

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

دانشگاه پیام نور
مرکز - تبریز
پایان نامه

برای دریافت درجه کارشناسی ارشد

در رشته ریاضی کاربردی

دانشکده علوم ریاضی

گروه ریاضی کاربردی

عنوان پایان نامه

احاطه رأسی در شبکه‌های پویا

استاد راهنما

دکتر جواد مهری تکمه

استاد مشاور

دکتر محمد چایچی

نگارش

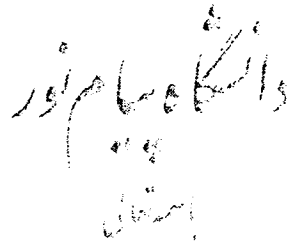
یاشار نعلبند نگارستانی

اسفند ۱۳۸۸

۱۴۱۹۷۴

کتابخانه دانشگاه پیام نور
تبریز

۱۳۸۹/۶/۲۷



تصویب نامه پایان نامه

پایان نامه: احاطه راسی در شبکه های پویا

که توسط آقای یاشار نعلبند نگارستانی تهیه و به هیأت داوران ارائه گردیده است مورد تأیید می باشد.
تاریخ دفاع ۸۸/۱۲/۲۶ نمره: نوزده ۱۹ درجه ارزشیابی: ۷۰

اعضای هیأت داوران:

نام و نام خانوادگی	هیأت داوران	مرتبۀ علمی	امضاء
۱- آقای دکتر جواد مهری	استاد راهنما	استادیار	
۲- آقای دکتر محمد چایچی رقیمی	استاد مشاور	استادیار	
۳- آقای دکتر سید محمود شیخ الاسلامی	استاد داور خارجی	دانشیار	
۴- آقای محسن ساعدی	نماینده گروه علمی		
۵- آقای دکتر سید مهدی عراقی	نماینده تحصیلات تکمیلی	استادیار	

تقدیم به:

یگانه منجی عالم

و تقدیم به:

پدرم که یگانه مظهر استواری است و

مادرم که برترین اسوه بردباری است

هر آنچه که امروز به نام گوهر دانش دارم و به آن می‌بالم ثمرهٔ یک عمر تلاش، تشویق و عشق این دو

فرشتهٔ الهی است و بس.

تشکر و قدر دانی از :

- آقای دکتر مه‌ری به خاطر تهیه فرمت این پایان نامه و زحمات فراوانشان.
- آقای دکتر میر نیا به خاطر راهنمایی در ترجمه بعضی از عبارات.
- آقای اس. فوجیتا^۱ به خاطر ارسال مقالات، و راهنمایی در بعضی از مطالب این پایان نامه.
- آقای دکتر عبادا... محمودیان به خاطر ارسال واژه نامه گراف.
- آقای جی. جی. چنگ^۲ به خاطر ارسال مقاله و راهنمایی در یکی از نکات این پایان نامه.
- آقای دیوید اس. جانسون^۳ به خاطر راهنمایی در اثبات یکی از قضایا.
- آقای جی. دبلیو چنگ^۴ به خاطر ارسال مقاله.
- آقای آر. سی. تی. لی^۵ به خاطر ارسال مقاله.
- آقای راب دبلیو. ایروینگ^۶ به خاطر ارسال مقاله.
- آقای دکتر چایچی و همه کسانی که در تهیه این پایان نامه مرا یاری کردند.

S. Fujita^۱

G.J.Chang^۲

David S. Johnson^۳

G.W.Cheng^۴

R.C.T.Lee^۵

Rob W. Irving^۶

نام خانوادگی دانشجو: نعلبند نگارستانی	نام: یاشار	شماره دانشجویی: ۸۶۸۱۰۱۶۴۷۸
عنوان: احاطه رأسی در شبکه‌های پویا		
استاد راهنما: دکتر جواد مهری تکمه استاد مشاور: دکتر محمد چایچی		
مقطع تحصیلی: کارشناسی ارشد	رشته: ریاضی کاربردی	گرایش: آنالیز عددی
دانشکده علوم ریاضی	تاریخ فارغ التحصیلی: اسفند ۱۳۸۸	تعداد صفحه: ۱۴۳
کلید واژه‌ها: مجموعه احاطه‌گر، شبکه پویا، نقص، گرافهای منظم		
<p style="text-align: right;">چکیده</p> <p>این پایان نامه مسئله احاطه رأسی را در شبکه‌های پویا بررسی می کند، که در آن امکان تغییر پویای مجموعه رئوس، مجموعه یالها و وزنها داده می شود، به ویژه ما دو مسئله زیر، که ناشی از مطرح کردن احاطه رأسی در شبکه‌های پویا است را بررسی خواهیم کرد: (۱) چگونه می توانیم یک پیکربندی مفروض را به یک پیکربندی احاطه‌گر تبدیل کنیم تا هر پیکربندی میانی ایمن باقی بماند. (۲) چگونه می توانیم پیچیدگی محاسبات مسئله احاطه رأسی را کاهش دهیم؟</p>		

