دانشکده علوم،گروه فیزیک

عنوان:

بررسی رشد و تحول تهی جاها با استفاده از تقریب کروی

تهیه کننده:

علی بستانی

اساتید راهنما:

دکتر بهرام خالصه ،دکتر سپهر اربابی بیدگلی

شهریور ۱۳۸۷

بسم الله الرحمن الرحيم

فهرست

فصل اول:پیشگفتار **۶**

مقدمه **۷**

۱-۱ مؤلفه‌های تشکیل دهندهٔ عالم **۹**

۱-۱-۱ کهکشانها ۹

۱-۱-۲ باریونها ۱۴

۱-۱-۳ مادهٔ تاریک ۱۴

۱-۱-۴ فوتونها ۱۷

۱-۱-۵ نوترینوها ۱۸

۱-۱-۶ خلاء ۱۹

۱-۲ تحول عالم ۲۰

۱-۲-۱ ضریب مقیاس ۲۰

۱-۲-۲ معادلهٔ فریدمان ۲۲

۱-۲-۳ عالمهای باز، بسته و تخت ۲۵

۱-۳ تشکیل ساختار **۲۷**

۱-۳-۱ الگوهای رمبش ۲۷

۱-۳-۲ تهی جاها ۲۸

معرفی مسئله ۲۹

فصل دوم: تشکیل ساختار و تقریب کروی ۳۰

۲-۱ تشکیل ساختار ۳۱

۲-۱-۱ مختصات همراه ۳۷

۲-۱-۲ نظریهٔ نیوتنی افت و خیزهای کوچک چگالی ۴۱

۲-۱-۳ ثابت کیهانشناسی ۴۵

۲-۱-۴ **انرژی تاریک** ۴۷

۲-۲ الگوی رشد و فروپاشی کروی ۴۸

۲-۲-۱ روابط شعاعی و انرژی ۴۹

۲-۲-۲ حرکت لایه های کروی ۵۱

فصل سوم: الگوی تقارن کروی در بررسی رشد تهی جاها ۵۲

۳-۱ یک الگوی ساده ۵۲

۳-۱-۱ معرفی موضوع ۵۴

۳-۱-۲ فرضیات اساسی در مدل ساده ۵۴

۳-۱-۳ روش vpf ۵۶

۳-۱-۴ نتایج حاصل از روش جینز ۵۷

۳-۲ الگوی تقارن کروی **۵۹**

۳-۲-۱ فرضیات اساسی و مدل نظری ۵۹

۳-۲-۲ شکل گیری و تحول زمانی تهی جاها ۶۶

۳-۲-۳ تکانه زاویه ای در الگوی تقارن کروی **۷۰**

فصل چهارم: بحث و نتیجه گیری **۷۱**

۴-۱ بحث و نتیجه گیری **۷۲**

پیوست ۷۵

مراجع ۸۳

فصل اول

پیش گفتار

مقدمه

علم کیهانشناسی به بررسی چگونگی، تحول و ساختار کل عالم می‌پردازد. عالم از غبار، گاز ، ستاره‌ها، کهکشانها، اختروشها و احتمالاً اجرام دیگری که ما قادر به دیدن آنها نمی-باشیم، تشکیل شده است. علاوه بر این، آنچه که تا کنون ذهن کیهانشناسان را به چالش کشیده است، ویژه‌گیهایی از عالم است که با توجه به دانش فعلی ما از فیزیک، نمی‌توانیم توضیح قابل قبولی برای آن ارائه دهیم. این ویژگیها عبارتند از :

۱. چگالی و شار بسیار پایین / $\rho \sim 10^{-26} kgm^{-3}$ ، $J \sim 10^{-39} Wm^{-3}$.
۲. ترکیب مؤلفه‌های عالم (جدول ۱-۱) که شامل ذرات نوترینو، فوتونهای سرد، ماده باریونی (هسته ها بعلاوه الکترونها)، ماده تاریک و انرژی خلاء یا ثابت کیهانشناسی است.

