بسم الله الرحمن الرحيم

دانشگاه پیام نور

مرکز تبریز

پایان نامه

برای دریافت درجه کارشناسی ارشد

در رشته ریاضی کاربردی

دانشکده علوم ریاضی

گروه ریاضی کاربردی

عنوان پایان نامه

احاطهٔ رأسی در شبکه‌های پویا

استاد راهنما

دکتر جواد مهری تکمه

استاد مشاور

دکتر محمد چایچی

نگارش

یاشار نعلبند نگارستانی

اسفند ۱۳۸۸

تصویب نامه پایان نامه

پایان نامه: **احاطه راسی در شبکه های پویا**

که توسط **آقای یاشار نعلبند نگارستانی** تهیه و به هیأت داوران ارائه گردیده است مورد تأیید می باشد.

تاریخ دفاع **۸۸/۱۲/۲۶** **نمره:** نوزده ۱۹ **درجه ارزشیابی:** عالی

اعضای هیأت داوران:

نام و نام خانوادگی	هیأت داوران	مرتبه علمی	امضاء
۱- آقای دکتر جواد مهری	استاد راهنما	استادیار	
۲- آقای دکتر محمد چایچی رقیمی	استاد مشاور	استادیار	
۳- آقای دکتر سید محمود شیخ الاسلامی	استاد داور خارجی	دانشیار	
۴- آقای محسن ساعدی	نماینده گروه علمی		۸۸/۱۲/۲۶
۵- آقای دکتر سید مهدی عراقی	نماینده تحصیلات تکمیلی	استادیار	

تقدیم به:

یگانه منجی عالم

و تقدیم به:

پدرم که یگانه مظهر استواری است و

مادرم که برترین اسوهٔ بردباری است

هر آنچه که امروز به نام گوهر دانش دارم و به آن می‌بالم ثمرهٔ یک عمر تلاش، تشویق و عشق این دو فرشتهٔ الهی است و بس.

تشکر و قدر دانی از :

- آقای دکتر مهری به خاطر تهیهٔ فرمت این پایان نامه و زحمات فراوانشان.
- آقای دکتر میر نیا به خاطر راهنمائی در ترجمهٔ بعضی از عبارات.
- آقای اس. فوجیتا[۱] به خاطر ارسال مقالات، و راهنمائی در بعضی از مطالب این پایان نامه.
- آقای دکتر عبادا... محمودیان به خاطر ارسال واژه نامهٔ گراف.
- آقای جی. جی. چنگ[۲] به خاطر ارسال مقاله و راهنمائی در یکی از نکات این پایان نامه.
- آقای دیوید اس. جانسون[۳] به خاطر راهنمائی در اثبات یکی از قضایا.
- آقای جی. دبیلیو چنگ[۴] به خاطر ارسال مقاله.
- آقای آر. سی. تی. لی[۵] به خاطر ارسال مقاله.
- آقای راب دبیلیو. ایروینگ[۶] به خاطر ارسال مقاله.
- آقای دکتر چایچی و همهٔ کسانی که در تهیهٔ این پایان نامه مرا یاری کردند.

---

[۱] S. Fujita

[۲] G.J.Chang

[۳] David S. Johnson

[۴] G.W.Cheng

[۵] R.C.T.Lee

[۶] Rob W. Irving

نام خانوادگی دانشجو: نعلبند نگارستانی نام: یاشار شمارهٔ دانشجوئی: ۸۶۸۱۰۱۶۴۷۸

عنوان: احاطهٔ رأسی در شبکه‌های پویا

استاد راهنما : دکتر جواد مهری تکمه

استاد مشاور: دکتر محمد چایچی

مقطع تحصیلی: کارشناسی ارشد رشته: ریاضی کاربردی گرایش: آنالیز عددی دانشگاه پیام نور

دانشکده علوم ریاضی تاریخ فارغ‌التحصیلی: اسفند ۱۳۸۸ تعداد صفحه: ۱۴۳

کلید واژه‌ها: مجموعهٔ احاطه‌گر، شبکهٔ پویا، نقص، گرافهای منظم

چکیده

این پایان نامه مسئلهٔ احاطهٔ رأسی را در شبکه‌های پویا بررسی می کند، که در آن امکان تغییر پویای مجموعهٔ رئوس، مجموعهٔ یالها و وزنها داده می‌شود، به ویژه ما دو مسئلهٔ زیر، که ناشی از مطرح کردن احاطهٔ رأسی در شبکه‌های پویا است را بررسی خواهیم کرد: ۱) چگونه می توانیم یک پیکربندی مفروض را به یک پیکربندی احاطه‌گر تبدیل کنیم تا هر پیکربندی میانی ایمن باقی بماند. ۲) چگونه می توانیم پیچیدگی محاسبات مسئلهٔ احاطهٔ رأسی را کاهش دهیم ؟

