**نام خانوادگی:** توحیدطلب **نام:** رضا

**عنوان پایان‌نامه:** بهینه‌سازی سازه‌ها با محدودیت تغییرمکان و تنش به صورت جداگانه

**استاد راهنما:** دکتر ناصر تقی‌زادیه

**استاد مشاور:** دکتر علی حدیدی

**مقطع تحصیلی:** کارشناسی ارشد **رشته:** مهندسی عمران **گرایش:** سازه **دانشگاه:** تبریز

**دانشکده:** مهندسی عمران **تاریخ فارغ‌التحصیلی:** بهمن ۱۳۹۳ **تعداد صفحه:** ۱۴۳

**کلیدواژه‌ها:** طراحی بهینه، قاب‌های فولادی، روش بهینه‌سازی تکاملی سازه‌ها، بهینه‌سازی تنش و تغییر مکان، بهینه‌سازی اندازه

**چکیده:**

بهینه‌سازی یعنی رسیدن به بهترین نتیجه در مورد یک عملیات، درحالی‌که محدودیت‌های مشخصی برآورده شده باشد. با توجه به کاهش همه‌جانبه‌ی منابع، بهینه‌سازی در زمینه‌های مهندسی امری ضروری می‌باشد. در سال‌های اخیر با پیشرفت تکنولوژی و کامپیوتر، روش‌های جدید بهینه‌سازی پدید آمده‌اند. از میان این روش‌ها، روش بهینه‌سازی تکاملی سازه‌ها (ESO) به خاطر سادگی و ارائه‌ی جواب‌های مطمئن همواره مورد توجه محققین قرار گرفته است. در این روش مبنای کار، حذف قسمت‌های ناکارآمد در طی روند بهینه‌سازی می‌باشد.

بهینه‌سازی در سه دسته‌ی اصلی بهینه‌سازی سایز (اندازه)، توپولوژی و شکل طبقه‌بندی می‌شود که در تحقیق حاضر بهینه‌سازی سایز سازه‌ها تحت محدودیت تنش و تغییر مکان به صورت جداگانه مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین یکبار سازه‌ها تحت محدودیت همزمان تنش و تغییر مکان مورد بررسی قرار گرفته‌اند. محاسبات لازم به‌وسیله‌ی برنامه‌نویسی در محیط MATLAB انجام‌یافته است. مطالعات انجام یافته بر روی یک قاب دو دهانه با پنج طبقه و یک قاب یک دهانه با هشت طبقه صورت گرفته است. نتایج حاصل از بهینه‌سازی همزمان با نتایج حاصل از بهینه‌سازی به صورت تک معیاره مقایسه شده‌اند و مشخص گردید که در بهینه‌سازی همزمان، سازه‌ی بهینه شده سنگین‌تر از سازه‌های بهینه شده توسط محدودیت تنش یا تغییر مکان که به صورت جداگانه اعمال شده‌اند، می‌باشد.

# فهرست مطالب


**فصل اول** ..... ۳

۱-۱ مقدمه ..... ۴

۱-۲ طراحی بهینه‌ی سازه‌ها ..... ۶

۱-۳ روش‌های بهینه‌سازی ..... ۷

۱-۳-۱ روش تحلیلی ..... ۷

۱-۳-۲ روش‌های عددی ..... ۷

۱-۳-۲-۱برنامه نویسی خطی ..... ۸

۱-۳-۲-۲ برنامه‌نویسی غیرخطی ..... ۱۰

۱-۳-۳ روش‌های عددی گرادیانی ..... ۱۲

۱-۳-۴ الگوریتم ژنتیک ..... ۱۳

۱-۳-۵ روش معیار بهینگی ( Optimality Criteria Method) ..... ۱۶

۱-۳-۶ روشESO ..... ۱۷

۱-۳-۷ بهینه‌سازی چند معیاری ..... ۲۰

**فصل دوم** ..... ۲۱

۲-۱ معرفی روش سختی برای آنالیز سازه‌ها ..... ۲۲

۲-۱-۱ مقدمه ..... ۲۲

۲-۲ تعاریف و مفاهیم مربوط به روش سختی ..... ۲۲

۲-۲-۱ درجه آزادی (Degree Of Freedom) ..... ۲۲

۲-۲-۲ سختی (Stiffness) ..... ۲۲

۲-۲-۳ ماتریس سختی عضو (Element Stiffness Matrix) ..... ۲۳

۲-۲-۴ ماتریس تبدیل (Transformation Matrix) ..... ۲۳

۲-۲-۵ دستگاه مختصات محلی (Local Coordinates System) ..... ۲۳

۲-۲-۶ دستگاه مختصات کلی(Global Coordinates System) ..... ۲۳

۲-۲-۷ ماتریس سختی المان خرپایی ..... ۲۴

۲-۲-۷-۱ ماتریس سختی المان خرپایی دو بعدی ..... ۲۴
۲-۲-۷-۲ ماتریس سختی المان خمشی در دستگاه مختصات محلی ..... ۲۵
۲-۲-۷-۳ ماتریس سختی المان خمشی در دستگاه مختصات کلی ..... ۲۶
۲-۲-۸ روابط تبدیل تغییر مکان‌ها و نیروهای گرهی ..... ۲۷
۲-۲-۹ روابط سختی (نیرو-تغییرمکان) المان در دستگاه مختصات محلی و کلی ..... ۲۸
۲-۲-۱۰ معادلات تعادل گرهی و ماتریس سختی کل سازه ..... ۲۹
۲-۲-۱۱ مراحل جمع‌بندی روش سختی برای تحلیل‌سازه‌ها ..... ۳۰
۲-۳ اصول و مفاهیم بنیادی بهینه‌سازی ..... ۳۱
۲-۳-۱ مقدمه ..... ۳۱
۲-۳-۲ متغیرهای طراحی و پارامترهای از پیش تخصیص داده شده ..... ۳۲
۲-۳-۳ محدودیت‌های طراحی (Design Constraints) ..... ۳۴
۲-۳-۴ فضای طراحی (Design Space) ..... ۳۴
۲-۳-۵ تابع هدف (Objective Function) ..... ۳۴
۲-۴ معرفی روش ESO و اصول آن ..... ۳۶
۲-۴-۱ مقدمه ..... ۳۶
۲-۴-۲ محدودیت سختی (Stiffness Constraint) ..... ۳۷
۲-۴-۳ محدودیت تنش (Stress Constraint) ..... ۳۸
۲-۴-۴ محدودیت تغییر مکان (Displacement Constraint) ..... ۳۸
۲-۴-۵ عدد حساسیت (Sensitivity number) ..... ۳۹
۲-۴-۵-۱ تغییرات در انرژی کرنشی (change in mean compliance) ..... ۴۰
۲-۴-۵-۲ تغییرات در تغییر مکان j امین درجه آزادی (Δdj) ..... ۴۱
۲-۴-۵-۳ تغییرات در تنش (Change in Stress) ..... ۴۲
۲-۴-۶ نحوه‌ی محاسبه‌ی اعداد حساسیت ..... ۴۲
۲-۴-۶-۱ عدد حساسیت تنش: ..... ۴۲
۲-۴-۶-۲ عدد حساسیت تغییر مکان: ..... ۴۳
۲-۴-۶-۳ عدد حساسیت انرژی کرنشی ..... ۴۳
۲-۴-۷ بهینه سازی سازه‌ها تحت اعمال همزمان محدودیت تغییر مکان و تنش ..... ۴۴

