: تغییرات مقدار زاویه‌ی حمله‌ی تریم پرنده به ازای تغییرات ماخ در ارتفاع ۱۰۰۰ متر و بیشترین جرم..... ۶۱
- شکل ۷-۵: تغییرات مقدار انحراف بالک بالابر پرنده در حالت تریم به ازای تغییرات ماخ در ارتفاع ۱۰۰۰ متر و بیشترین جرم..... ۶۲
- شکل ۸-۵: تغییرات مقدار نیروی پیشران پرنده در حالت تریم به ازای تغییرات ماخ در ارتفاع ۱۰۰۰ متر و بیشترین جرم..... ۶۲
- شکل ۹-۵: چگونگی تغییر صفر و قطب‌های تابع تبدیل $q\delta e$ پرنده در ارتفاع ۱۰۰۰ متر و بیشترین جرم به ازای تغییرات ماخ..... ۶۳
- شکل ۱۰-۵: تغییرات قطب‌های تابع تبدیل کانال ارتفاع پرنده..... ۶۴
- شکل ۱-۶: پاسخ فرکانسی سیستم در ماخ ۰/۷ و مرکز جرم اول..... ۶۷
- شکل ۲-۶: چگونگی پیاده سازی PD بدون استفاده از مشتقگیر..... ۶۷
- شکل ۳-۶: پاسخ فرکانسی سیستم همراه عملگر..... ۶۹
- شکل ۴-۶: پاسخ فرکانسی سیستم اصلی و سیستم جبران شده..... ۷۰
- شکل ۵-۶: پاسخ پله‌ی تابع تبدیل سیستم با کنترل کننده در بیشترین جرم و ماخ ۰/۷..... ۷۰
- شکل ۶-۶: سیگنال کنترل سیستم در مرکز جرم اول و ماخ ۰/۷..... ۷۱
- شکل ۷-۶: پاسخ به ورودی شیب سیستم..... ۷۲
- شکل ۸-۶: سیگنال کنترل سیستم به ازای ورودی شیب..... ۷۲
- شکل ۹-۶: تغییرات KP کنترل کننده با تغییر ماخ در مرکز جرم اول..... ۷۳
- شکل ۱۰-۶: تغییرات KD کنترل کننده با تغییر ماخ در مرکز جرم اول..... ۷۴
- شکل ۱۱-۶: تغییرات kp به ازای تغییرات ماخ در مراکز جرم مختلف..... ۷۴
- شکل ۱۲-۶: تغییرات kd به ازای تغییرات ماخ در مراکز جرم مختلف..... ۷۵
- شکل ۱-۷: هدف در طراحی هدایت..... ۸۲
- شکل ۲-۷: سینماتیک حرکت..... ۸۳
- شکل ۳-۷: حلقه‌ی هدایت با در نظر گرفتن دینامیک بخش کنترل..... ۸۴

- شکل ۴-۷: چگونگی قرار دادن دینامیک بخش کنترل در حلقه‌ی هدایت..... ۸۶
- شکل ۵-۷: نمودار صفر و قطب سامانه مهار هدایت به همراه قطب‌های سینماتیک حرکت..... ۸۸
- شکل ۶-۷: پاسخ فرکانسی سیستم..... ۸۸
- شکل ۷-۷: پاسخ پله‌ی حلقه‌ی هدایت پرنده..... ۸۹
- شکل ۸-۷: نمودار تغییرات شتاب جانبی پرنده در حلقه‌ی هدایت..... ۸۹
- شکل ۹-۷: سیگنال کنترل بخش مهار هدایت..... ۸۹
- شکل ۱۰-۷: نمودار صفر و قطب سیستم حلقه بسته به همراه عملگر و سامانه‌ی مهار هدایت..... ۹۰

فصل ۱ - مقدمه

از سال‌های دور بشر در تلاش بوده تا بتواند با ساخت پرنده‌ای به پرواز درآید. در این راستا دست به ساخت سازه‌های مختلفی زده است. از آن جمله است پرنده‌ای که آقای جین ماری در سال ۱۸۶۸ میلادی ساخته و نیروی پیشران آن به کمک اسب و ارابه تامین می‌گردیده است. در این پرنده‌های اولیه پس از ساخت یک سازه، عملیات هدایت و کنترل از طریق منحرف ساختن بال‌ها یا بالک‌های کنترلی توسط خلبان پرنده صورت می‌پذیرفته است. در واقع در این سامانه‌ها هدف به پرواز در آمدن بالای سطح زمین در یک بازه زمانی محدود و فرود با موفقیت بوده است. ابزار تعیین موقعیت همان قوای بصری خلبان بوده است.