۳. نحوه شکل گیری ساختار در عالم از جمله سیارات و ستاره‌ها تا کهکشانها و ابرخوشه های کهکشانی.

۴. شتاب گرفتن انبساط عالم، که از مشاهدات ابرنواخترهای دوردست بدست می‌آید.

اگر برای عالم ، زمان آغازین در نظر گرفته شود، با برگرداندن روند انبساط عالم به عقب، که باعث رقیق شدن چگالی ماده در طول زمان می‌شود، می توان انتظار داشت که عالم در گذشته چگالتر از زمان فعلی آن بوده است. با توجه به مدارک حاصل از مشاهدات و بکار گیری قوانین فیزیکی، می‌توان با اطمینان گفت که نرخ انبساط عالم از لحظه‌ای که چگالی آن ۴۰ برابر مقدار فعلی بوده تا زمان فعلی، بطور شتابدار در حال افزایش است.

یکی از اهداف بنیادیِ علم کیهانشناسی، بررسی ترکیب شیمیایی و ساختاری عالم فعلی و شرح آن با توجه به شرایط اولیهٔ عالم است.

گونه	$n_i(m^{-3})$	$\Omega_i = \rho_i / \rho_c$
فوتونهای CMB	$n_\gamma = (4.11 \pm 0.02) \times 10^8$	$\Omega_\gamma = 5.06 h_{70}^{-2} \times 10^{-5}$
نوترینوها	$n_\nu = (3/11) n_\gamma$	$\Omega_\gamma > 4 h_{70}^{-2} \times 10^{-4}$
باریونها	$n_b = 0.2 \pm 0.05$	$\Omega_b \sim (0.04 \pm 0.01) h_{70}^{-2}$
ماده تاریک سرد	؟	$\Omega_m \sim (0.3 \pm 0.1)$
خلاء	0	$\Omega_\Lambda \sim (0.7 \pm 0.1)$
کل		$\Omega_T \sim (1.1 \pm 0.1)$

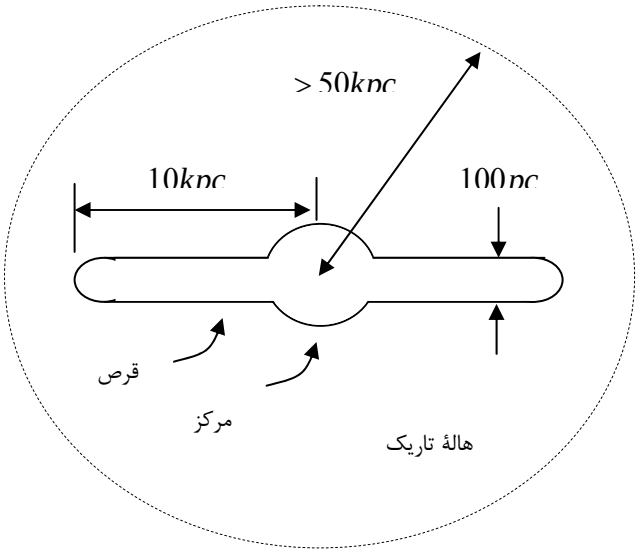
جدول (۱-۱)

مسئله تشکیل ساختار در عالم بطور کامل حل نشده است، اما همانطور که در فصل ۲ شرح داده خواهد شد، رهیافت استاندارد نتایج خوبی دارد که در آن ساختارها نتیجه رشد گرانشی افت و خیزهای چگالی در عالم اولیه هستند ، اما در حال حاضر آگاهی ناکافی از طبیعت ماده تاریک و منشاء این ناهمگنی‌ها، دانش ما را نسبت به این فرآیند بسیار محدود کرده است.

