

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

دانشکده علوم پایه  
گروه فیزیک  
(گرایش حالت جامد)

بررسی حرکت نانو ذرات در سیال با استفاده از  
نرم افزارهای اسپرسو و گرومکس

از

سعید اکبرشاهی

اساتید راهنما

دکتر سید محمد روضاتی

دکتر سید نادر رسولی

دی ۱۳۹۰

**تقدیم به :**

**پدر و مادر عزیزم که در تمام مراحل زندگی حامی و پشتیبان من بوده‌اند  
و هستند.**

بررسی حرکت نانو ذرات در سیال با استفاده از نرم افزارهای اسپرسو و گرومکس

سعید اکبرشاهی

حرکت نانو ذرات کلونیدی تحت میدان الکتریکی در سیال (الکتروفورز)، وابستگی زیادی به لایه دوگانه الکتریکی اطراف سطح باردار کلونید کروی مورد بررسی دارد. در اکثر شبیه سازی های انجام شده معمولا از ساختار گسسته آب و یونها صرف نظر می شود و آنها را به طور پیوسته در نظر می گیرند یا حداکثر گسستگی یونها را در نظر می گیرند که رفتار ساختار ریز لایه دوگانه اطراف کلونید را نمی تواند بدرستی نشان دهد. ما با در نظر گرفتن گسستگی آب و یونها و سطح باردار کلونید، میدان سرعت آب و چگالی شعاعی یونهای اطراف سطح باردار کلونید را با استفاده از شبیه سازی رایانه ای بدست آوردیم و مقایسه ای با نتایج شبیه سازی های دیگر داشتیم.

**کلید واژه:** نانو ذرات کلونیدی، الکتروفورز، لایه دوگانه الکتریکی، شبیه سازی رایانه ای

## فهرست مطالب

صفحه	عنوان
چ	فهرست شکل ها .....
خ	چکیده فارسی .....
د	چکیده انگلیسی .....
۱	مقدمه .....
۳	فصل اول: مقدمه‌ای بر سیالات .....
۳	۱-۱ مقدمه .....
۴	۲-۱ مدل کردن سیال پیوسته .....
۸	۳-۱ بدست آوردن معادله حاکم بر سیال پیوسته .....
۹	۴-۱ قانون استوکس .....
۱۲	۵-۱ جریان سیال بین صفحات موازی .....
۱۴	فصل دوم: الکترواستاتیک .....
۱۴	۱-۲ مقدمه .....

۱۵	..... ۲-۲ توزیع یونها در نزدیکی دیواره باردار
۱۸	..... ۳-۲ هندسه‌های مختلف برای بدست آوردن پتانسیل
۲۲	..... فصل سوم: شبیه‌سازی
۲۲	..... ۱-۳ مقدمه
۲۳	..... ۲-۳ ساختن مدلی برای برهم‌کنش ذره‌های دستگاه با یکدیگر و با محیط اطراف
۲۳	..... ۳-۳ انتخاب روش شبیه‌سازی و انجام آن
۲۵	..... ۴-۳ تجزیه تحلیل نتایج شبیه‌سازی
۲۵	..... ۵-۳ شبیه‌سازی دینامیک ملکولی
۲۷	..... ۶-۳ معادله‌های دیفرانسیلی حرکت
۲۹	..... ۷-۳ شرایط مرزی دوره‌ای
۳۰	..... ۸-۳ محاسبه نیروهای کوتاه‌برد
۳۱	..... ۹-۳ سیاهه همسایه‌ها
۳۲	..... ۱۰-۳ جدول جستجوی پتانسیل
۳۲	..... ۱۱-۳ پتانسیل انتقال یافته و پتانسیل نیرو - انتقال یافته
۳۳	..... ۱۲-۳ محاسبه نیروهای بلند برد
۳۶	..... ۱۳-۳ سازماندهی شبیه‌سازی
۳۸	..... ۱۴-۳ کمیتهای مهم در شبیه‌سازی
۴۱	..... ۱۵-۳ شیوه اندازه‌گیری کمیتهای مهم در دینامیک ملکولی
۴۲	..... ۱۶-۳ دستگاه واحدهای کاهیده در MD
۴۲	..... ۱۷-۳ ایجاد هنگردها در دینامیک ملکولی
۴۳	..... ۱۸-۳ محدوده کاربرد روشهای کلاسیک در دینامیک ملکولی
۴۳	..... ۱۹-۳ پتانسیل‌های بین‌ذره‌ای
۴۶	..... ۲۰-۳ روشهای عددی حل معادلات دیفرانسیل