۲-۴-۷-۱ ضریب مقیاس یکنواختی ..... ۴۵
۲-۴-۷-۲ اعداد حساسیت در بهینه سازی سازه‌ها تحت محدودیت همزمان تنش و تغییر مکان ..... ۴۶
۲-۴-۸ بهینه سازی اندازه و الگوریتم روش ESO ..... ۴۷
۲-۴-۹ الگوریتم ESO برای سازه‌ها تحت محدودیت تنش ..... ۴۸
۲-۴-۱۰ الگوریتم ESO برای سازه‌ها تحت محدودیت تغییر مکان ..... ۴۹
۲-۴-۱۱ روش پیشنهادی برای تغییر سطح مقطع ..... ۵۰
**فصل سوم** ..... ۵۱
۳-۱ مقدمه ..... ۵۲
۳-۲ متغیرهای طراحی ..... ۵۲
۳-۳ تابع هدف و محدودیت‌های طراحی ..... ۵۴
۳-۴ فرضیات مسئله ..... ۵۴
**فصل چهارم** ..... ۵۵
۴-۱ فرضیات، رکوردها و مدل‌های مورد استفاده ..... ۵۶
۴-۲ خرپای پنجاه عضوی دو بعدی ..... ۵۶
۴-۳ قاب دو دهانه با پنج طبقه ..... ۶۳
۴-۴ قاب یک دهانه با هشت طبقه ..... ۹۸
**فصل پنجم** ..... ۱۳۰
۵-۱ نتیجه‌گیری ..... ۱۳۱
۵-۲ پیشنهادات ..... ۱۳۲
مراجع ..... ۱۳۴
پیوست الف ..... ۱۳۶
پیوست ب ..... ۱۴۱

# فهرست اشکال


شکل ۱-۱: مثال‌هایی برای نقاط مینیمم محلی در برنامه‌نویسی غیرخطی ..... ۱۱
شکل ۱-۲: الگوریتم ژنتیک ..... ۱۵
شکل ۱-۳: الگوریتم بهینه‌سازی روش ESO... ..... ۱۸
شکل ۲-۱: خرپای سه میله‌ای ..... ۳۵
شکل ۲-۲: نمودار تغییرات تابع هدف ..... ۴۴
شکل ۴-۱: هندسه‌ی کلی سازه و نحوه‌ی بارگذاری ..... ۵۸
شکل ۴-۲: نحوه‌ی شماره گذاری گره‌ها و المان‌ها ..... ۵۹
شکل ۴-۳: نمودار روند بهینه‌سازی خرپای ۵۰ عضوی تحت محدودیت تنش ..... ۶۱
شکل ۴-۴: نمودار روند بهینه‌سازی خرپای ۵۰ عضوی تحت محدودیت انرژی کرنشی..... ۶۲
شکل ۴-۵: هندسه‌ی کلی و نحوه‌ی بارگذاری سازه‌ی پنج طبقه ..... ۶۴
شکل ۴-۶: نحوه‌ی شماره گذاری المان‌ها و گره‌ها ..... ۶۵
شکل ۴-۷: نمودار ضریب مقیاس تنش- تکرار با تغییر مساحت۰/۱ وتغییر یک المان در هر تکرار ..... ۶۶
شکل ۴-۸: نمودار حجم- تکرار با تغییر مساحت۰/۱ وتغییر یک المان در هر تکرار ..... ۶۶
شکل ۴-۹: نمودار ضریب مقیاس تنش- تکرار با تغییر مساحت۰/۱ وتغییر سه المان در هر تکرار ..... ۶۷
شکل ۴-۱۰: نمودار حجم- تکرار با تغییر مساحت۰/۱ وتغییر سه المان در هر تکرار ..... ۶۷
شکل ۴-۱۱: نمودار ضریب مقیاس تنش- تکرار با تغییر مساحت۰/۱ وتغییر پنج المان در هر تکرار ..... ۶۸
شکل ۴-۱۲: نمودار حجم- تکرار با تغییر مساحت۰/۱ وتغییر پنج المان در هر تکرار ..... ۶۸
شکل ۴-۱۳: نمودار ضریب مقیاس تنش- تکرار با تغییر مساحت ۰/۲ و تغییر یک المان در هر تکرار..... ۶۹
شکل ۴-۱۴: نمودار حجم- تکرار با تغییر مساحت ۰/۲ و تغییر یک المان در هر تکرار ..... ۶۹
شکل ۴-۱۵: نمودار ضریب مقیاس تنش- تکرار با تغییر مساحت ۰/۲ و تغییر سه المان در هر تکرار ..... ۷۰
شکل ۴-۱۶: نمودار حجم- تکرار با تغییر مساحت ۰/۲ و تغییر سه المان در هر تکرار ..... ۷۰
شکل ۴-۱۷: نمودار ضریب مقیاس تنش- تکرار با تغییر مساحت ۰/۲ و تغییر پنج المان در هر تکرار..... ۷۱
شکل ۴-۱۸: نمودار حجم- تکرار با تغییر مساحت ۰/۲ و تغییر پنج المان در هر تکرار ..... ۷۱
شکل ۴-۱۹: نمودار ضریب مقیاس تنش- تکرار با تغییر مساحت ۰/۵ و تغییر یک المان در هر تکرار..... ۷۲
شکل ۴-۲۰: نمودار حجم- تکرار با تغییر مساحت ۰/۵ و تغییر یک المان در هر تکرار ..... ۷۲