فهرست مطالب

فهرست شکلها

مقدمه

مجموعه‌های احاطه‌گر خواص و کاربردهای جالب توجهی دارند، و به این خاطر در دهه‌های اخیر مورد توجه قرار گرفته، و از جنبه‌های مختلف نظری و کاربردی مورد مطالعه قرار گرفته‌اند. از جنبه‌های نظری، می‌توان به بررسی خواص آنها در گرافهای مختلف، اشاره کرد. برای مثال به [BaBaSl88]، [CoHe75]، [CoHe77]، [HaHeSl98]، [LiSt90]، [YeLe90] نگاه کنید. همچنین بررسی پیچیدگی محاسباتی پیدا کردن یک مجموعهٔ احاطه‌گر با تعداد اعضای مفروض، مورد توجه بوده است. برای مثال به [GaJo79]، [Ir91]، [?] نگاه کنید. همچنین در برخی از مقالات مانند [GaJo79]، [AtMaUr88]، [Be88]، [ChRaCo93]، [LuHoCh90]، الگوریتم‌هائی از زمان چند جمله‌ای برای پیدا کردن مجموعه‌های احاطه‌گر با کمترین تعداد اعضاء ارائه شده است. از جنبه‌های کاربردی هم می‌توان به مسئلهٔ تخصیص منابع در شبکه‌ها، مثل تخصیص فایل‌ها در یک شبکهٔ کامپیوتری، یا مسئلهٔ تخصیص مسیر در شبکه‌های ارتباطی بی‌سیم اشاره کرد. برای نمونه به [FuYaKa00]، [Fu06]، [DaWu04]، [GuKh96]، [WuLi00]، و [Wu02] مراجعه کنید.

شبکه‌های پویا، شبکه‌هائی هستند که در آنها امکان تغییر مجموعهٔ رئوس، مجموعهٔ یالها و مجموعهٔ وزنها وجود دارد. پویائی در شبکه‌های واقعی به طور گسترده مشاهد می‌شود.

در این پایان نامه ابتدا شرایطی را بررسی می‌کنیم که برای اعمال مفهوم مجموعه‌های احاطه‌گر در یک محیط پویا با یک وضعیت ایمن و مؤثر لازم هستند. سپس مجموعه‌های احاطه‌گر را در شبکه‌های پویا اعمال می‌کنیم، و مجموعه‌های احاطه‌گری را که شبکه‌هائی با وزنهای متغیر را احاطه می‌کنند، را مدل سازی می‌کنیم. سپس مسئلهٔ فوق را تعمیم داده، پیچیدگی محاسباتی آنرا حساب می‌کنیم، و اگر پیچیدگی محاسباتی زیاد بود، بررسی می‌کنیم که آیا می‌توان این پیچیدگی محاسباتی را کاهش داد یا نه؟

فصل ۱

پیشینهٔ پژوهش

۱.۱ مفاهیمی از نظریهٔ گراف

فرض کنید $G = (V(G), E(G))$، یک گراف با مجموعهٔ متناهی از رئوس $V(G)$ و مجموعهٔ یالهای $E(G)$ باشد. تعداد اعضای $V(G)$ مرتبهٔ[1] G نامیده می‌شود و با $|V(G)|$ نشان داده می‌شود، همچنین تعداد اعضای $E(G)$ اندازهٔ[2] G نامیده می‌شود و با $|E(G)|$ نشان داده می‌شود. G یک گراف ساده است، اگر هیچ طوقه[3] یا یال موازی [4] نداشته باشد. گراف کامل[5] گراف ساده ای است که هر دو رأسش مجاورند. اگر مجموعهٔ رئوس یک گراف را بتوانیم به دو مجموعهٔ X و Y چنان افراز کنیم که هر یال گراف، یک انتهایش در X و انتهای دیگرش در Y باشد، آنگاه گراف را دو بخشی[6] نامیده و با $G[X, Y]$ نشان می‌دهیم. اگر $G[X,Y]$ گراف ساده باشد و هر رأس در X با هر رأس در Y مرتبط باشد آنگاه G

Order[1]

Size[2]

Loop[3]

Parallel edge[4]

Complete graph[5]

Bipatite graph[6]