۴۹	..... ۲۱-۳ خطاهای موجود در شبیه سازی
۵۱	..... فصل چهارم: الکتروفورز
۵۱	..... ۱-۴ مقدمه
۵۳	..... ۲-۴ تاریخچه الکتروفورز
۵۴	..... ۳-۴ مروری بر روش‌های آزمایشگاهی الکتروفورز
۵۷	..... ۴-۴ حل تحلیلی مسئله الکتروفورتیک با شرط $\lambda_{DH} \ll a$ (هندسه‌ی تخت)
۵۸	..... ۵-۴ بدست آوردن سرعت کلئید در میدان الکتریکی
۶۱	..... ۶-۴ برخی مشکلات نظریه الکتروفورز
۶۲	..... فصل پنجم: نتیجه‌گیری
۶۲	..... ۱-۵ نتایج
۷۱	..... منابع و مراجع

# فهرست شکل ها

صفحه	عنوان
۶	شکل ۱-۱: شکل تنش برشی.....
۷	شکل ۲-۱: شکل نرخ کرنش.....
۱۱	شکل ۳-۱: شکل حرکت یک کره درون سیال و شکسان.....
۱۲	شکل ۴-۱: شکل شماتیک یک کانال آب .....
۱۵	شکل ۱-۲: شکل یک سطح با بار مثبت در کنار یون‌های محلول در آب .....
۱۹	شکل ۲-۲: شکل شماتیک کلئید باردار بزرگ.....
۲۰	شکل ۳-۲: نمودار پتانسیل در هندسه تخت.....
۲۱	شکل ۴-۲: نمودار پتانسیل در هندسه کروی.....
۴۰	شکل ۱-۳: نحوه توزیع کره‌های سخت.....
۴۰	شکل ۲-۳: تابع توزیع شعاعی برای دو فاز جامد و مایع.....
۵۲	شکل ۱-۴: شکل حرکت یک جسم کروی باردار در اثر اعمال میدان الکتریکی.....
۵۵	شکل ۲-۴: شکل دستگاه الکتروفورز ژل.....
۵۶	شکل ۳-۴: شکل نحوه تفکیک پروتئینها بر حسب اندازه بوسیله الکتروفورز.....
۵۷	شکل ۴-۴: شکل افزایش سرعت سیال را با دور شدن از سطح باردار.....



- شکل ۴-۵: شکل اعمال میدان الکتریکی بر یک کلئید باردار..... ۵۹
- شکل ۵-۱: نمودار چگالی شعاعی یون کلر نسبت به یون کلر ثابت روی سطح..... ۶۳
- شکل ۵-۲: نمودار چگالی شعاعی یون کلر نسبت به یون کلر ثابت روی سطح..... ۶۴
- شکل ۵-۳: نمودار چگالی شعاعی یون سدیم بدون اعمال میدان الکتریکی..... ۶۵
- شکل ۵-۴: چگالی شعاعی یون سدیم با اعمال میدان الکتریکی..... ۶۵
- شکل ۵-۵: نمودار چگالی شعاعی یون کلر بدون اعمال میدان الکتریکی..... ۶۶
- شکل ۵-۶: نمودار چگالی شعاعی یون کلر با اعمال میدان الکتریکی..... ۶۶
- شکل ۵-۷: نمودار چگالی یون سدیم بدون اعمال میدان الکتریکی..... ۶۷
- شکل ۵-۸: نمودار چگالی یون سدیم با اعمال میدان الکتریکی..... ۶۷
- شکل ۵-۹: نمودار چگالی یون کلر بدون اعمال میدان الکتریکی..... ۶۸
- شکل ۵-۱۰: نمودار چگالی یون کلر با اعمال میدان الکتریکی..... ۶۸
- شکل ۵-۱۱: نمودار مینیمم فاصله یون‌های داخل محلول با یون منفی ثابت شده روی سطح..... ۶۹
- شکل ۵-۱۲: میدان سرعت مولکول‌های آب بدون حضور میدان الکتریکی..... ۷۰
- شکل ۵-۱۳: میدان سرعت مولکول‌های آب با حضور میدان الکتریکی..... ۷۰
- شکل ۵-۱۴: نمایی از جعبه شبیه‌سازی شامل مولکول‌های آب و یونهای کلر و سدیم..... ۷۱
- شکل ۵-۱۵: نمایی از شرایط دوره‌ای در شبیه‌سازی انجام شده..... ۷۱