شکل ۴-۲۱: نمودار ضریب مقیاس تنش- تکرار با تغییر مساحت ۰/۵ و تغییر سه المان در هر تکرار .....۷۳
شکل ۴-۲۲: نمودار حجم- تکرار با تغییر مساحت ۰/۵ و تغییر سه المان در هر تکرار .....۷۳
شکل ۴-۲۳: نمودار ضریب مقیاس تنش- تکرار با تغییر مساحت ۰/۵ و تغییر پنج المان در هر تکرار.....۷۴
شکل ۴-۲۴: نمودار حجم- تکرار با تغییر مساحت ۰/۵ و تغییر پنج المان در هر تکرار .....۷۴
شکل ۴-۲۵: نمودار ضریب مقیاس تغییر مکان- تکرار با تغییر مساحت ۰/۱ و تغییر یک المان در هر تکرار.....۷۵
شکل ۴-۲۶: نمودار حجم- تکرار با تغییر مساحت ۰/۱ و تغییر یک المان در هر تکرار.....۷۵
شکل ۴-۲۷: نمودار ضریب مقیاس تغییر مکان- تکرار با تغییر مساحت ۰/۱ و تغییر سه المان در هر تکرار .....۷۶
شکل ۴-۲۸: نمودار حجم- تکرار با تغییر مساحت ۰/۱ و تغییر سه المان در هر تکرار .....۷۶
شکل ۴-۲۹: نمودار ضریب مقیاس تغییر مکان- تکرار با تغییر مساحت ۰/۱ و تغییر پنج المان در هر تکرار .....۷۷
شکل ۴-۳۰: نمودار حجم- تکرار با تغییر مساحت ۰/۱ و تغییر پنج المان در هر تکرار .....۷۷
شکل ۴-۳۱: نمودار ضریب مقیاس تغییر مکان- تکرار با تغییر مساحت ۰/۲ و تغییر یک المان در هر تکرار.....۷۸
شکل ۴-۳۲: نمودار حجم- تکرار با تغییر مساحت ۰/۲ و تغییر یک المان در هر تکرار.....۷۸
شکل ۴-۳۳: نمودار ضریب مقیاس تغییر مکان- تکرار با تغییر مساحت ۰/۲ و تغییر سه المان در هر تکرار .....۷۹
شکل ۴-۳۴: نمودار حجم- تکرار با تغییر مساحت ۰/۲ و تغییر سه المان در هر تکرار .....۷۹
شکل ۴-۳۵: نمودار ضریب مقیاس تغییر مکان- تکرار با تغییر مساحت ۰/۲ و تغییر پنج المان در هر تکرار .....۸۰
شکل ۴-۳۶: نمودار حجم- تکرار با تغییر مساحت ۰/۲ و تغییر پنج المان در هر تکرار.....۸۰
شکل ۴-۳۷: نمودار ضریب مقیاس تغییر مکان- تکرار با تغییر مساحت ۰/۵ و تغییر یک المان در هر تکرار.....۸۱
شکل ۴-۳۸ : نمودار حجم- تکرار با تغییر مساحت ۰/۵ و تغییر یک المان در هر تکرار.....۸۱
شکل ۴-۳۹: نمودار ضریب مقیاس تغییر مکان- تکرار با تغییر مساحت ۰/۵ و تغییر سه المان در هر تکرار .....۸۲
شکل ۴-۴۰: نمودار حجم- تکرار با تغییر مساحت ۰/۵ و تغییر سه المان در هر تکرار .....۸۲
شکل ۴-۴۱: نمودار ضریب مقیاس تغییر مکان- تکرار با تغییر مساحت ۰/۵ و تغییر پنج المان در هر تکرار .....۸۳
شکل ۴-۴۲: نمودار حجم- تکرار با تغییر مساحت ۰/۵ و تغییر پنج المان در هر تکرار .....۸۳
شکل ۴-۴۳: نمودار ضریب مقیاس تنش - تکرار با تغییر مساحت ۰/۱ و تغییر یک المان در هر تکرار.....۸۴
شکل ۴-۴۴: نمودار حجم- تکرار با تغییر مساحت ۰/۱ و تغییر یک المان در هر تکرار.....۸۴
شکل ۴-۴۵: نمودار ضریب مقیاس تغییر مکان- تکرار با تغییر مساحت ۰/۱ و تغییر یک المان در هر تکرار.....۸۵
شکل ۴-۴۶ : نمودار ضریب مقیاس تنش - تکرار با تغییر مساحت ۰/۱ و تغییر سه المان در هر تکرار.....۸۵
شکل ۴-۴۷: نمودار حجم- تکرار با تغییر مساحت ۰/۱ و تغییر سه المان در هر تکرار .....۸۶
شکل ۴-۴۸ : نمودار ضریب مقیاس تغییر مکان- تکرار با تغییر مساحت ۰/۱ و تغییر سه المان در هر تکرار .....۸۶
شکل ۴-۴۹ : نمودار ضریب مقیاس تنش - تکرار با تغییر مساحت ۰/۱ و تغییر پنج المان در هر تکرار.....۸۷
شکل ۴-۵۰ : نمودار حجم- تکرار با تغییر مساحت ۰/۱ و تغییر پنج المان در هر تکرار .....۸۷
شکل ۴-۵۱: نمودار ضریب مقیاس تغییر مکان- تکرار با تغییر مساحت ۰/۱ و تغییر پنج المان در هر تکرار .....۸۸
شکل ۴-۵۲: نمودار ضریب مقیاس تنش - تکرار با تغییر مساحت ۰/۲ و تغییر یک المان در هر تکرار.....۸۸
شکل ۴-۵۳: نمودار حجم- تکرار با تغییر مساحت ۰/۲ و تغییر یک المان در هر تکرار.....۸۹
شکل ۴-۵۴: نمودار ضریب مقیاس تغییر مکان- تکرار با تغییر مساحت ۰/۲ و تغییر یک المان در هر تکرار.....۸۹