فهرست مطالب

۱۱	مقدمه
۱۲		پیشینه پژوهش ۱
۱۲	۱.۱ مفاهیمی از نظریهٔ گراف
۱۶	۲.۱ مقدمه ای بر نظریهٔ NP
۲۰	۳.۱ مقدمه ای بر مفاهیم بهینه سازی
۲۰	۱.۳.۱ برنامه ریزی خطی
۲۱	۲.۳.۱ برنامه ریزی صحیح خطی
۲۲	۴.۱ مجموعه های احاطه گر
۲۲	۱.۴.۱ وزیرهای احاطه گر
۲۳	۲.۴.۱ مجموعه های احاطه گر در گرافها

۲۵	خاصیت NP -کامل مجموعه‌های احاطه‌گر	۳.۴.۱
۲۷	مجموعه‌های احاطه‌گر وزن دار	۴.۴.۱
۲۹	کاربردهای مجموعه‌های احاطه‌گر	۵.۴.۱
۳۰	مدل سازی مجموعه‌های احاطه‌گر	۶.۴.۱
۳۰	شبکه‌ها و شبکه‌های پویا	۵.۱
۳۱	شبکه‌های بی سیم	۱.۵.۱
۳۱	شبکه‌های موردی	۲.۵.۱
۳۴	شبکه‌های توزیع شده	۳.۵.۱
۳۴	شبکه‌های نظیر به نظیر	۴.۵.۱

۲ همگرایی در یک پیکربندی مفروض

۳۷	تبدیل پذیری تک-گام	۱.۲
۳۹	تبدیل پذیری دوبه دو	۲.۲

۳ مجموعه‌های احاطه‌گر در شبکه‌های پویا

۶۰	تغییرات دریالها	۱.۳
۶۱	اضافه شدن یک یال وتر	۱.۱.۳
۶۱	اضافه شدن یک یال حلقه	۲.۱.۳
۶۲	حذف شدن یک یال وتر	۳.۱.۳

۶۵	حذف شدن یک یال حلقه	۴.۱.۲
۶۸	تغییرات در رئوس	۲.۲
۶۸	اضافه شدن یک رأس جدید	۱.۲.۲
۷۵	حذف شدن یک رأس	۲.۲.۲
۷۸	تغییرات در وزن‌ها	۳.۲
۷۸	حالت رأس وزن دار	۱.۳.۲
۷۹	حالت رأس یال وزن دار	۲.۳.۲
۸۰	مثال	۴.۲

۴ افراز دما تیک

۸۹		
۹۰	افراز دما تیک و π -پیگر بندی	۱.۴
۹۳	خاصیت NP -کامل	۲.۴
۹۶	گراف‌های منظم	۳.۴
۹۶	حلقه‌ها	۱.۳.۴
۹۷	گراف‌های مکعبی	۲.۳.۴