## مقدمه

بررسی میدان الکتریکی و نیز توزیع یون‌ها در پیرامون ذرات کلوئیدی از جذابیت نظری و تجربی قابل ملاحظه‌ای برخوردار می‌باشد. این جذابیت با پیشرفت روش‌های تجربی و امکان بررسی رفتار ذرات ریزتر با ابزارهای اندازه‌گیری دقیق‌تر، نه تنها کاهش نیافته، بلکه افزوده نیز شده است. بررسی پدیده‌هایی مانند جمع شدن ذرات کلوئیدی<sup>۱</sup>، حرکت این ذرات در میدان الکتریکی خارجی<sup>۲</sup> و نیز حرکت این ذرات در میدان دمایی<sup>۳</sup> نیاز به دانستن مقدار دقیق پتانسیل الکتریکی (و توزیع یون‌های مثبت و منفی) در پیرامون کلوئیدها را بیشتر آشکار می‌نمایند [۲].

به طور سنتی، نظریه‌ی پواسون بولتزمن و یا حد دیبای هوکل آن برای محاسبه‌ی پتانسیل و توزیع ذرات در پیرامون کلوئید به کار می‌روند [۲]. در این حالت آب پیرامون کلوئید، سیالی پیوسته در نظر گرفته می‌شود و ساختار ریز آن تنها به صورت یک ثابت دی الکتریک و یک ضریب وشکسانی خود را نشان می‌دهند؛ همچنین یون‌های مثبت و منفی نیز به صورت توزیع‌های پیوسته‌ای از بار در فضا در نظر گرفته می‌شوند و از ذات گسسته و جایگزیده‌ی آنها صرف‌نظر می‌شود. در کنار این دو فرض، توزیع بار الکتریکی در روی سطح کلوئید نیز پیوسته در نظر گرفته می‌شود! سه تقریب ذکر شده تنها در صورتی درست و قابل اعتماد هستند که تمام طول‌های دخیل در مسئله از فاصله‌ی نوعی میان یون‌ها، ابعاد ملکول‌های آب و نیز فاصله‌ی قرار گرفتن عامل‌های باردار در روی سطح کلوئید بسیار بزرگتر باشند. این سه قید در بسیاری از موارد ارضا نمی‌شوند و استفاده از نظریه‌ی پواسون بولتزمن و دیبای هوکل را با ابهام جدی روبروی می‌سازند [۷].

---

<sup>1</sup> Aggregation

<sup>2</sup> Electrophoresis

<sup>3</sup> Thermophoresis

ما در اینجا تلاش کرده ایم تا با شبیه سازی دینامیک ملکولی با استفاده از نرم افزار اسپرسو<sup>۴</sup> [۳۲] و گرومکس<sup>۵</sup> [۳۳]، تصویر دقیق تری از آنچه در نزدیکی سطح کلئید رخ می دهد به دست بیاوریم. در شبیه سازی با استفاده از اسپرسو ساختار ملکولی آب (به معنی دو یون هیدروژن و یک یون اکسیژن که در فاصله و شرایط مشخصی نسبت به هم قرار گرفته اند)، ساختار گسسته ی یون های محلول در آب و نیز توزیع گسسته ی عامل های باردار در روی سطح کلئید را در نظر گرفته ایم. در شبیه سازی با استفاده از گرومکس نیز پیچیدگی های دیگری مانند پیوندهای هیدروژنی و ... در نظر گرفته شده اند. مقایسه ی نتایج ما با داده های نظری لزوم در نظر گرفتن این پیچیدگی ها را بیشتر آشکار مینماید. ما امیدواریم که نتایج به دست آمده و نتایجی که در آینده ی نزدیک به دست خواهیم آورد راه را برای ایجاد درکی جامع تر از پدیده ی الکتروفورز هموار نماید.