شکل ۴-۵۵: نمودار ضریب مقیاس تنش - تکرار با تغییر مساحت ۰/۲ و تغییر سه المان در هر تکرار ..... ۹۰
شکل ۴-۵۶: نمودار حجم- تکرار با تغییر مساحت ۰/۲ و تغییر سه المان در هر تکرار ..... ۹۰
شکل ۴-۵۷: نمودار ضریب مقیاس تغییر مکان- تکرار با تغییر مساحت ۰/۲ و تغییر سه المان در هر تکرار ..... ۹۱
شکل ۴-۵۸: نمودار ضریب مقیاس تنش - تکرار با تغییر مساحت ۰/۲ و تغییر پنج المان در هر تکرار ..... ۹۱
شکل ۴-۵۹: نمودار حجم- تکرار با تغییر مساحت ۰/۲ و تغییر پنج المان در هر تکرار ..... ۹۲
شکل ۴-۶۰: نمودار ضریب مقیاس تغییر مکان- تکرار با تغییر مساحت ۰/۲ و تغییر پنج المان در هر تکرار..... ۹۲
شکل ۴-۶۱: نمودار ضریب مقیاس تنش - تکرار با تغییر مساحت ۰/۵ و تغییر یک المان در هر تکرار ..... ۹۳
شکل ۴-۶۲: نمودار حجم- تکرار با تغییر مساحت ۰/۵ و تغییر یک المان در هر تکرار..... ۹۳
شکل ۴-۶۳: نمودار ضریب مقیاس تغییر مکان- تکرار با تغییر مساحت ۰/۵ و تغییر یک المان در هر تکرار..... ۹۴
شکل ۴-۶۴: نمودار ضریب مقیاس تنش - تکرار با تغییر مساحت ۰/۵ و تغییر سه المان در هر تکرار..... ۹۴
شکل ۴-۶۵: نمودار حجم- تکرار با تغییر مساحت ۰/۵ و تغییر سه المان در هر تکرار ..... ۹۵
شکل ۴-۶۶: نمودار ضریب مقیاس تغییر مکان- تکرار با تغییر مساحت ۰/۵ و تغییر سه المان در هر تکرار ..... ۹۵
شکل ۴-۶۷: نمودار ضریب مقیاس تنش - تکرار با تغییر مساحت ۰/۵ و تغییر پنج المان در هر تکرار ..... ۹۶
شکل ۴-۶۸ : نمودار حجم- تکرار با تغییر مساحت ۰/۵ و تغییر پنج المان در هر تکرار..... ۹۶
شکل ۴-۶۹: نمودار ضریب مقیاس تغییر مکان- تکرار با تغییر مساحت ۰/۵ و تغییر پنج المان در هر تکرار..... ۹۷
شکل ۴-۷۰: هندسه و بارگذاری جانبی قاب یک دهانه با هشت طبقه ..... ۹۹
شکل ۴-۷۱ : شماره‌گذاری المان‌ها و گره‌ها ..... ۱۰۰
شکل ۴-۷۲: نمودار تکرار-ضریب مقیاس باتغییر مساحت۰/۱ و تغییر یک المان در هر تکرار ..... ۱۰۱
شکل ۴-۷۳: نمودار تکرار- حجم باتغییر مساحت۰/۱ و تغییر یک المان در هر تکرار ..... ۱۰۱
شکل ۴-۷۴: نمودار تکرار-ضریب مقیاس تنش باتغییر مساحت۰/۱ و تغییر سه المان در هر تکرار ..... ۱۰۲
شکل ۴-۷۵: نمودار تکرار- حجم باتغییر مساحت۰/۱ و تغییر سه المان در هر تکرار ..... ۱۰۲
شکل ۴-۷۶: نمودار نمودار تکرار-ضریب مقیاس باتغییر مساحت۰/۱ و تغییرپنج المان در هر تکرار ..... ۱۰۳
شکل ۴-۷۷: نمودار حجم-تکرار باتغییر مساحت۰/۱ و تغییرپنج المان در هر تکرار ..... ۱۰۳
شکل ۴-۷۸: نمودار ضریب مقیاس – تکرار باتغییر مساحت۰/۲ و تغییریک المان در هر تکرار ..... ۱۰۴
شکل ۴-۷۹: نمودار حجم-تکرار باتغییر مساحت۰/۲ و تغییر یک المان در هر تکرار ..... ۱۰۴
شکل ۴-۸۰ : نمودار ضریب مقیاس تنش-تکرار باتغییر مساحت۰/۲ و تغییر سه المان در هر تکرار ..... ۱۰۵
شکل ۴-۸۱: نمودار حجم-تکرار باتغییر مساحت۰/۲ و تغییر سه المان در هر تکرار..... ۱۰۵
شکل ۴-۸۲: نمودار ضریب مقیاس تنش-تکرار تکرار باتغییر مساحت۰/۲ و تغییرپنج المان در هر تکرار..... ۱۰۶
شکل ۴-۸۳: نمودار حجم-تکرار باتغییر مساحت۰/۲ و تغییر پنج المان در هر تکرار ..... ۱۰۶
شکل ۴-۸۴: نمودار ضریب مقیاس تنش-تکرار باتغییر مساحت۰/۵ و تغییریک المان در هر تکرار ..... ۱۰۷
شکل ۴-۸۵: نمودار حجم-تکرار باتغییر مساحت۰/۵ و تغییر یک المان در هر تکرار ..... ۱۰۷
شکل ۴-۸۶: نمودار ضریب مقیاس تنش-تکرار باتغییر مساحت۰/۵ و تغییر سه المان در هر تکرار ..... ۱۰۸
شکل ۴-۸۷: نمودار حجم-تکرار باتغییر مساحت۰/۵ و تغییر سه المان در هر تکرار..... ۱۰۸
شکل ۴-۸۸: نمودار ضریب مقیاس تنش-تکرار باتغییر مساحت۰/۵ و تغییر پنج المان در هر تکرار ..... ۱۰۹