شکل ۱-۱ هواپیمای ساخته شده توسط جین ماری در سال ۱۸۶۸

مبحث کنترل و پایدارسازی هواپیما از ابتدای اختراع آن دارای اهمیت بسزایی بوده است. همچنان که این اهمیت در هواپیماهای مسافربری مطرح است. تعمیم این اهمیت را می‌توان در مورد هواپیماهای بدون سرنشین نیز به دلایلی چند، از جمله هزینه‌های اقتصادی و استراتژیک بودن استفاده از هواپیمای بدون سرنشین جستجو کرد. در این پایان‌نامه برای یک هواپیمای بدون سرنشین سعی داریم تا خودخلبانی طراحی کنیم. و البته این خود خلبان دستورات مربوط به چگونگی تغییر مکان و موقعیت پرنده را از قسمتی

تحت عنوان هدایت دریافت می‌کند. عبور از عوارض زمینی وظیفه‌ای است که پرنده‌ی ما در این پایان‌نامه قرار است، آن را به انجام برساند. در واقع هدفی که به پرنده ابلاغ می‌گردد عدم برخورد با عوارض زمینی و در عین حال حفظ فاصله‌ی حداقلی با سطح زمین است. بدین منظور در ابتدا به مدل سازی پرنده پرداخته، و سپس با توجه به اینکه هدف، کنترل پرنده در کانال ارتفاع است، و با توجه به اطلاعاتی که از سنسورها دریافت کرده‌ایم (نظیر ارتفاع پرنده از سطح دریا و ارتفاع عوارض زمینی از سطح دریا) سعی داریم تا ارتفاع پرنده را در مقدار معینی حفظ کنیم و یا به مقدار مطلوبی تغییر دهیم.

فصل ۲- تعاریف و فرضیات مورد نیاز

۲-۱- مقدمه

در این فصل ابتدا دستگاه‌های مختصات مختلفی را که مورد استفاده قرار خواهیم داد تعریف می‌کنیم. توجه داریم که تمام دستگاه‌های مورد بررسی در این پایان‌نامه متعامد یک‌ه هستند. همچنان که می‌دانیم برای تعریف یک دستگاه متعامد یک‌ه، معرفی دو محور کفایت می‌کند و محور سوم نیز از روی راستگردی بدست می‌آید. پس از معرفی دستگاه‌های مورد نظر، ارتباط بین دستگاه‌ها را نیز بیان می‌کنیم. بیان ارتباط بین دستگاه‌ها را با ماتریس دوران [۱] بین دو دستگاه انجام می‌دهیم. در ادامه‌ی این فصل و پس از معرفی دستگاه‌ها و معرفی ماتریس دوران بین آنها، به تشریح فیزیک پرنده‌ی مورد بررسی خواهیم پرداخت.

۲-۲- تعریف دستگاه‌های مختلف

برای نوشتن معادلات پرنده نیازمند تعریف دستگاه مختصاتی هستیم که معادلات پرنده را در آن بنویسیم. بدین منظور به معرفی دستگاه‌های مختلف مورد نیاز می‌پردازیم. دستگاه‌های مختصات اینرسی، ناوبری، بدنه و سرعتی را در ادامه تعریف کرده و سپس به بیان تفاوت بین آنها، جهت استفاده‌های مختلف توجه می‌کنیم و در انتها دستگاه و یا دستگاه‌های مناسب را جهت نوشتن معادلات، انتخاب کرده و مزیت استفاده از هر کدام بر دیگری را تشریح خواهیم کرد.