---

<sup>۴</sup> Espresso

<sup>۵</sup> Gromacs

## فصل اول

### مقدمه ای بر سیالات

#### (۱.۱) مقدمه :

مواد نرمی که ما با آنها در شاخه ماده چگال نرم<sup>۱</sup> آشنا می شویم، در داخل سیال قرار دارند، بنابراین با تعریف ماده نرم و دینامیک سیال شروع می کنیم. مواد نرم موادی هستند که به راحتی تحت تنش ها یا افت و خیزهای گرمایی تغییر شکل می دهند، مواد نرم در مواد بسته بندی، کف ها، چسب ها، پاک کننده ها، لوازم آرایشی، رنگ ها، افزودنی غذاها، روان سازها، لاستیک تایر و افزودنی های سوخت کاربرد دارد. از جمله مواد نرم : ژل ها، کلوئیدها، کریستال مایع، پلیمرها، خون، شیر، ماست

---

<sup>۱</sup> Soft Condence Matter

## ۲.۱ مدل کردن سیال پیوسته

برای مدل کردن سیال باید پارامترهایی که در اختیار داریم مشخص کنیم. ماده نرم با سرعت و چگالی مشخصی در سیال حرکت می‌کند، پس دو پارامتر سرعت و چگالی برای بررسی دینامیک سیالات مهم هستند. به جای تلفیق پیچیده اثرات واقعی ملکولهای مجزا، از توزیع پیوسته فرضی ماده (محیط پیوسته) استفاده می‌کنیم. روش محیط پیوسته هنگامی که مسیر پویش آزاد ملکولها<sup>۲</sup> با کوچکترین طول با معنی مسئله هم‌مرتبه باشد، بکار نمی‌آید (مثلا در حالتی که مقدار کمی گاز در محفظه بزرگی وجود دارد). مسیر پویش آزاد ملکولها، متوسط فاصله‌ای است که ملکولهای سیال بین دو برخورد متوالی طی می‌کنند [۱].

بنابراین یک جزء حجم را در نظر می‌گیریم که حجم و مقدار ماده مشخصی دارد.

$$dm = dx dy dz \rho(\vec{r}) \quad (1)$$

برای این جزء حجم نیرو و شتاب را بدست می‌آوریم.

ابتدا شتاب را بدست می‌آوریم :

$$F = Ma = M \frac{d\vec{u}}{dt}$$

$$\frac{d\vec{u}}{dt} = \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla})\vec{u} \quad (2)$$

سیالی که در مکان‌های مختلفش یک سرعت دارد و فقط با زمان سرعتش تغییر می‌کند، فقط جمله اول معادله (۲) را دارد که این اغلب موارد در ماده چگال نرم اتفاق می‌افتد و باعث خطی شدن معادله شتاب می‌شود. اما سیالی که در مکان‌ها و زمان‌های مختلف سرعتش فرق می‌کند هر دو جمله را دارد و در نتیجه معادله غیرخطی و حل آن پیچیده می‌شود.

<sup>2</sup> Mean free path

در مرحله بعد نیروهایی که به جزء حجم در سیال وارد می‌شوند بدست می‌آوریم. اولین نیرو گرانش است، این نیرو موجب حرکت جزء حجم نمی‌شود، به همین خاطر می‌توان از آن صرف‌نظر کرد. این نیرو باعث می‌شود که لایه‌های بالایی به پائینی فشار آورده و فشار لایه‌های پائینی بیشتر شود. در سیال در حال تعادل، نیروی ناشی از این اختلاف فشار و نیروی ناشی از گرانش برابر هستند.

$$df_{gravity} = dm \vec{g} \quad (۳)$$

نیروی بعدی ناشی از فشار است، فشار سیال یک کمیت اسکالر است و به هر سطحی در جهت عمود بر آن نیرو وارد می‌کند. با میانگین‌گیری فشار روی سطح‌های مختلف جزء حجم، نیروی حاصل از فشار بدست می‌آید :

$$df_{pressure} = -\vec{\nabla}P dV \quad (۴)$$

نیروی بعدی ناشی از لغزش لایه‌های مختلف سیال روی هم است، که نیروی وشکسانی<sup>۳</sup> نامیده می‌شود. حرکت دست در آب بسیار راحت‌تر است تا نسبت به عسل، چیزی که باعث آن می‌شود همان نیروی وشکسانی نامبرده است. اگر آب یا عسل ساکن باشند و سرعتی نداشته باشند، نیرویی وجود ندارد پس می‌توان حدس زد که این نیرو به سرعت وابسته است. با نگاهی دقیق‌تر می‌توان فهمید که این نیرو با تغییرات سرعت متناسب است زیرا اگر دو لایه را که فقط در جهت عمود بر آنها تغییر سرعت داریم در نظر بگیریم، مشخص است که اگر دو لایه نسبت به هم سرعتی نداشته باشند، نیرویی هم به یکدیگر وارد نمی‌کنند. برای فهم و بیان بهتر نیروی وشکسانی وارد بر جزء حجم، احتیاج به مفهوم تنش داریم.