شکل ۴-۸۹: نمودار حجم-تکرار باتغییر مساحت۰/۵ و تغییر پنج المان در هر تکرار ..... ۱۰۹
شکل ۴-۹۰: نمودار تکرار- ضریب مقیاس تغییر مکان با تغییر مساحت ۰/۱ و تغییر یک المان در هر تکرار..... ۱۱۰
شکل ۴-۹۱ : نمودار تکرار- حجم با تغییر مساحت ۰/۱ و تغییر یک المان در هر تکرار..... ۱۱۰
شکل ۴-۹۲: نمودار تکرار- ضریب مقیاس تغییر مکان با تغییر مساحت ۰/۱ و تغییر سه المان در هر تکرار ..... ۱۱۱
شکل ۴-۹۳: نمودار تکرار- حجم با تغییر مساحت ۰/۱ و تغییر سه المان در هر تکرار ..... ۱۱۱
شکل ۴-۹۴: نمودار تکرار- ضریب مقیاس تغییر مکان با تغییر مساحت ۰/۱ و تغییر پنج المان در هر تکرار ..... ۱۱۲
شکل ۴-۹۵: نمودار تکرار- حجم با تغییر مساحت ۰/۱ و تغییر پنج المان در هر تکرار ..... ۱۱۲
شکل ۴-۹۶: نمودار تکرار- ضریب مقیاس تغییر مکان با تغییر مساحت ۰/۲ و تغییر یک المان در هر تکرار..... ۱۱۳
شکل ۴-۹۷: نمودار تکرار- حجم با تغییر مساحت ۰/۲ و تغییر یک المان در هر تکرار ..... ۱۱۳
شکل ۴-۹۸: نمودار تکرار- ضریب مقیاس تغییر مکان با تغییر مساحت ۰/۲ و تغییر سه المان در هر تکرار ..... ۱۱۴
شکل ۴-۹۹: نمودار تکرار- حجم با تغییر مساحت ۰/۲ و تغییر سه المان در هر تکرار ..... ۱۱۴
شکل ۴-۱۰۰: نمودار تکرار- ضریب مقیاس تغییر مکان با تغییر مساحت ۰/۲ و تغییر پنج المان در هر تکرار..... ۱۱۵
شکل ۴-۱۰۱: نمودار تکرار- حجم با تغییر مساحت ۰/۲ و تغییر پنج المان در هر تکرار..... ۱۱۵
شکل ۴-۱۰۲: نمودار تکرار- ضریب مقیاس تغییر مکان با تغییر مساحت ۰/۵ و تغییر یک المان در هر تکرار..... ۱۱۶
شکل ۴-۱۰۳: نمودار تکرار- حجم با تغییر مساحت ۰/۵ و تغییر یک المان در هر تکرار..... ۱۱۶
شکل ۴-۱۰۴: نمودار تکرار- ضریب مقیاس تغییر مکان با تغییر مساحت ۰/۵ و تغییر سه المان در هر تکرار ..... ۱۱۷
شکل ۴-۱۰۵: نمودار تکرار- حجم با تغییر مساحت ۰/۵ و تغییر سه المان در هر تکرار ..... ۱۱۷
شکل ۴-۱۰۶: نمودار تکرار- حجم با تغییر مساحت ۰/۵ و تغییر پنج المان در هر تکرار..... ۱۱۸
شکل ۴-۱۰۷: نمودار تکرار- ضریب مقیاس تنش با تغییر مساحت ۰/۱ و تغییر یک المان در هر تکرار..... ۱۱۹
شکل ۴-۱۰۸: نمودار تکرار- حجم با تغییر مساحت ۰/۱ و تغییر یک المان در هر تکرار..... ۱۱۹
شکل ۴-۱۰۹: نمودار تکرار- ضریب مقیاس تنش با تغییر مساحت ۰/۱ و تغییر سه المان در هر تکرار ..... ۱۲۰
شکل ۴-۱۱۰: نمودار تکرار- حجم با تغییر مساحت ۰/۱ و تغییر سه المان در هر تکرار ..... ۱۲۰
شکل ۴-۱۱۱: نمودار تکرار- ضریب مقیاس تنش با تغییر مساحت ۰/۱ و تغییر پنج المان در هر تکرار..... ۱۲۱
شکل ۴-۱۱۲: نمودار تکرار- حجم با تغییر مساحت ۰/۱ و تغییر پنج المان در هر تکرار..... ۱۲۱
شکل ۴-۱۱۳: نمودار تکرار- ضریب مقیاس تنش با تغییر مساحت ۰/۲ و تغییر یک المان در هر تکرار..... ۱۲۲
شکل ۴-۱۱۴: نمودار تکرار- حجم با تغییر مساحت ۰/۲ و تغییر یک المان در هر تکرار..... ۱۲۲
شکل ۴-۱۱۵: نمودار تکرار- ضریب مقیاس تنش با تغییر مساحت ۰/۲ و تغییر سه المان در هر تکرار ..... ۱۲۳
شکل ۴-۱۱۶: نمودار تکرار- حجم با تغییر مساحت ۰/۲ و تغییر سه المان در هر تکرار ..... ۱۲۳
شکل ۴-۱۱۷: نمودار تکرار- ضریب مقیاس تنش با تغییر مساحت ۰/۲ و تغییر پنج المان در هر تکرار..... ۱۲۴
شکل ۴-۱۱۸: نمودار تکرار- حجم با تغییر مساحت ۰/۲ و تغییر پنج المان در هر تکرار ..... ۱۲۴
شکل ۴-۱۱۹: نمودار تکرار- ضریب مقیاس تنش با تغییر مساحت ۰/۵ و تغییر یک المان در هر تکرار..... ۱۲۵
شکل ۴-۱۲۰: نمودار تکرار- حجم با تغییر مساحت۰/۵ و تغییر یک المان در هر تکرار..... ۱۲۵
شکل ۴-۱۲۱: نمودار تکرار- ضریب مقیاس تنش با تغییر مساحت ۰/۵ و تغییر سه المان در هر تکرار ..... ۱۲۶
شکل ۴-۱۲۲: نمودار تکرار- حجم با تغییر مساحت۰/۵ و تغییر سه المان در هر تکرار ..... ۱۲۶

شکل ۴-۱۲۳: نمودار تکرار- ضریب مقیاس تنش با تغییر مساحت ۰/۵ و تغییر پنج المان در هر تکرار ..... ۱۲۷
شکل ۴-۱۲۴: نمودار تکرار- حجم با تغییر مساحت۰/۵ و تغییر پنج المان در هر تکرار ..... ۱۲۷

## فهرست اشکال پیوست

شکل الف- ۱ منحنی درون‌یابی ارتفاع بر حسب مساحت مقطع ..... ۱۳۶
شکل الف- ۲ منحنی درون‌یابی اینرسی بر حسب مساحت مقطع ..... ۱۳۷
شکل الف- ۳ منحنی درون‌یابی اضخامت جان بر حسب مساحت مقطع ..... ۱۳۷
شکل الف- ۴: منحنی درون‌یابی ارتفاع بر حسب مساحت مقطع ..... ۱۳۸
شکل الف- ۵: منحنی درون‌یابی اینرسی بر حسب مساحت مقطع ..... ۱۳۸
شکل الف- ۶: منحنی درون‌یابی ضخامت جان بر حسب مساحت مقطع ..... ۱۳۹

## فهرست جداول

جدول ۴-۱ ..... ۵۹
جدول ۴-۲ ..... ۶۲
جدول۴-۳ ..... ۶۴
جدول۴-۴ ..... ۱۲۹
جدول۴-۵ ..... ۱۲۹
جدول۴-۶ ..... ۱۲۹
جدول ۴-۷ ..... ۱۳۰
جدول ۴-۸ ..... ۱۳۰
جدول۴-۹ ..... ۱۳۰
جدول ب-۱ ..... ۱۴۲
جدول ب-۲ ..... ۱۴۳

## مقدمه

بهینه‌سازی عبارتست از رسیدن به بهترین نتیجه در مورد یک عملیات، درحالیکه محدودیت‌های مشخصی بر آورده شده باشد[۱]. اهمیت طراحی سازه‌هایی با وزن کمینه، اولین بار در صنایع هوا فضا مورد توجه قرار گرفت که در آن‌ها طراحی سازه‌های هواپیما به جای هزینه، بیشتر با وزن کنترل می‌شد.

در دیگر صنایع مربوط به سیستم‌های مهندسی ساختمان، مهندسی مکانیک و خودرو، ممکن است هزینه دارای اهمیت و اولویت باشد، هرچند که وزن سیستم در میزان هزینه و عملکرد آن تاثیرگذار می‌باشد. امروزه با توجه به کمبود مواد خام و محدودیت منابع، بیش از پیش توجهات و تمایل جامعه‌ی مهندسی به طراحی سازه‌های سبک، کارا و اقتصادی جلب شده است.

پیش از ظهور محاسبات سریع، بیشتر جواب‌های مسائل تحلیل سازه بر اساس رابطه سازی به کمک معادلات دیفرانسیل صورت می‌گرفت. این معادلات دیفرانسیل به صورت تحلیلی و در بعضی موارد نیز با استفاده از روش‌های عددی در مراحل آخر حل می‌شدند. مجهولات توابعی مانند تغییرمکان‌ها، تنش‌ها، تغییر شکل‌ها ومسائلی نظایر آنها بودند که روی یک محیط پیوسته تعریف می‌شدند.