۱-۱ مؤلفه‌های تشکیل دهندهٔ عالم

۱-۱-۱ کهکشانها

کهکشانها ساختارهایی از عالم هستند که از ستاره‌ها، گازهای بین ستاره‌ای و ماده تاریک ساخته شده‌اند، که این اجرام تحت تأثیر نیروی گرانشی مقید شده‌اند. کهکشانها از نظر شکل ، جرم و روشنایی بسیار متنوع هستند. طبق مشاهدات و برآوردهای رصدی بیشتر نور عالم در کهکشانها تولید می‌شود. یک کهکشان در حدود 10^{10} تا 10^{11} ستاره دارد که می‌تواند روشنایی در حدود $2\times10^{10}L_{\odot}$ را تولید کند، که $L_{\odot}$ روشنایی خورشید است ($L_{\odot}=3.826\times10^{26}J/\sec$).بدین ترتیب ماهیت عمدهٔ جرم کهکشانها هنوز مشخص نیست. زیرا مطالعهٔ منحنی چرخش کهکشانها نشان می‌دهد که بیشتر جرم کهکشانها باید در هالهٔ کرویِ تاریکی که در رصد نوری قابل مشاهده شدن نیست، وجود داشته باشد (شکل (۱-۱)).



شکل (۱-۱). یک شمای فرضی از یک کهکشان و هالهٔ اطراف آن. شعاع و ضخامتِ ناحیهٔ مرئی از کهکشان تنها ۱۰ کیلو پارسک و ۱۰۰ پارسک است، در حالی که بیشترین جرم کهکشان در یک هاله به شعاعی بیشتر از ۵۰ کیلو پارسک قرار گرفته است. رابطهٔ چگالی هاله با فاصله بصورت $\rho \propto R^{-2}$ است.

هابل در سال ۱۹۲۱ کشف کرد که، کهکشانها با سرعتی در حال درور شدن از ما هستند که این سرعت با فاصله آنها از ما متناسب است.

$$\frac{dR}{dt} = H_0 R + v_p \qquad (۱-۱)$$

در اینجا R و v_p بترتیب، فاصله و سرعت خاصه کهکشان نسبت به ما و H_0، ثابت هابل نامیده می‌شود که مقدار آن با توجه به داده‌های رصدی تقریباً در حد زیر مشخص شده است:

$$H_0 = 70 \pm 10\ kms^{-1}Mpc^{-1} \qquad (۲-۱)$$

$$H_0 = 100h\ \ kms^{-1}Mpc^{-1} \qquad h\ = 0.7 \pm 0.01 \qquad (۳-۱)$$

معکوس H_0، یک زمان مشخصه برای تغییرات معنی دار R است. بنابراین H_0 را می‌توان نرخ انبساط فعلی عالم نامید. پارامتر هابل H(t)، نرخ انبساط عاالم را بر حسب تابعی از زمان می‌دهد، و ثابت هابل H_0 برابر پارامتر هابل در زمان حال است.

برای اندازه‌گیری H_0 ما به فاصله کهکشانی و سرعت دور شدن[۱] کهکشان، نیازمندیم. سرعت دور شدن را می‌توان توسط اندازه‌گیری انتقال به سرخ خطوط طیفی کهکشان، اندازه گیری کرد:

$$z = 1 - \frac{\lambda_0}{\lambda_1} \qquad (۴-۱)$$

λ_1 طول موجی است که توسط ناظر در چهارچوب کهکشانِ گسیل دهندهٔ فوتون اندازه گیری می‌شود و λ_0 طول موج اندازه‌گیری شده در چهارچوب آزمایشگاه است. انتقال به سرخ کهکشانها با توجه به پدیده انبساط عالم توجیه پذیر است. برای کهکشانهای نزدیک سرعت دور شدن، بسیار کوچکتر از سرعت نور است، بنابراین می‌توان رابطه (۱-۴) را بصورت زیر بازنویسی کرد:

$$z \sim c^{-1} \frac{dR}{dt} \qquad (۵-۱)$$

با جایگذاری این رابطه در (۱-۲)، قانون هابل می‌تواند بصورت زیر بازنویسی شود:

$$z = \frac{H_0 R}{c} + v_p / c = \frac{R}{d_H} + v_p / c \qquad z << 1 \qquad (۶-۱)$$