۲-۲-۱- دستگاه مختصات اینرسی

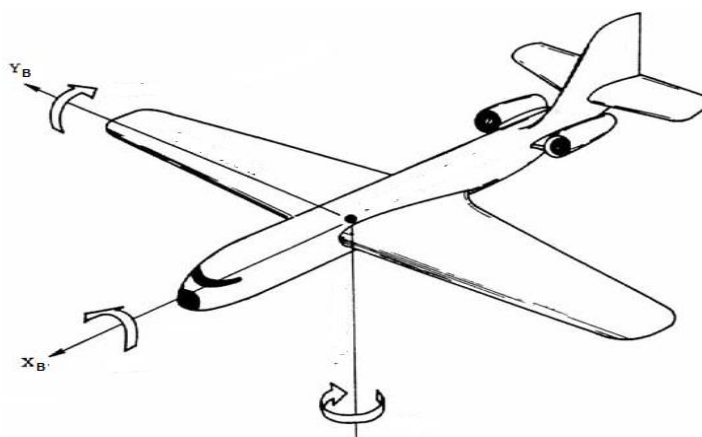
دستگاه مختصات اینرسی، دستگاه مرجع برای معادلات نیوتونی می‌باشد. به عبارت دیگر نوشتن معادلات نیوتون هنگامی معنی دارد، که دستگاه اینرسی دستگاه مرجع باشد، هر چند اگر تا به حال برای نوشتن این معادلات چنین قیدی را ذکر نمی‌کرده‌ایم، اما به صورت پیش فرض چنین چیزی مفروض بوده است. دستگاه اینرسی برای کاربردهای مختلف به صورت‌های مختلفی تعریف می‌گردد. همچنین دستگاه اینرسی جامعی که در تمام کاربردها بتواند مورد استفاده قرار گیرد وجود ندارد. به عبارت دیگر در هر کاربردی، دستگاهی را متناظر با دستگاه اینرسی می‌گیرند. این دستگاه را با زیرنویس I نشان می‌دهند.

۲-۲-۲- دستگاه مختصات ناوبری

دستگاه مختصات ناوبری را با زیرنویس N نمایش می‌دهیم، و محورهای آنرا به اختصار با E, N, D نمایش می‌دهیم. برای کاربردهای دور و بر زمین که در آن سرعت جسم پرنده زیاد نباشد، و در هر نقطه بجای شتاب جاذبه عمومی از شتاب ثقل که عبارتست از شتاب جاذبه عمومی و شتاب جانب مرکز استفاده شود می‌توان دستگاه ناوبری را یک سیستم اینرسی در نظر گرفت. محور سوم این دستگاه (D) به سمت پایین و همراستا با شتاب جاذبه است. دو محور دیگر در صفحه‌ای عمود بر محور سوم است که محور اول آن (N) به سمت شمال و محور دوم (E) آن نیز به سمت شرق خواهد بود [۱].

۲-۲-۳- دستگاه مختصات بدنه

دستگاه مختصات بدنه، دستگاهی است که از روی اجزای جسم صلب ساخته می‌شود و چسبیده به آن است و همراه با آن تغییر وضعیت می‌دهد. این دستگاه را با زیرنویس B نشان می‌دهیم. محور اول این دستگاه از انتهای پرنده به سمت نوک آن است و آنرا با x_B نشان می‌دهیم، محور دوم را که با y_B نشان داده می‌شود از انتهای بال چپ به سمت بال راست آن است و محور سوم نیز که با z_B نمایش داده می‌شود از راستگردی بدست می‌آید. شکل زیر چگونگی قرارگیری این دستگاه را نسبت به بدنه پرنده و جهت مثبت محورهای آن را نشان می‌دهد.



شکل ۱-۲ دستگاه بدنه پرنده

۲-۲-۴ - دستگاه مختصات سرعتی

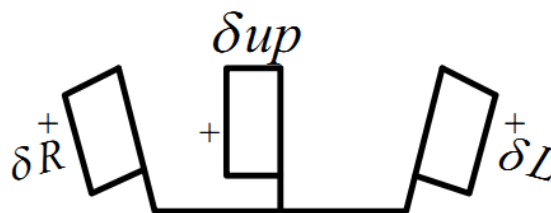
دستگاه مختصات سرعتی را با زیرنویس v نمایش می‌دهیم. محور x یا محور اول آن همواره به بردار سرعت از دید سیستم اینرسی چسبیده است و دو محور دیگر آن در صفحه‌ای عمود بر بردار سرعت خواهد بود در واقع در انتخاب دو محور دیگر آن یک درجه آزادی خواهیم داشت که از این درجه آزادی مطابق رابطه‌ی زیر استفاده می‌کنیم.

$$y_V || z_B \times x_V \quad (1-2)$$

لذا محور دوم این دستگاه در امتداد $z_B \times x_V$ خواهد بود. این رابطه مبنای تعریف دستگاه سرعتی است و می‌توان با استفاده از رابطه‌ی سینماتیک بین دستگاه سرعتی و بدنه به اثبات این معادله رسید [۲]

۲-۳ - تشریح پرنده‌ی مورد بررسی

پرنده‌ای که در این پایانامه با آن سروکار داریم از یک قسمت استوانه‌ای شکل که قسمت اصلی و عمده‌ی جسم نیز می‌باشد و دو بال بزرگ در دو طرف این قسمت استوانه‌ای شکل تشکیل شده است. همچنین این پرنده دارای سه بالک کنترلی در قسمت انتهایی پرنده است که آنها را با δ_L ، δ_R و δ_{up} نامگذاری کرده‌ایم. شکل زیر چگونگی قرار گرفتن این بالک‌ها را نشان می‌دهد.