در سال‌های اخیر با پیشرفت تکنولوژی روش‌های جدید بهینه‌سازی سازه‌ها پدید آمده است که در اکثر این روش‌ها، روش المان‌های محدود به کار برده می‌شود و در سه دسته‌ی اصلی بهینه سازی اندازه یا سایز[۱]، بهینه‌سازی توپولوژی[۲] و بهینه‌سازی شکل[۳] طبقه‌بندی می‌شوند. در بهینه‌سازی اندازه، سطح مقطع المان‌ها به عنوان متغیرهای طراحی در نظر گرفته می‌شود و مختصات گره‌ها و همبندی آنها ثابت در نظر گرفته می‌شود. در بهینه‌سازی توپولوژی، همبندی بهینه گره‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این پژوهش، بهینه‌سازی اندازه‌ی سازه‌های دو بعدی با قیود تنش و تغییر مکان جانبی به صورت جداگانه و همزمان مورد بررسی قرار می‌گیرد.

[1] Size optimization
[2] Topology Optimization
[3] Shape Optimization

هدف از انجام این پژوهش رسیدن به سازه‌هایی سبک ودر عین حال ایمن می‌باشدکه در چرخه‌ی بهینه‌سازی قیود اعمالی ارضاء می‌شوند. در ادامه مشاهده می‌شود که با اعمال هر یک از این قیود به سازه در حالیکه قید یا قیود اعمالی ارضاء می‌شود، سازه به حداقل وزن ممکن خود می‌رسد. یافتن طرح بهینه نیاز به تکرارهای مکرر دارد و این عملیات تکرار تا رسیدن به وزن کمینه در سازه و در عین حال ارضای محدودیت‌های اعمال شده ادامه خواهد یافت. از آنجایی که روش ESO در مقایسه با سایر روشها از سادگی بیشتر و جواب‌های قابل قبولی برخوردار می‌باشد، لذا در تحقیق پیش رو از این روش بهره می‌گیریم. روند کار به نحوی بوده که در محیط نرم افزار MATLAB برنامه‌ی مورد نظر نوشته شده است و نتایج به دست آمده در آخر بحث می‌شوند.

گزارش حاضر در پنج فصل زیر تنظیم گردیده است به‌طوری‌که:

در فصل اول توضیحاتی کلی در مورد بهینه سازی و روش‌های مختلف بهینه سازی و مطالعات انجام یافته‌ی قبلی در مورد بهینه‌سازی ارائه شده است.

در فصل دوم اصول بهینه‌سازی و فرضیات و تعاریف کلی بهینه‌سازی و الگوریتم استفاده شده در تحقیق پیش رو توضیح داده شده است.

در فصل سوم فرمول بندی مسئله و محدودیت‌های طراحی توضیح داده شده است.

در فصل چهارم مدل‌های مورد مطالعه برررسی شده‌اند و نتایج بدست آمده به صورت نمودار و جداولی در این بخش آورده شده‌اند.

در فصل پنجم نتایج به‌دست آمده در بخش‌های مختلف جمع بندی شده و پیشنهاداتی برای ادامه‌ی کار ارائه گردیده است.

# ۱ فصل اول

بررسی منابع و پیشینه‌ی تحقیق

## ۱-۱ مقدمه

مردم در زندگی روزمره‌ی خود همواره به‌صورت آگاهانه یا به صورت ناخودآگاه به دنبال بهینه کردن امور خود و رسیدن به بهترین حالت ممکن با توجه به امکانات موجود می‌باشند. هرچند بدیهی است که بهینه‌سازی امور به صورت آگاهانه و با برنامه منجر به کاراتر شدن مسئله‌ی بهینه‌سازی می‌شود. مردم همواره هدف‌هایی دارند که برای رسیدن به آن در تلاشند و در عین حال با محدودیت‌هایی در رسیدن به اهداف خود روبرو می‌شوند.

تولد روش‌های بهینه‌سازی بصورت تکنیک‌های ریاضی را می‌توان در زمان نیوتن[۱]، لاگرانژ[۲] وکاچی[۳] جستجو کرد. پیشرفت‌ها در مسئله‌ی بهینه‌سازی زمانی حاصل شد که پیشرفت‌هایی در محاسبات دیفرانسیل توسط نیوتن و لیبنیتز[۴] ایجاد شد ودر ادامه‌ی کار نیوتن تغییراتی در این محاسبات توسط برنولی و اویلر و لاگرانژ ایجاد شد. اولین کار تحلیلی بر روی بهینه‌سازی سازه‌ها توسط ماکسول[۵] در ۱۸۹۰ میلادی انجام گرفت، که آقای میشل[۶] در تکمیل کار ماکسول در ۱۹۰۴ تحقیقاتی انجام داد. تمامی این تحقیقات و کارهای انجام یافته بر روی مقوله‌ی بهینه‌سازی، منجر به ارائه‌ی تئوری حداقل وزن ممکن در خرپاها شد. این کار با استفاده از ایجاد مدل‌هایی که توسط راه حل‌های تحلیلی برای بهینه‌سازی آنها ارائه گردید، انجام شد و همچنان نیز قابل استفاده می‌باشد.

در بحبوحه‌ی جنگ جهانی دوم در اواخر ۱۹۴۰ میلادی بحث بهینه‌سازی بر روی هواپیماها مطرح شد، که این کار برای حداقل کردن وزن هواپیماهای طراحی شده انجام گرفت. لذا بحث بهینه‌سازی بر روی مولفه‌های موجود در هواپیماها مانند پانل‌های سخت شده و ستون‌هایی که در برابر نیروهای فشاری طراحی می‌شدند، متمرکز شد.

[1] Newton
[2] Lagrange
[3] Cauchy
[4] Leibnitz
[5] Maxwell
[6] Michell

پیشرفت در تکنولوژی و بوجود آمدن کامپیوترهای دیجیتال در اوائل ۱۹۵۰ میلادی زمینه‌ساز پیشرفت‌های قابل ملاحظه‌ای در تکنیک‌های برنامه‌ریزی خطی در روند بهینه‌سازی سازه‌ها شد. استفاده از این تکنیک‌ها در ابتدا برای اعمال در روند بهینه‌سازی سازه‌های فولادی تمرکز یافت. در اواخر دهه‌ی ۵۰ میلادی و اوایل دهه‌ی ۶۰ میلادی، اعمال روند عملیات بهینه‌سازی بر روی هواپیماها و صنایع هوافضا تمرکز یافت، در همین دوران تکنیک‌های جدید بهینه‌سازی توسط آقایان روزنبراک[۱]، باکس[۲] و پاول[۳] ارائه شد. پیشرفت محسوس و دگرگونی قابل توجهی درعملیات بهینه‌سازی سازه‌ها زمانی رخ داد که روش آنالیز اجزاء محدود[۴] (FEM) توسط پروفسور زینکیویچ[۵] اختراع شد. روش مزبور یک روش قوی و کارآمد در آنالیز اجزا و سازه‌های پیچیده می‌باشد که متعاقباً در عملیات آنالیز سازه‌ها و بهینه‌سازی آن‌ها اعمال شد[۲].