به مقدار نیروی داخلی وارد بر واحد سطح، تنش<sup>۴</sup> گفته می‌شود. کمیت تنش اولین بار توسط کوشی<sup>۵</sup> در حدود سال ۱۸۲۲ در نظریه الاستیسیته معرفی شد. در دستگاه بین‌المللی یکاها واحد اندازه‌گیری تنش پاسکال است. تنش، تانسوری است از مرتبه دو و در فضای سه‌بعدی می‌توان آن را با یک ماتریس مرتبه سه نمایش داد. تانسور را می‌توان یک تبدیل برداری خطی تعریف نمود که

<sup>3</sup> Viscosity

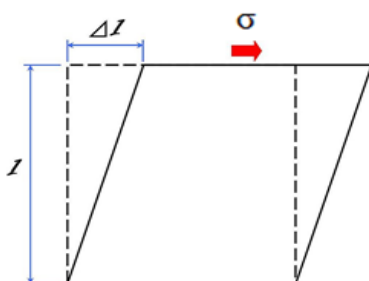
<sup>4</sup> Stress

<sup>5</sup> Cauchy

بردارای را به بردار دیگر تبدیل می‌نماید. در این مورد، تانسور تنش بردار عمود بر سطح را به‌عنوان ورودی گرفته و بردار نیروی وارد بر آن سطح را نتیجه می‌دهد. تنش برشی عبارت است از مؤلفه‌ای از تنش که بر سطح مقطع یک جسم اعمال می‌شود. تنش برشی از بردار نیروی عمود بر بردار نرمال سطح مقطع ناشی می‌شود. به عناصر قطری تانسور تنش، تنش نرمال و به عناصر غیرقطری، تنش برشی گفته می‌شود [۳].

$$\sigma_{ij} = \frac{F_i}{A} \quad (5)$$

در معادله (۵) نیرو در جهت  $\mathbf{i}$  و بردار نرمال سطح در جهت  $\mathbf{j}$  است.



شکل (۱-۱) این شکل تنش وارد بر سطح بالایی را نشان می‌دهد. تنش برشی  $\sigma$ ، به قسمت بالایی مربعی که از پایین نگاه‌داشته شده‌است، اعمال می‌شود. این تنش باعث ایجاد کرنش<sup>۷</sup> یا تغییر شکل در مربع شده و آن را تبدیل به یک متوازی‌الاضلاع می‌کند. سطح درگیر، بخش بالایی متوازی‌الاضلاع خواهد بود.

$$\vec{\sigma}_n = [\sigma_{ij}] \cdot \vec{n} \quad (6)$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xn} \\ \sigma_{yn} \\ \sigma_{zn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{pmatrix}$$

$$\vec{F} = \vec{s} \cdot \vec{\sigma}_n \quad (7)$$

<sup>6</sup> Shear stress

<sup>7</sup> Strain

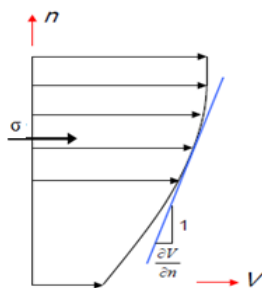
در معادله (۶)، بردار عمود بر سطح،  $[\sigma_{ij}]$  تانسور تنش است. در معادله (۷)، نیرو با استفاده از ضرب تانسور تنش عمودی در بردار مساحت بدست آمده است.

در یک جریان آرام<sup>۸</sup> که ذرات سیال در خطوط مستقیم و موازی حرکت می‌کنند، تنش برشی بر روی سطحی مماس بر امتداد جریان، متناسب است با میزان تغییر سرعت در امتداد عمود بر آن سطح.

$$\sigma = \eta \frac{\partial V}{\partial n} \quad (۸)$$

$$\sigma_{ij} = \eta \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (۹)$$

در معادله (۸)،  $\eta$  ضریب وشکسانی،  $\frac{\partial V}{\partial n}$  نرخ کرنش<sup>۹</sup>،  $\sigma$  تنش برشی سیال است. معادله (۸) فقط برای حالتی است که تغییرات سرعت در جهت عمود بر سطح است، در حالت کلی که سرعت در جهت‌های دیگر هم تغییر می‌کند فرمول (۹) بکار می‌رود.