شکل ۲-۲ بالک‌های کنترلی پرنده به همراه جهت مثبت انحراف آنها

۲-۴- ارتباط سینماتیک بین دستگاهها

۲-۴-۱- ارتباط سینماتیک بین دستگاه اینرسی و بدنه

منظور از ارتباط سینماتیک بین دو دستگاه، رابطه‌ای است که بیان یک بردار در یک دستگاه را به بیان بردار در دستگاه دیگر مرتبط می‌سازد. یکی از روش‌های بیان تبدیل (دوران) یک دستگاه به دستگاه دیگر استفاده از ترکیب دوران‌های ساده است. ترکیب دوران‌های ساده ممکن است حول محورهای ثابت و یا محورهای گذار باشد. [۳]

رابطه‌ی زیر بین دستگاه اینرسی و بدنه برقرار است.

$$I \xrightarrow{C_{I3}(\psi)} A \xrightarrow{C_{A2}(\theta)} S \xrightarrow{C_{B1}(\varphi)} B \quad (2-2)$$

این رابطه بیان می‌کند که اگر دستگاه اینرسی (که معادل دستگاه ناوبری گرفتیم) را سه دوران بدهیم بدین صورت که حول محور سوم دستگاه اینرسی به اندازه‌ی ψ دوران دهیم و به دستگاه جدید A برسیم، سپس حول محور دوم دستگاه جدید (A) به اندازه‌ی θ دوران دهیم تا به دستگاه S برسیم و در نهایت به اندازه‌ی φ حول محور اول دستگاه S دوران دهیم به دستگاه بدنه خواهیم رسید. زوایای ψ ، θ و φ همان زوایای اوپلر بین دستگاه اینرسی و بدنه هستند. با توجه به این دوران‌ها ماتریس دوران بین دو دستگاه اینرسی و بدنه به صورت زیر خواهد بود.

$$\begin{aligned} {}^I_B C &= C_3(\psi)C_2(\theta)C_1(\varphi) = \begin{pmatrix} C_\psi & -S_\psi & 0 \\ S_\psi & C_\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_\theta & 0 & S_\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -S_\theta & 0 & C_\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C_\varphi & -S_\varphi \\ 0 & S_\varphi & C_\varphi \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} C_\psi C_\theta & -S_\psi C_\varphi + C_\psi S_\theta S_\varphi & S_\psi S_\varphi + C_\psi S_\theta C_\theta \\ S_\psi C_\theta & C_\psi C_\varphi + S_\psi S_\theta S_\varphi & -C_\psi S_\varphi + S_\psi S_\theta \\ -S_\theta & C_\theta S_\varphi & C_\theta C_\varphi \end{pmatrix} \quad (3-2) \end{aligned}$$

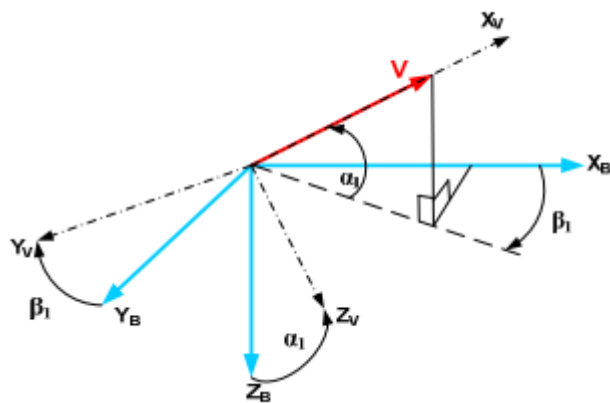
در این رابطه C و S نماینده‌ی کسینوس و سینوس زاویه هستند.

۲-۴-۲- ارتباط سینماتیک بین دستگاه بدنه و سرعتی

در زیر ارتباط بین دستگاه بدنی و سرعتی آورده شده است:

$$B \xrightarrow{C_{B3}(\beta_1)} F \xrightarrow{C_{F2}(\alpha_1)} V \quad (4-2)$$

مفهوم عبارت بالا اینست که اگر دستگاه مختصات بدنی را به اندازه زاویه β_1 حول محور سومش دوران دهیم تا به دستگاه جدید F برسیم و سپس دستگاه جدید را حول محور دومش به اندازه α_1 دوران دهیم به دستگاه سرعتی خواهیم رسید. زاویه بین محور اول دستگاه سرعتی و محور اول دستگاه بدنه را زاویه حمله گویند و آنرا با نماد α نشان می‌دهند و همچنین زاویه‌ی بین محور دوم دستگاه بدنه و دستگاه سرعتی را زاویه سرش جانبی گویند و با نماد β نشان می‌دهند. دستگاه سرعتی برای مشخص شدن زوایای حمله کاربرد دارد. در شکل زیر موقعیت دستگاه سرعتی و بدنه آورده شده است.