بهینه‌سازی سازه‌های مدرن با توضیحات و پژوهش‌های آقای اشمیت[۶] در دهه‌ی ۶۰ میلادی درباره‌ی نقش و اهمیت سازه در بهینه‌سازی، سلسله مراتب آنالیز و بهم پیوستگی و ترکیب آنها دستخوش تغییر شد. در کنار این مسائل با بهره‌گیری از تکنیک‌های برنامه‌ریزی ریاضی در مسائل محدودیت‌های نابرابر غیرخطی منجر به ارائه‌ی روش جدیدی در بحث بهینه‌سازی شد.

در اواخر دهه‌ی ۹۰ میلادی آقایان استیون و خی[۷] روشی جدید با نام بهینه‌سازی تکاملی سازه‌ها (ESO)[۸] که فارغ از نیاز به مشتق گیری و محاسبه‌ی اکسترمم‌های نسبی بود، ابداع کردند. این روش از سادگی بیشتر نسبت به سایر روش‌های موجود برخوردار بود به طوریکه هر پژوهشگری که به علم آنالیز اجزاء محدود آشنایی داشته باشد می‌تواند با بهره گیری از این روش به طرح بهینه دست یابد. ارائه‌ی این روش منجر به پیشرفت محسوسی در علم بهینه‌سازی سازه‌ها شد. همچنین این مسئله منتج به این شد که بسیاری از روش‌های بهینه‌سازی بر مبنای روش بهینه‌سازی تکاملی سازه‌ها توسعه یابند.

[1] Rosenbrock
[2] Box
[3] Powell
[4] Finite Element Method
[5] Zienkiewich
[6] Schmit
[7] Steven & Xie
[8] Evolutionary Optimization of Structures

## ۱-۲ طراحی بهینه‌ی سازه‌ها

بطور کلی طراحی سازه‌ها شامل دو مرحله‌ی آنالیز سازه و طرح سازه‌ی مورد نظر می‌باشد. آنالیز سازه درک صحیح از رفتار سازه می‌باشد. بعد از آنالیز سازه و طرح سازه‌ها و طرح آنها با اعمال محدودیت‌های طراحی و تأمین امنیت سازه، این سوال مطرح می‌شود که آیا طرح داده شده بهترین طرح می‌باشد؟

طراحی بهینه‌ی سازه‌ها به معنای جست‌وجوی بهترین طرح برای سازه‌ی مورد نظر می‌باشد، به طوریکه هزینه‌ها به حداقل رسیده و در عین حال محدودیت‌های طراحی ارضا شوند. در طراحی بهینه‌ی سازه‌ها، با درک رفتار سازه مبنی بر نتایج به‌دست آمده از آنالیز سازه قادر به آن هستیم که با ترکیب تمامی ویژگی‌های مهم طراحی و مسائل اقتصادی با کمک روش‌های ریاضی، سازه‌ای امن و در عین حال اقتصادی طراحی کنیم.

در طراحی بهینه‌ی سازه‌ها هدف کاهش هزینه می‌باشد، یکی از راهکارهای کاهش هزینه، استفاده‌ی کم از مصالح می‌باشد، پس اگر وزن (حجم) سازه را در طراحی به حداقل ممکن خود برسانیم، طراحی بهینه‌ای انجام داده‌ایم. در سه دهه‌ی اخیر نیز با توجه به مسئله‌ی بهینه‌سازی سازه‌ها، روش‌های متنوع و زیادی مطرح شده است. این روش‌ها در اکثر موارد در پی یافتن سازه‌ای هستند که ضمن ارضای قیود خاصی تحت بارگذاری دارای حداقل وزن (حجم) باشند. به مرور زمان روش‌های بهینه‌سازی به سمت کارآیی بیشتر سوق داده شده‌اند. بهینه‌سازی معمولاً به صورت تک معیاره یا به صورت چند معیاری انجام می‌گیرد. بهینه‌سازی تک معیاره مانند بهینه‌سازی تنش یا بهینه‌سازی تغییر مکان، به دنبال بهینه‌سازی یک مولفه می‌باشد. در حالیکه در بهینه‌سازی چند معیاره مانند بهینه‌سازی تنش و سختی به دنبال بهینه‌سازی چند مولفه به طور همزمان می‌باشیم[۲]. در بخش بعدی در مورد تعدادی از روش‌های بهینه‌سازی و بهینه‌سازی چند معیاری توضیحاتی آورده شده است.

## ۱-۳ روش‌های بهینه‌سازی

### ۱-۳-۱ روش تحلیلی

این روش عمدتاً با به کارگیری تئوریهای محاسبات ریاضی در مطالعات بهینه‌سازی طرح بندی یا بهینه‌سازی فرم هندسی المان‌های ساده مانند تیرها، ستون‌ها و صفحات به کار گرفته می‌شود. روش‌های تحلیلی عموماً در مطالعات مربوط به مسائل بنیادی در مولفه‌های سازه‌های تک عضوی کاربرد داشته و در سیستم سازه‌های بزرگتر و پیچیده‌تر کارآیی ندارد. در مسائل بهینه‌سازی به روش تحلیلی، طراحی سازه توسط تعدادی توابع مجهول بیان می‌شود که هدف یافتن فرم دقیق این توابع می‌باشد. طراحی بهینه بصورت تئوریک نیز از حل دستگاه معادلاتی که شرایط بهینه را تعیین می‌کند به دست می‌آید. نظریه‌ی پایه‌ی این روش توسط آقایان ماکسول و میشل بنا نهاده شده است. در روش‌های تحلیلی از تابع هدف نسبت به متغیرهای تصمیم‌گیری مشتق گرفته و آن‌را برابر صفر قرار می‌دهیم، بدین طریق اکسترمم‌های تابع به‌دست می‌آید. لذا اگر تابع هدف نسبت به متغیرهای تصمیم‌گیری مشتق پذیر نباشد یا اینکه تعداد متغیرهای تصمیم‌گیری زیاد باشد در این صورت این روش کارآیی مناسبی نخواهد داشت[۳].

### ۲-۳-۱ روش‌های عددی

این روش با به کارگیری شاخه‌ای از روش‌های عددی در علم ریاضیات که معروف به روش‌های برنامه‌نویسی می‌باشد در چرخه‌ی عملیات بهینه‌سازی به کار گرفته می‌شود. این روش‌ها همزمان با پیشرفت‌های رخ داده در دهه‌ی ۸۰ میلادی که بطور نزدیکی مرتبط با رشد سریع ظرفیت محاسبات ناشی از پیشرفت کامپیوتر می‌باشد، گسترش یافتند. در روش‌های عددی یک طرح نزدیک به طرح بهینه، به‌طور خودکار در یک عملیات چرخه‌ی تکرار ایجاد می‌گردد، سپس یک حدس اولیه به عنوان نقطه‌ی آغازین برای

جست‌وجوی سیستماتیک طرح بهتر زده می‌شود. جست‌وجوی یافتن طرح بهینه در فضای طراحی هم‌زمان با پیشرفت عملیات تکرار و ارضاء معیارهای خاص و نزدیک شدن به طرح بهینه در هر مرحله‌ی تکرار محدودتر می‌شود[۲].