۱۰۹ خواص پایه‌ای ۱.۵

۱۱۵ گرافهای منظم ۲.۵

۱۱۵ حلقه‌ها ۱.۲.۵

۱۱۶ گراف‌های مکعبی ۲.۲.۵

۱۲۵ ۶ نتایج و مسائل باز

۱۲۵ نتایج ۱.۶

۱۲۵ مسائل باز ۲.۶

۱۲۷ واژه نامه تخصصی

۱۲۷ واژه نامه انگلیسی به فارسی ۲.۶

۱۳۱ واژه نامه فارسی به انگلیسی ۴.۶

۱۴۱ فهرست علائم

فهرست شکلها

۱۹	رابطه بین کلاسهای مختلف	۱.۱
۲۲	وزیرهای احاطه	۱.۲
۲۴	گراف G و مجموعه احاطه گر $S_1 = \{1, 3, 5\}$ برای آن	۱.۳
۲۶	تبدیل از $SAT - 3$ به DS	۱.۴
		(آ) یک شبکه با زیرساختهای ثابت، (ب) شبکه‌های موردی که با شبکه‌های ثابت ارتباط دارند، (پ) شبکه‌های موردی	۱.۵
۳۲		
۳۴		شبکه موردی استفاده شده در صنایع دفاعی برای برقراری ارتباط با تجهیزات دفاعی	۱.۶
۳۵	یک شبکه موردی که در سیستم اعلام خطر جاده‌ای به کار رفته است.	۱.۷

۳۶	یک شبکه نظیر به نظیر.	۱.۸
۳۸	$S_2 = \{b, c\} \rightarrow S_3 = \{b, d\}$ و $S_1 = \{a, c\} \rightarrow S_2 = \{b, c\}$	۲.۱
۳۹	$(a)S'_1 = \{a, c, d\} \rightarrow (b)\{a, c, a\} \rightarrow (c)\{c, d, a\} \rightarrow (d)\{b, d, a\} = S'_2$	۲.۲
۴۲	درخت T_0 با $m = 3$	۲.۳
۴۴	گراف G_3	۲.۴
۴۵	یک نمونه از گراف G_r به ازای $r = 4$	۲.۵
۴۷	یک نمونه از R_n به ازای $n = 22$	۲.۶
۴۹	تبدیل پذیری دوبه دوبه برای حالت‌های $n = 7$ و $n = 4$	۲.۷
۵۱	تبدیل پذیری دوبه دوبه برای حالت‌های $n = 9$ و $n = 6$	۲.۸
۵۲	گراف G ، (ب) گراف G'	۲.۹
۵۳	گراف G' ، (ب) گراف G''	۲.۱۰

۲.۱۱ (آ) توسط u_4 احاطه می‌شود، (ب) توسط u_5 احاطه می‌شود. ۵۴

۳.۱ (آ) با حذف شدن $\{u, v\}$ رأس u یک گره ناپایدار خواهد بود. (ب) با حذف شدن $\{u, v\}$ رئوس u و v گره پایدار خواهند بود. ۶۰

۳.۲ (آ) با حذف $\{u, v\}$ رأس u یک گره پایدار خواهد بود. (ب) با حذف $\{u, v\}$ رأس u یک گره پایدار خواهد بود. ۶۲

۳.۳ (آ) با حذف $\{u, v\}$ رئوس u و v گره پایدار خواهند بود. (ب) با حذف $\{u, v\}$ رأس u یک گره پایدار خواهد بود. ۶۵

۳.۴ (آ) با حذف $\{u, v\}$ رأس u یک گره پایدار خواهد بود. (ب) با حذف $\{u, v\}$ رأس u یک گره ناپایدار خواهد بود. ۶۸

۳.۵ گراف همیلتونی G با ۲۴ رأس و مجموعه احاطه‌گر $S_1 = \{1, 4, 8, 11, 13, 16, 19, 21, 23\}$ برای آن. ۸۰

۳.۶ گراف G_2 حاصل از اضافه شدن $\{23, 5\}$ به G و حذف $\{12, 22\}$ و $\{11, 3\}$ از گراف حاصل. ۸۱

۳.۷ (آ) گراف $(G_2^1)'$ حاصل از اعمال نقش ۱ به G_2^1 ، (ب) جنگل $(G_2^1)''$ که از $(G_2^1)'$ به دست آمده است. ۸۲

۳.۸ (آ) درخت T_1 ، (ب) گراف G_2^2 با مجموعه $S_1^1 = \{1, 4, 8, 11, 13, 15, 16, 19, 22\}$. . . ۸۲

۳.۹ (آ) گراف $(G_2^2)'$ حاصل از اعمال نقش ۱ به G_2^2 ، (ب) جنگل $(G_2^2)''$ که از $(G_2^2)'$. . . ۸۳

به دست آمده است.

