بسم الله الرحمن الرحیم

پایان‌نامه:

جهت اخذ درجه كارشناسي ارشد رياضي كاربردي

(گرايش تحقيق در عمليات)

موضوع:

روش جديد براي حل مسائل برنامه ريزي خطي تماماً فازي ومقايسه آن با روشهاي موجود

استاد راهنما:

دكتر جواد وحيدي

استاد مشاور:

دكتر سيامك فيروزيان

مؤلف:

زينب كوهي

سال ۱۳۹۰

تقدیم به :

حضرت ولی عصر(عج)

و

مقام عظمای ولایت

تقدیر وتشکر

سپاس خدای را عز وجل که طاعتش موجب قربت است و به شکر اندرش مزید نعمتهای بیشماری که ریاضیات از حد شمارش آن قاصر. بار خدایا هیچ ذکری را پیدا نمی کنم برای تشکر و قدردانی از این همه موهبت که به من ارزانی داشتی به ذکر خودت رو می آورم که سخن وران را به خود مبهوت کرده، پس « الحمد لله رب العالمین ».

شکر خالق بدون شکر مخلوق بی اعتبار است.

از استاد بزرگ و گرامی جناب آقای **دکتر جواد وحیدی** که دلسوزانه، زحمات زیادی برای تک تک دانشجویان از جمله بنده کشیده اند تشکر و قدر دانی می کنم که نه تنها در این پایان نامه، بلکه در تمامی دوران کارشناسی ارشد ما را از علم و اطلاعات خود بهره مند ساخته و فراتر از یک استاد برای دانشجویان بوده اند. از خداوند متعال برای ایشان اجر انبیاء را خواستارم چرا که معلمی شغل انبیاء است.آرزو دارم که ایشان و تمامی اساتید بزرگوار، روز به روز در علم واخلاق پیشرفت داشته باشند تا به حد کمال و در خدمت به اسلام و ایران موفق و پیروز باشند.

از استاد ارجمند جناب آقای **دکتر سیامک فیروزیان** هم به سبب زحمات زیادی که برای همه ما دانشجویان کشیده اند کمال تشکر را دارم، چرا که همچون پدری به مشکلات رسیدگی می کرد و خاطرات خوشی از خود در اذهان ما به یادگار گذاشتند واز خداوند منان برای ایشان تعالی علم و دنیا ودین را خواستارم.

از استاد گرامی جناب آقای دکتر **بیژن رحمانی** به جهت تلاشهای دلسوزانه هم در دوران کارشناسی ارشد و گرد آوری چند منبع در پایان نامه تشکر وسپاس گزاری می کنم و از خداوند کریم خواستارم که ایشان را در پناه الطاف خود سر بلند در علم ودین گرداند.

پروردگارا، شاهدی که بیشتر زحماتی را که تا کنون برای رسیدن به درجه کارشناسی ارشد کشیده ام، هر چند ابتدای راه علم و دانش هستیم، به امید خوشحالی ورضایت پدر ومادرم که رضایت تو را در بر دارد، بوده است. پدر ومادر عزیزم، قدر دانی خالصانه مرا بپذیرید که زحمات و سختیهای شما در این راه، قابل محاسبه نیست، ولی امیدوار هستم که بتوانم بخشی را جبران کنم و با دست از تلاش نکشیدن برای اعتلای اسلام ومسلمین و ایران عزیزمان خدمت گزار شایسته ای برای اسلام و این مرز و بوم باشم.

از همسرم که در سختیها برایم همراه بسیارخوبی بوده واز تلاش وزحمت خستگی ناپذیرش برای رفاه و آسایشمان، سپاس گزاری می کنم و همچنین از فرزندم که در امتحانات وآزمونها وتمام وقت تنگی ها با من کنار آمده، تشکر می کنم.

زینب کوهی

۱۳۹۰

چکیده

این رساله مشتمل بر ۵ فصل است:

فصل اول را به بیان پیشنیازهای ریاضی این رساله و مقدمه‌ای بر برنامه‌ریزی خطی و مجموعه های فازی اختصاص می دهیم.