به مسائلی که توسط روش‌های عددی حل می‌شوند"مسائل بهینه‌سازی محدود" می‌گویند، زیرا این مسائل را با تعداد محدودی از متغیرها می‌توان فرمول بندی کرد، در نهایت با اختصاص مقادیر عددی بدست آمده به متغیرهای طراحی به یک طرح یکتا و بهینه از سازه می‌رسیم. از جمله روش‌های عددی می‌توان به دو روش برنامه‌نویسی خطی[۱] و برنامه‌نویسی غیرخطی[۲] اشاره کرد.

### ۱-۳-۲-۱ برنامه نویسی خطی

برنامه‌نویسی خطی یک روش پایه‌ای برنامه‌نویسی ریاضی می‌باشد. ویژگی مشخصه‌ی این روش آنست که مسئله‌ی تمامی محدودیت‌ها و توابع هدف بصورت روابط خطی بین متغیرها تعیین می‌شود. تابع محدودیت‌ها را می‌توان به صورت روابط مساوی یا نامساوی بیان کرد. تابع هدف نیز می‌تواند به ماکزیمم یا مینیمم مقدار برسد. در کل قسمت کمی از مسائل طراحی بهینه‌ی سازه‌ها را می‌توان به‌صورت برنامه‌نویسی خطی (LP) فرمول بندی کرد، برخی از مزایای این روش در زیر آورده شده است:

۱- بر خلاف روش برنامه‌نویسی غیرخطی، بهینه‌سازی کلی سازه بعد از تعداد محدودی تکرار به‌دست می‌آید در حالیکه بهینه‌سازی محلی در آن نداریم.

۲- برنامه‌نویسی خطی از کارآیی قابل قبولی برخوردار بوده و سیستم‌های دارای تعداد زیاد متغیر و محدودیت‌های طراحی در مدت زمان قابل قبولی حل می‌شوند.

[1] Linear programming
[2] Non Linear Programming

بطور کلی در روش برنامه‌ریزی خطی فرمول بندی به‌صورت زیر می‌باشد:

متغیرهای طراحی به‌صورت رابطه‌ی ۱-۱ می‌باشد.

$$\{X\}^{\mathrm{T}} = \{X_1, X_2, \ldots\ldots, X_n\} \qquad (۱-۱)$$

بطوریکه تابع هدف به‌صورت رابطه‌ی ۱-۲ می‌باشد.

$$Z = \sum_{j=1}^{n} C_j X_j \qquad (۱-۲)$$

محدودیت‌ها نیز به‌صورت رابطه‌ی ۱-۳ می‌باشد.

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j = b_i \qquad i=1,2,\ldots\ldots,m \qquad (۱-۳)$$

با توجه به روابط، نامساوی نیز می‌تواند به جای مساوی جایگزین شود.

در رابطه‌ی ۱-۳ مقادیر $X_j$ همواره مثبت می‌باشند.

$$X_j \geq 0 \qquad j=1,2,3,\ldots\ldots\ldots n \qquad (۱-۴)$$

بطوریکه $C_j$ و $a_{ij}$ و $b_i$ دارای مقادیر ثابت می‌باشند.

مسائل برنامه‌نویسی خطی یک ویژگی مخصوص دارند که مشتق تابع هدف نسبت به متغیرهای طراحی اعدادی ثابتند که لزوماً صفر نمی‌باشند، این مسئله ایجاب می‌کند که یک مسئله‌ی برنامه‌نویسی خطی نتواند در داخل فضای طراحی، قابل قبول باشد. بنابراین بر روی مرز فضای طراحی که با روابط محدودیت‌ها مشخص می‌شود، قرار می‌گیرد. از آنجایی که روابط محدودیت‌ها، توابعی خطی از متغیرهای طراحی می‌باشند، طراحی بهینه باید در محل تقاطع دو یا چند تابع قید باشد. این ویژگی مسائل برنامه‌نویسی خطی این امکان را فراهم می‌آورد که الگوریتم‌های موثری که برای رسیدن به جواب‌های بهینه مناسبند طراحی شوند. با این حال متاسفانه این روش در مسائل فیزیکی معنی‌دار اندکی قابل استفاده می‌باشد. زیرا در روند طراحی بهینه‌ی سازه‌ها، محدودیت‌ها و سایر روابط را بدون در نظر گرفتن هیچ گونه ساده سازی نمی‌توان فرمول‌بندی کرد.

### ۱-۳-۲-۲ برنامه‌نویسی غیرخطی

به‌طور کلی یک مسئله‌ی برنامه‌ریزی غیرخطی (NLP) را می‌توان باتوجه به مسائل زیر طرح‌ریزی کرد. همچنین تابع هدف Z به صورت جملات غیرخطی تعریف می‌شود.

متغیرهای طراحی به شکل رابطه‌ی ۱-۵ :

$$\{X\}^T = \{X_1, X_2, X_3, \dots\dots X_n\} \qquad (۵-۱)$$

تابع هدف به صورت رابطه‌ی ۱-۶:

$$Z = F(\{X\}) \qquad (۶-۱)$$

و توابع محدودیت که توابعی غیرخطی بوده و می‌تواند به‌صورت مساوی یا نامساوی تعریف شود:

تابع محدودیت به‌صورت نامساوی به شکل رابطه‌ی ۱-۷:

$$g_j(\{X\}) \leq 0 \qquad j=1,2,3,\dots,m \qquad (۷-۱)$$

تابع محدودیت به‌صورت مساوی به شکل رابطه‌ی ۱-۸:

$$h_j(\{X\}) = 0 \qquad j=1,2,3,\dots,k \qquad (۸-۱)$$

هر دو تابع محدودیت بالا به‌صورت جملات غیرخطی از $\{X\}$ تعریف می‌شوند.

یکی از مشکلاتی که در مسائل برنامه‌ریزی غیرخطی با آن مواجه می‌شویم آن است که بعضاً در فضای طراحی دارای چند نقطه‌ی مینیمم نسبی (مینیمم محلی)[1] می‌باشیم، که این نقاط همان نقطه‌ی مینیمم کلی برای تمامی $\{X\}$ها نمی‌باشد، نقاط مینیمم نسبی می‌توانند در برنامه‌نویسی غیرخطی با توجه به طبیعت تابع هدف یا توابع محدودیت رخ دهد. برای توضیح بیشتر شکل ۱-۱ آورده شده است[۴].

[1] Local minimum