شکل (۲-۱) نمودار مربوط به سرعت لایه‌های سیال، که شیب نمودار نرخ کرنش را نشان می‌دهد.

کرنش در اصطلاح فیزیک به تغییر در طول جسم جامد در هر جهت نسبت به طول آن جسم در همان جهت که در اثر اعمال نیرو (تنش) پدید می‌آید گفته می‌شود و آن را با علامت  $\epsilon$  نشان می‌دهند.

<sup>۸</sup> Laminar flow

<sup>۹</sup> Strain rate



## ۳.۱ بدست آوردن معادله حاکم بر سیالات پیوسته

نیروی بدست آمده از معادله (۸) و (۹)، بین دو لایه است در صورتی که ما دنبال بدست آوردن نیروی وارد بر جزء حجم هستیم که به هر کدام از سطح‌هایش نیروی ناشی از تنش وارد می‌شود، با جمع کردن کل این نیروها، نیروی کل وارد بر جزء حجم بدست می‌آید:

$$df_{viscosity} = \eta \nabla^2 \vec{u} dV \quad (10)$$

$$df_{total} = df_{viscosity} + df_{pressure} + df_{gravity} + F_{bulk} \quad (11)$$

که با انجام کمی عملیات ریاضی به صورت زیر در می‌آید:

$$\rho \left( \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} \right) = \rho \vec{g} - \vec{\nabla} p + \eta \nabla^2 \vec{u} + \vec{F} \quad (12)$$

در معادله (۱۲)، که به معادله نویر-استوکس<sup>۱۰</sup> معروف است،  $\vec{F}$ ، نیروهای حجمی<sup>۱۱</sup> مانند نیروی ناشی از میدان الکتریکی و مغناطیسی و ... هست [۴]. معادله نویر-استوکس مدل ریاضی حاکم بر حرکات، جریانات، و دینامیک سیالات (اعم از مایعات یا گازها) را تشکیل می‌دهد.

انواع نیروها:

۱- سطحی<sup>۱۲</sup>: از تماس جسم با محیط اطراف ناشی شده و بر مبنای واحد سطح ماده‌ای که به آن اثر می‌کند بیان می‌شود.

$$\vec{T}(x, y, z, t)$$

<sup>10</sup> Navier-Stokes

<sup>11</sup> Other bulk forces

<sup>12</sup> Surface force

۲- حجمی<sup>۱۳</sup> : بر مبنای واحد جرم ماده‌ای که نیرو بر آن اثر می‌کند بیان می‌شود و برای تاثیر بر روی ماده تماس مستقیم نیاز

$$\vec{P}(x, y, z, t) \quad \text{نیست (نظیر ثقل و مغناطیس)}$$

برای حل معادله نویر- استوکس، به شرایط مرزی مسئله مورد بررسی احتیاج داریم. دو نوع شرط مرزی وجود دارد :

- ۱- اگر سرعت نزدیکترین لایه سیال نسبت به مرز صفر باشد، آنگاه به آن شرط مرزی غیر لغزشی می‌گویند. ۲- اگر سرعت نزدیکترین لایه سیال نسبت به مرز صفر نباشد، آنگاه به آن شرط مرزی لغزشی می‌گویند.

۴.۱) قانون استوکس<sup>۱۴</sup> :

نیروهای پس‌زنی<sup>۱۵</sup> ، نیروهایی هستند که در جهت بازداشتن اجسام از حرکت در درون سیالات کار می‌کنند، پس‌زنی برآیند تمام نیروهایی است که هنگام حرکت جسم صلب در شاره در جهت مخالف حرکت آن عمل می‌کنند. نیروی پس‌زنی هم در مایعات و هم در گازها وجود دارد [۱].

در سال ۱۸۵۱ ، جرج گابریل استوکس عبارتی برای نیروی پس‌زنی یک جسم کروی با شعاع  $R$  که با سرعت  $v$  در یک سیال کشسان با وشکسانی  $\mu$  حرکت می‌کند در عدد رینولدز پایین ( $Re < 1$ ) بدست آورد.