در فصل دوم برنامه ریزی خطی فازی را معرفی می کنیم. اعداد فازی و بعضی تعاریف اساسی و عملیات حساب بین دو عدد فازی مثلثی بیان می شود.

در فصل سوم فرموله کردن مسائل برنامه ریزی خطی تماماً فازی (FFLP) و بکاربردن روشهایی برای حل مسائل FFLP شرح داده می شود.

در فصل چهارم یک روش جدید برای حل مسائل برنامه ریزی خطی تماماً فازی پیشنهاد شده است. با توضیح روش پیشنهادی مثالهای عددی حل می شوند و نتایج بدست آمده شرح داده می شوند و برترهای روش پیشنهادی بر روشهای موجود مورد بررسی قرار می گیرد.

در فصل پنجم، با بکاربردن تابع رده بندی برای حل مسائل برنامه ریزی خطی تماماً فازی با قیدهای نامساوی شرح داده می شود. با بکار بردن روش پیشنهادی جواب بهینه فازی مسائل FFLP با قیدهای نامساوی که در موقعیتهای دنیای واقعی اتفاق می افتد می تواند آسانتر بدست آید.

واژه‌های کلیدی:

مسائل برنامه‌ریزی خطی تماماً فازی ـ اعداد فازی مثلثی ـ تابع رده بندی ـ جواب بهینه فازی .

فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

فصل چهارم: یک روش جدید برای حل مسائل برنامه ریزی خطی تماماً فازی

فصل پنجم: جواب بهینه فازی مسائل برنامه ریزی خطی تماماً فازی با قیدهای نامساوی

ضمائم

فصل اول

برنامه ريزي خطي

ومجموعه هاي فازي

مقدمه

برای اولین بار، روشهای بهینه سازی در بررسی مسائل نظامی، همزمان با جنگ جهانی دوم، بطور جدی مورد استفاده قرار گرفت. پس از آن، بعلت موفقیتهای چشمگیری که در زمان جنگ بدست آمد، استفاده از روشهای ریاضی (برنامه ریزی ریاضی) مورد توجه مسئولین صنایع قرار گرفت.چه با استفاده از مدلهای ریاضی، که برای مسائل واقعی ساخته می شود، مدیران قادر بودند با مقدمه ریسک کمتر واطمینان بیشتر، جهت فعالیتهای اقتصادی – صنعتی خود را مشخص نمایند.یکی از مهمترین شاخه های برنامه ریزی ریاضی، برنامه ریزی خطی است، که مربوط می شود به مسئله تخصیص کارایی منابع محدود به فعالیتهای معلوم به منظور نیل به هدفی مطلوب. خصوصیت بارز مدلهای برنامه ریزی خطی این است که در آن توابع هدف و قیود خطی می باشند.

بطور کلی در یک مسئله برنامه ریزی خطی با مسئله زیر مواجه هستیم:

فرض کنید مجموعه ای از m معادله یا نا معادله خطی (محدودیت، قید) با n متغیر داده شده است. می خواهیم مقادیر غیر منفی برای متغیرها طوری پیدا کنیم که، همزمان با برآورده کردن محدودیتهای داده شده، تابعی خطی بر حسب متغیرهای فوق را بیشینه یا کمینه سازد.تا کنون روشهای مختلفی برای حل اینگونه مسائل ارائه شده است. یکی از مهمترین آنها روش سیمپلکس است که توسط دانتزیک[1] ارائه شد.

۱–۱): مبانی برنا مه ریزی خطی

برنامه ریزی خطی یا بهینه سازی خطی اختصاص منابع محدود به فعالیتهای مختلف است، بطوریکه یک تابع هدف کمینه یا بیشینه گردد. خصوصیت بارز در این مدل برنامه ریزی، خطی بودن تابع هدف و تمام قیود مربوطه می باشد. تمایل زیاد به استفاده از این روش بهینه سازی، ناشی از توانایی فوق العاده آن در حل کامپیوتری مسائل با ابعاد بزرگ شامل صدها متغیر وقید مختلف است.