شکل ۲-۳: نمایش ارتباط دستگاه مختصات بدنه و دستگاه مختصات بدنه به صورتی دیگر

با توجه به شکل بالا مشاهده می‌شود که زاویه بین دو محور Z_B, Z_V همان α_1 است و زاویه بین دو محور Y_B, Y_V همان β_1 است. بنابراین ماتریس دوران بین دستگاه سرعتی و بدنه به صورت زیر خواهد بود.

$$\begin{aligned} {}^B_V C &= C_3(\beta_1)C_2(\alpha_1) = \begin{pmatrix} C_{\beta_1} & -S_{\beta_1} & 0 \\ S_{\beta_1} & C_{\beta_1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{\alpha_1} & 0 & S_{\alpha_1} \\ 0 & 1 & 0 \\ -S_{\alpha_1} & 0 & C_{\alpha_1} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} C_{\alpha_1}C_{\beta_1} & -S_{\beta_1} & S_{\alpha_1}C_{\beta_1} \\ S_{\beta_1}C_{\alpha_1} & C_{\beta_1} & S_{\alpha_1}S_{\beta_1} \\ -S_{\alpha_1} & 0 & C_{\alpha_1} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (5-2)$$

۲-۵- ارتباط سینماتیک بین دستگاه اینرسی و سرعتی

ماتریس دوران بین دستگاه سرعتی و دستگاه اینرسی با ضرب ماتریس‌های بدست آمده در دو قسمت قبل بدست خواهد آمد:

$$\begin{aligned}
{}^I C &= {}^I C {}^B_V C \\
&= \begin{pmatrix} C_\psi C_\theta & -S_\psi C_\phi + C_\psi S_\theta S_\phi & S_\psi S_\phi + C_\psi S_\theta C_\theta \\ S_\psi C_\theta & C_\psi C_\phi + S_\psi S_\theta S_\phi & -C_\psi S_\phi + S_\psi S_\theta \\ -S_\theta & C_\theta S_\phi & C_\theta C_\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{\alpha_1} C_{\beta_1} & -S_{\beta_1} & S_{\alpha_1} C_{\beta_1} \\ S_{\beta_1} C_{\alpha_1} & C_{\beta_1} & S_{\alpha_1} S_{\beta_1} \\ -S_{\alpha_1} & 0 & C_{\alpha_1} \end{pmatrix} \quad (6-2)
\end{aligned}$$

۲-۵-۱- سرعت دوران دستگاه سرعتی نسبت به دستگاه اینرسی بیان شده در دستگاه سرعتی

همانطور که در قسمت بالا نیز اشاره شد می توان با دوران دادن دستگاه بدنه به اندازه β_1 حول محور سوم آن و سپس به اندازه α_1 حول محور دوم دستگاه جدید به دستگاه سرعتی رسید.

$${}^V \omega_{IV} = {}^V \omega_{IB} + {}^V \omega_{BV} \quad (7-2)$$

اگر سرعت زاویه‌ای بین دو دستگاه اینرسی و بدنه بیان شده در دستگاه بدنه را ${}^B \omega_{IB} = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}$ نامگذاری

کنیم آنگاه می توان با استفاده از ماتریس دوران بین دو دستگاه سرعتی و بدنه که در قسمت‌های قبل بدست آوردیم، بیان این بردار را در دستگاه سرعتی به صورت زیر بدست آوریم.

$${}^V \omega_{IB} = {}^V C {}^B \omega_{IB} = {}^V C \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (8-2)$$

از طرفی ${}^V \omega_{BV}$ را می توان به صورت زیر نوشت:

$${}^V \omega_{BV} = {}^V \omega_{BF} + {}^V \omega_{FV} \quad (9-2)$$

که در این رابطه:

$${}^V \omega_{BF} = {}^V C {}^B \omega_{BF} = {}^V C \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\beta}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{\beta}_1 S_{\alpha_1} \\ 0 \\ \dot{\beta}_1 C_{\alpha_1} \end{bmatrix} \quad (10-2)$$

$${}^V \omega_{FV} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\alpha}_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (11-2)$$