۳.۱۰ (آ) درخت T_2 ، (ب) گراف G_2^3 با مجموعه $S_1^2 = \{1, 4, 6, 8, 11, 13, 16, 19, 22\}$. . . ۸۴

۳.۱۱ (آ) گراف $(G_2^3)'$ حاصل از اعمال نقش ۱ به G_2^3 ، (ب) گراف G_3 حاصل از حذف . . . ۸۴

$\{6, 16\}$ از G_2

۳.۱۲ دنباله تبدیلهای تک-گام برای تبدیل S_3 به S_3' : $(\bar{A})S_3$ ، (ب) S_3^1 ، (پ) S_3^2 و . . . ۸۵

(ت) S_3'

۳.۱۳ (آ) گراف G_4 حاصل از حذف $\{21, 22\}$ از G_3 ، (ب) گراف G_5 حاصل از اضافه . . . ۸۶

شدن رأس 25 به G_4

۳.۱۴ (آ) S_5^1 ، (ب) $S_5^2 = S_5'$ ۸۷

۳.۱۵ (آ) گراف G_6 حاصل از حذف 11 از گراف G_5 ، (ب) گراف G_7 حاصل از اضافه . . . ۸۷

کردن یال $\{10, 12\}$ به G_6 و برچسب گذاری مجدد رئوس G_7

- ۳.۱۶ (آ) وزنه‌های گراف G_7 در لحظه $t = t''$ ، (ب) گراف G_7 با مجموعه‌ی احاطه‌گر D_2
 در لحظه $t = t''$ ۸۸
- ۴.۱ گراف G با $d(G) = 5$ ۹۰
- ۴.۲ تولید گراف G' از گراف G برای تحویل $3\text{-DNP} \preceq 3\text{-COLOR}$ ۹۴
- ۴.۳ گراف مبدل A که در تبدیل 3-EDGE-COLOR به 4-CDNP استفاده می‌شود. ۹۸
- ۴.۴ یک تبدیل که در اثبات \mathcal{NP} -کامل بودن 4-CDNP استفاده می‌شود. ۱۰۰
- ۴.۵ گراف G که نمونه $(u_1 + u_2 + u_3)(u_1 + u'_2 + u'_3)(u'_1 + u'_2 + u_3)$ از 3-SAT به
 آن تبدیل شده است. ۱۰۲
- ۴.۶ شکافتن رئوس که در تبدیل استفاده شده است. ۱۰۵
- ۴.۷ گراف مبدل که در تبدیل G' به یک گراف مکعبی به کار می‌رود. ۱۰۶
- ۴.۸ تبدیل G' به G'' ۱۰۷
- ۵.۱ $\mathcal{V} = \{\{1, 2\}, \{4, 7\}, \{3, 6, 5, 8\}\}$ یک $(3, 1)\text{-DDP}$ ۱۰۹

۵.۲ یک گراف مکعبی شامل ده رأس که هیچ $DDP(9,5)$ ندارد. ۱۱۲

۵.۳ یک مؤلفه از یک گراف مکعبی که هیچ $DDP(7,3)$ ندارد. ۱۲۰

مقدمه

مجموعه‌های احاطه‌گر خواص و کاربردهای جالب توجهی دارند، و به این خاطر در دهه‌های اخیر مورد توجه قرار گرفته، و از جنبه‌های مختلف نظری و کاربردی مورد مطالعه قرار گرفته‌اند. از جنبه‌های نظری، می‌توان به بررسی خواص آنها در گرافهای مختلف، اشاره کرد. برای مثال به [BaBaSl88]، [CoHe75]، [CoHe77]، [HaHeSl98]، [LiSt90]، [YeLe90] نگاه کنید. همچنین بررسی پیچیدگی محاسباتی پیدا کردن یک مجموعه احاطه‌گر با تعداد اعضای مفروض، مورد توجه بوده است. برای مثال به [GaJo79]، [Ir91]، [?] نگاه کنید. همچنین در برخی از مقالات مانند [GaJo79]، [AtMaUr88]، [Be88]، [ChRaCo93]، [LuHoCh90]، الگوریتم‌هایی از زمان چند جمله‌ای برای پیدا کردن مجموعه‌های احاطه‌گر با کمترین تعداد اعضا ارائه شده است. از جنبه‌های کاربردی هم می‌توان به مسئله تخصیص منابع در شبکه‌ها، مثل تخصیص فایل‌ها در یک شبکه کامپیوتری، یا مسئله تخصیص مسیر در شبکه‌های ارتباطی بی‌سیم اشاره کرد. برای نمونه به [FuYaKa00]، [Fu06]، [DaWu04]، [GuKh96]، [WuLi00]، و [Wu02] مراجعه کنید. شبکه‌های پویا، شبکه‌هایی هستند که در آنها امکان تغییر مجموعه رئوس، مجموعه یالها و مجموعه وزنها وجود دارد. پویایی در شبکه‌های واقعی به طور گسترده مشاهده می‌شود.