را یک گراف دو بخشی کامل گویند. یک ستاره[7]، گراف دو بخشی کامل $G[X,Y]$ است که در آن $|X| = 1$ یا $|Y| = 1$. فرض کنید $v \in V(G)$، همسایگی باز[8] v عبارت است از مجموعهٔ رئوس مجاور v در گراف G و با $N(v)$ نشان داده می‌شود، به عبارت دیگر، $N(v) = \{u \in V(G) : \{u.v\} \in E(G)\}$، و همسایگی بستهٔ[9] v عبارت است از $N[v] = N(v) \cup \{v\}$. اگر $S \subseteq V$، همسایگی باز S، $N(S)$، عبارت است از $N(S) = \bigcup_{v\in S} N(v)$، و همسایگی بستهٔ S، $N[S]$، عبارت است از $N[S] = N(S) \cup S$. اگر $S \subseteq V(G)$ و $u \in S$ آنگاه رأس v یک همسایهٔ خصوصی[10] u (نسبت به S) است، اگر $N[v] \cap S = \{u\}$.
درجهٔ رأس v با $deg(v)$ نشان داده می‌شود و عبارت است از تعداد یالهائی که با v برخورد دارند، یا به طور معادل، $deg(v) = |N(v)|$. یک رأس از درجهٔ صفر، رأس تنها[11] نامیده می‌شود. بزرگترین و کوچکترین درجهٔ گراف G را به ترتیب با $\Delta(G)$ و $\delta(G)$ نشان می‌دهیم. اگر $\delta(G) = \Delta(G) = r$، آنگاه گراف G یک گراف r-منظم نامیده می‌شود. یک گشت[12] به طول k عبارتست از یک دنبالهٔ $W = u_0, e_1, u_1, e_2, \ldots, u_{k-1}, e_k, u_k$ از رئوس و یالها که در آن $e_i = \{u_{i-1}, u_i\}$. یک گشت با k یال متمایز، یک گذر[13] نامیده می‌شود، و یک گشت با $k+1$ رأس متمایز $u_0, u_1, \ldots, u_k$ یک مسیر[14] نامیده می‌شود، و اگر $u_0 = u_k$ و $u_1, u_2, \ldots, u_{k-1}$ متمایز باشند، آنگاه گذر W یک دور[15] است. طول یک دور یا مسیر تعداد یالهایش است. یک دور به طول k، k-دور و یک مسیر به طول k، k-مسیر نامیده می‌شود. مسیر یا دور با توجه به زوج یا فرد بودن تعداد یالهایش، زوج یا فرد نامیده می‌شود. اگر $u_0 = v$ و $u_k = x$، آنگاه W یک $v - x$ گشت به طول k است. گراف G همبند[16] است، اگر به ازای هر $v, x \in V(G)$، یک

Star[7]

Open neighborhood[8]

Closed neighborhood[9]

Private neighbor[10]

Isolate vertex[11]

Walk[12]

Trail[13]

Path[14]

Cycle[15]

Connected[16]

$v-x$ مسیر داشته باشیم، در غیر این صورت G ناهمبند[17] است. اگر $v,x \in V(G)$، فاصلهٔ بین v و x با نماد $d_G(v,x)$ نشان داده می‌شود و عبارتست از کمترین طول یک $v-x$ گشت در G. یک گراف بدون دور، جنگل[18] نامیده می‌شود و یک گراف همبند که هیچ دوری ندارد یک درخت[19] نامیده می‌شود. در هر درخت، هر رأس از درجهٔ دقیقاً یک، برگ[20] نامیده می‌شود. گراف F زیر گراف، گراف G است، اگر $V(F) \subseteq V(G)$ و $E(F) \subseteq E(G)$. گراف F زیر گراف فراگیر، گراف G است، اگر $V(F) = V(G)$ و $E(F) \subseteq E(G)$. اگر X یک مجموعه از رئوس G باشد، آنگاه زیر گراف G القاء شده به وسیلهٔ X، $G[X]$، عبارت است از گرافی که مجموعهٔ رئوسش X است و مجموعهٔ یالهایش متشکل از یالهائی از G است که دو انتهایشان در X قرار دارند.

گراف G گراف همیلتونی است، اگر یک دور فراگیر (یا دور همیلتونی) داشته باشد. در گراف G، مجموعهٔ $S \subset V(G)$، مجموعهٔ مستقل است، اگر هیچ دو رأس S مجاور نباشند. عدد استقلال گراف G، عبارت است از بیشترین تعداد یک مجموعهٔ مستقل در G و با $\beta_0(G)$ نشان داده می‌شود. S یک مجموعهٔ مستقل ماکزیمال در گراف G است، اگر هیچ رأس $v \in V(G) - S$، وجود نداشته باشد، به طوری که $S \cup \{v\}$ یک مجموعهٔ مستقل باشد. کوچکترین k-ای که بتوانیم افراز $\mathcal{V} = \{S_1, ..., S_k\}$ از V را بدست آوریم، به طوری که هر S_i یک مجموعهٔ مستقل باشد، عدد رنگی گراف G نامیده می‌شود و با $\chi(G)$ نشان داده می‌شود. یک k-رنگ آمیزی رأسی[21] یا به طور ساده k-رنگ آمیزی گراف G عبارت است از نسبت دادن k رنگ به رئوس گراف به طوری که هیچ دو رأس مجاوری رنگ یکسان نداشته باشند. واضح است که اگر تمامی رئوسی که رنگ یکسانی دارند را در یک مجموعه قرار دهیم، آن مجموعه یک مجموعهٔ مستقل است. یک k-رنگ آمیزی یالی[22] عبارت است از نسبت دادن k رنگ به یالهای گراف

---

[17] Disconnected

[18] Forest

[19] Tree

[20] Leaf

[21] k-vertex-colouring

[22] k-edge-colouring