[1] Dantzing

یک مسئله برنامه ریزی خطی برای n متغیر مستقل $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ برای حالت بیشینه سازی بصورت زیر تعریف می شود.

$$\text{Max} \quad Z = a_{01}x_1 + a_{02}x_2 + \ldots + a_{0n}x_n \qquad (۱-۱)$$

$$\text{S.t.} \quad a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \ldots + a_{in}x_n \le b_i \qquad i = 1, \ldots, m \qquad (۲-۱)$$

$$a_{j1}x_1 + a_{j2}x_2 + \ldots + a_{jn}x_n \ge b_j \ge 0 \qquad j = m+1, \ldots, n \qquad (۳-۱)$$

$$a_{k1}x_1 + a_{k2}x_2 + \ldots + a_{kn}x_n = b_k \ge 0 \qquad k = n+1, \ldots, t \qquad (۴-۱)$$

متغیرهای x همواره مثبت فرض می شوند بنابراین n « قید اولیه » بصورت

$$x_1 \ge 0, \; x_2 \ge 0, \ldots, x_n \ge 0 \qquad (۵-۱)$$

نیز باید برقرار باشد. قیود مختلف مسئله که در حالت کلی به تعداد $M = m+n+t$ قید در روابط فوق تعریف شد، «قیود اضافی» نامیده می شوند. طبق تعریف، به یک بردار X شامل یک مجموعه مقادیر غیر منفی $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ که قیود (۱-۲) تا (۱-۵) را اقناع کند یک « جواب شدنی » گویند و یک جواب شدنی که بیشترین مقدار تابع هدف را باعث می شود، « جواب بهینه » نام دارد.

۱-۱-۱): قضیه اساسی بهینه سازی خطی

در حالت کلی برای n متغیر مستقل در فضای n بعدی هر یک از قیود رویه[۱] هایی هستند که فضا را به دو قسمت تقسیم می کنند. برای قیود به صورت نا مساوی یک طرف این رویه فضای شدنی و طرف دیگر فضای غیر شدنی[۲] می باشد. قیود بصورت تساوی فضای شدنی را به نقاط واقع در رویه محدود می کنند. بنابراین فضای شدنی فضایی است که توسط رویه های معرف قیود محدود شده است این فضا از نظر هندسی یک «پلی هدرون[۳] » یا « سیمپلکس » نامیده می شود.

شکل یک مسئله برنامه ریزی خطی عبارت است از :

---

[۱] Hyper plane
[۲] infeasible
[۳] polyhedron

$$\text{Min(Max)} \quad Z=C^{T}X$$
$$\text{subjec to} \quad AX\leq(\geq)b$$
$$X\geq 0$$

مقادیر متغیرهای x_j، $j=1,2,\dots,n$، که در m معادله یا نامعادله خطی (محدودیت) به شکل

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n \ \{\leq = \geq\}\ b_i \qquad i=1,2,\dots,m \qquad (٦-١)$$

صدق نماید. البته، در هر محدودیت یک وتنها یکی از علامتهای "$\geq$"،"$=$" و"$\leq$" برقرار است. علاوه بر محدودیتهای فوق، هر یک از متغیرها باید نا منفی باشد.

($x\geq ٠$، $j = ١,٢,...,n$) قید نا منفی بودن) با توجه به محدودیتهای فوق، می خواهیم تابع خطی زیر را بهینه (بیشینه یا کمینه) سازیم.

$$z=c_1x_1+c_2x_2+\dots+c_nx_n=\sum_{i=1}^{n} c_i\, x_i \qquad (٧-١)$$

تعریف (١-١-١): هر مجموعه از x_j ها ($x_1,x_2,\dots,x_n$) که در محدودیتهای (١-٦) صدق کند یک جواب نامیده میشود. به هر جواب قابل قبول، یک جواب قابل قبول بهینه گفته می شود در صورتی که مقدار z را در (١-٧) بهینه سازد.

برای بدست آمدن جواب قابل قبول بهینه، در یک مسئله برنامه ریزی خطی، روشهای متفاوتی وجود دارد که روش سیمپلکس یکی از آنها است.

هر مسئله برنامه ریزی خطی را می توان به صورت زیر فرمول بندی کرد:

$$Max \quad Z=CX$$
$$s.t. \quad AX=b$$
$$X\geq 0$$