در این پایان نامه ابتدا شرایطی را بررسی می‌کنیم که برای اعمال مفهوم مجموعه‌های احاطه‌گر در یک محیط پویا با یک وضعیت ایمن و مؤثر لازم هستند. سپس مجموعه‌های احاطه‌گر را در شبکه‌های پویا اعمال می‌کنیم، و مجموعه‌های احاطه‌گری را که شبکه‌هایی با وزنها متغیر را احاطه می‌کنند، را مدل سازی می‌کنیم. سپس مسئله فوق را تعمیم داده، پیچیدگی محاسباتی آنرا حساب می‌کنیم، و اگر پیچیدگی محاسباتی زیاد بود، بررسی می‌کنیم که آیا می‌توان این پیچیدگی محاسباتی را کاهش داد یا نه؟

پیشینه پژوهش

۱.۱ مفاهیمی از نظریهٔ گراف

فرض کنید $G = (V(G), E(G))$ ، یک گراف با مجموعهٔ متناهی از رئوس $V(G)$ و مجموعهٔ یالهای $E(G)$ باشد. تعداد اعضای $V(G)$ مرتبهٔ $^1 G$ نامیده می‌شود و با $|V(G)|$ نشان داده می‌شود، همچنین تعداد اعضای $E(G)$ اندازهٔ $^2 G$ نامیده می‌شود و با $|E(G)|$ نشان داده می‌شود. G یک گراف ساده است، اگر هیچ طوقه 3 یا یال موازی 4 نداشته باشد. گراف کامل 5 گراف ساده ای است که هر دو رأسش مجاورند. اگر مجموعهٔ رئوس یک گراف را بتوانیم به دو مجموعهٔ X و Y چنان افراز کنیم که هر یال گراف، یک انتهایش در X و انتهای دیگرش در Y باشد، آنگاه گراف را دو بخشی 6 نامیده و با $G[X, Y]$ نشان می‌دهیم. اگر $G[X, Y]$ گراف ساده باشد و هر رأس در X با هر رأس در Y مرتبط باشد آنگاه G

Order¹Size²Loop³Parallel edge⁴Complete graph⁵Bipartite graph⁶

را یک گراف دو بخشی کامل گویند. یک ستاره^۷، گراف دو بخشی کامل $G[X, Y]$ است که در آن $|X| = 1$ یا $|Y| = 1$. فرض کنید $v \in V(G)$ ، همسایگی باز^۸ عبارت است از مجموعه رئوس مجاور v در گراف G و با $N(v)$ نشان داده می شود، به عبارت دیگر، $N(v) = \{u \in V(G) : \{u, v\} \in E(G)\}$ ، و همسایگی بسته^۹ عبارت است از $N[v] = N(v) \cup \{v\}$. اگر $S \subseteq V$ ، همسایگی باز S ، $N(S)$ ، عبارت است از $N(S) = \bigcup_{v \in S} N(v)$ ، و همسایگی بسته^{۱۰} S ، $N[S]$ ، عبارت است از $N[S] = N(S) \cup S$. اگر $S \subseteq V(G)$ و $u \in S$ آنگاه رأس v یک همسایه خصوصی^{۱۰} u (نسبت به S) است، اگر $N[v] \cap S = \{u\}$. درجه رأس v با $deg(v)$ نشان داده می شود و عبارت است از تعداد یالهائی که با v برخورد دارند، یا به طور معادل، $deg(v) = |N(v)|$. یک رأس از درجه صفر، رأس تنها^{۱۱} نامیده می شود. بزرگترین و کوچکترین درجه گراف G را به ترتیب با $\Delta(G)$ و $\delta(G)$ نشان می دهیم. اگر $\delta(G) = \Delta(G) = r$ آنگاه گراف G یک گراف r -منظم نامیده می شود. یک گشت^{۱۲} به طول k عبارتست از یک دنباله $W = u_0, e_1, u_1, e_2, \dots, u_{k-1}, e_k, u_k$ از رئوس و یالها که در آن $e_i = \{u_{i-1}, u_i\}$. یک گشت با k یال متمایز، یک گذر^{۱۳} نامیده می شود، و یک گشت با $k + 1$ رأس متمایز u_0, u_1, \dots, u_k یک مسیر^{۱۴} نامیده می شود، و اگر $u_0 = u_k$ و u_1, u_2, \dots, u_{k-1} متمایز باشند، آنگاه گذر W یک دور^{۱۵} است. طول یک دور یا مسیر تعداد یالهائش است. یک دور به طول k ، k -دور و یک مسیر به طول k ، k -مسیر نامیده می شود. مسیر یا دور با توجه به زوج یا فرد بودن تعداد یالهائش، زوج یا فرد نامیده می شود. اگر $u_0 = v$ و $u_k = x$ آنگاه W یک $v - x$ گشت به طول k است. گراف G همبند^{۱۶} است، اگر به ازای هر $v, x \in V(G)$ یک