عدد رینولدز<sup>۱۶</sup> :

اگر ساده‌ترین نمایش حاصل ضرب (یا تقسیم) گروهی از ابعاد برابر واحد باشد به آن گروه، گروه بی‌بعد گفته می‌شود. بسیاری از پارامترهای بی‌بعد را می‌توان به صورت نسبت دو نیرو در نظر گرفت که اندازه نسبی پارامتر فوق نشان‌دهنده اهمیت نسبی یکی از نیروها نسبت به دیگری می‌باشد. عدد بی‌بعد رینولدز نسبت نیروی اینرسی به نیروی وشکسانی را نشان می‌دهد :

<sup>13</sup> Body force

<sup>14</sup> Stokes

<sup>15</sup> Drag force

<sup>16</sup> Reynolds number

$$\frac{Ma}{\tau A} = \frac{Ma}{\eta(dv/dy)A} = \frac{(\rho L^3)L/T^2}{\eta(v/L)L^2} = \frac{\rho L^2(L^2/T^2)}{\eta v L} = \frac{\rho v^2 L^2}{\eta v L} = \frac{\rho v L}{\eta}$$

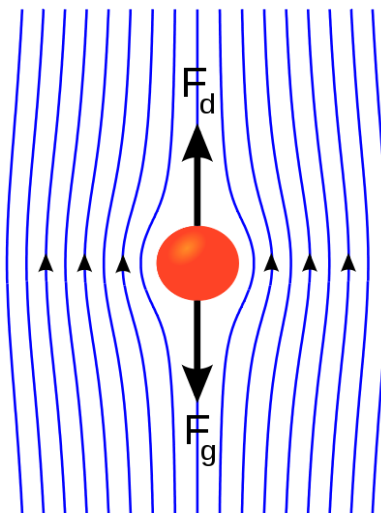
(۱۳)

$$\frac{\rho v L}{\eta} = \frac{(M/L^3)(L/T)L}{M/LT} = 1$$

در عددهای رینولدز پایین جریان سیال آرام است و با افزایش عدد رینولدز جریان آشفته می‌شود. اگر در جریان خاصی تاثیر بعضی نیروها از سایر نیروها خیلی بیشتر باشد اغلب می‌توان از اثر نیروهای کوچکتر صرف‌نظر کرده و تنها اثر نیروهای اصلی را در تجزیه و تحلیل پدیده در نظر گرفت. به این ترتیب می‌توان روش‌های آزمایشگاهی و ریاضی ساده‌تری برای حل مسئله بکار برد. با این همه در حالاتی که چندین نیرو از اهمیت زیادی برخوردار می‌باشند (مثلا نیروهای اینرسی، اصطکاکی، ثقل، ...) تحلیل پیچیده بوده و روش‌های خاصی مورد نیاز می‌باشد [۱].

تحلیل ابعادی روشی در تجزیه و تحلیل مسائل مکانیک سیالات با استفاده از پارامترها و متغیرهای بی‌بعد است. معادله بی‌بعد شده فقط جواب فیزیکی که اتفاق می‌افتد به ما می‌دهد. از آنالیز ابعادی در حالات زیر می‌توان استفاده کرد:

۱. انتقال از یک سیستم به سیستم دیگر
۲. کاهش تعداد متغیرهای لازم در یک برنامه آزمایشگاهی
۳. کمک به فهم فیزیک مسئله و استخراج معادلات حاکم



شکل (۳-۱) این شکل حرکت یک کره درون سیال و شکسان و اعمال نیروی پس زنی به کره را نشان می دهد.

$$\rho \left( \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \underbrace{(\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v}}_1 \right) = -\nabla p + \underbrace{\eta \nabla^2 \vec{v}}_2 \quad (14)$$

در معادله (۱۴)، از جمله ۱ نسبت به جمله ۲ در عدد رینولدز پایین  $1 \ll \frac{\rho v R}{\mu \nabla^2 \vec{v}} = \frac{\rho v R}{\eta}$  می توان صرف نظر کرد:

$$-\nabla p + \eta \nabla^2 \vec{v} = 0 \quad (15)$$

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0$$

$$\vec{F}_d = -6\pi\eta R \vec{v} \quad (16)$$

با حل این دو معادله (۱۵)، نیروی پس زنی، معادله (۱۶)، که با حرکت جسم کروی در سیال مخالفت می کند بدست می آید [۲].