Star⁷Open neighborhood⁸Closed neighborhood⁹Private neighbor¹⁰Isolate vertex¹¹Walk¹²Trail¹³Path¹⁴Cycle¹⁵Connected¹⁶

$v - x$ مسیر داشته باشیم، در غیر این صورت G ناهمبند^{۱۷} است. اگر $v, x \in V(G)$ ، فاصله بین v و x با نماد $d_G(v, x)$ نشان داده می‌شود و عبارتست از کمترین طول یک $v - x$ گشت در G . یک گراف بدون دور، جنگل^{۱۸} نامیده می‌شود و یک گراف همبند که هیچ دوری ندارد یک درخت^{۱۹} نامیده می‌شود. در هر درخت، هر رأس از درجه دقیقاً یک، برگ^{۲۰} نامیده می‌شود. گراف F زیر گراف، گراف G است، اگر $V(F) \subseteq V(G)$ و $E(F) \subseteq E(G)$. گراف F زیر گراف فراگیر، گراف G است، اگر $V(F) = V(G)$ و $E(F) \subseteq E(G)$. اگر X یک مجموعه از رئوس G باشد، آنگاه زیر گراف G القاء شده به وسیله X ، $G[X]$ ، عبارت است از گرافی که مجموعه رئوسش X است و مجموعه یالهای متشکل از یالهایی از G است که دو انتهایشان در X قرار دارند.

گراف G گراف همیلتونی است، اگر یک دور فراگیر (یا دور همیلتونی) داشته باشد. در گراف G ، مجموعه $S \subset V(G)$ ، مجموعه مستقل است، اگر هیچ دو رأس S مجاور نباشند. عدد استقلال گراف G ، عبارت است از بیشترین تعداد یک مجموعه مستقل در G و با $\beta_0(G)$ نشان داده می‌شود. S یک مجموعه مستقل ماکزیمال در گراف G است، اگر هیچ رأس $v \in V(G) - S$ وجود نداشته باشد، به طوری که $S \cup \{v\}$ یک مجموعه مستقل باشد. کوچکترین k -ای که بتوانیم افزاز $\{S_1, \dots, S_k\} = \mathcal{V}$ از V را بدست آوریم، به طوری که هر S_i یک مجموعه مستقل باشد، عدد رنگی گراف G نامیده می‌شود و با $\chi(G)$ نشان داده می‌شود. یک k -رنگ آمیزی رأسی^{۲۱} یا به طور ساده k -رنگ آمیزی گراف G عبارت است از نسبت دادن k رنگ به رئوس گراف به طوری که هیچ دو رأس مجاور رنگ یکسان نداشته باشند. واضح است که اگر تمامی رئوسی که رنگ یکسانی دارند را در یک مجموعه قرار دهیم، آن مجموعه یک مجموعه مستقل است. یک k -رنگ آمیزی یالی^{۲۲} عبارت است از نسبت دادن k رنگ به یالهای گراف

Disconnected¹⁷Forest¹⁸Tree¹⁹Leaf²⁰ k -vertex-colouring²¹ k -edge-colouring²²