[۱] recession

d_H فاصله هابل نامیده می‌شود که مقدار آن تقریبا برابر با $3071.429\, h^{-1}Mpc$ است. معادله (۱-۷) به ما اجازه می‌دهد که فاصله کهکشان را با توجه به انتقال به سرخ آن در تقریب ($z << 1$ $R \sim zd_H$)پیدا کنیم. البته این برآورد تا زمانی درست است که، سرعت خاصه قابل چشم پوشی باشد.

قانون هابل سه نتیجهٔ اساسی دارد که به شرح زیر است:

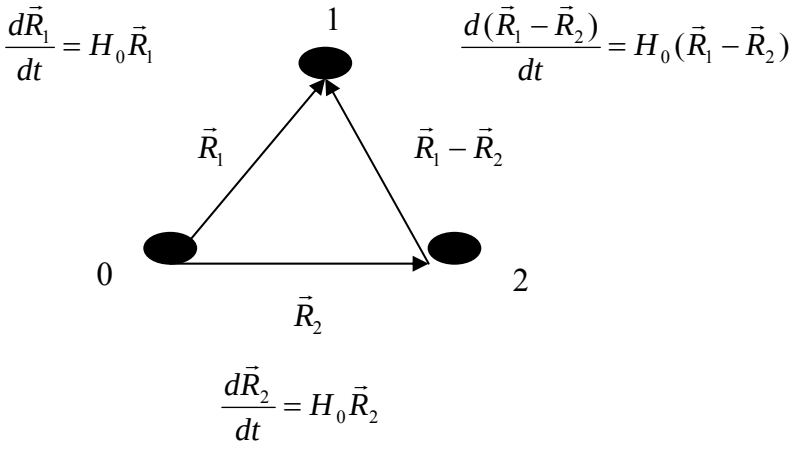
۱. عالم دینامیکی است. به این معنی که در زمان گذشته عالم گرمتر و چگالتر از زمان فعلی آن بوده است. در نتیجه عالم احتمالاً در ابتدا دارای یک نقطه تکینگی بنیادی باشد که در این نقطه از زمان، چگالی آن بینهایت است. البته ما به روشنی از قوانین فیزیکی در این شرایط آگاهی نداریم. این بدان معنی است که، نمی‌توان بطور یقین این نتیجه را پذیرفت. اگر ما این نتیجه را بپذیریم، با توجه به سرعت گریز می‌توان یک زمان سپری شده از نقطه تکینگی تا امروز را تخمین زد. این زمان ، همان زمان هابل نامیده است:

$$t_H = H_0^{-1} = 10^{10} h^{-1} yr \qquad (۷-۱)$$

فاصله‌ای که نور در این زمان می‌تواند طی کند برابر است با : $d_H = ct_H$. بنابراین می‌توان افقی را باتوجه به فاصله هابل تعریف کرد که، در پشت این افق اجرام دیگر قابل رویت نیستند، زیرا نور آنها هنوز به ما نرسیده است.

۲. با توجه به شکل (۱-۲)، خطی بودن قانون هابل به این معنی است که، ناظر در کهکشان همسایه نیز، انبساط را با نرخ H_0 مشاهده می کند. این در صورتی صحیح است که، تنها یک رابطه خطی ما بین سرعت دور شدن و فاصله وجود داشته باشد، در غیر اینصورت هر قانون انبساط دیگری به معنای وجود یک مکان ویژه به عنوان مرکز

عالم است. در نظر گرفتن قانون هابل یکسان درکلیهٔ نقاط عالم برابر این فرض است که، عالم ما همگن و دارای چگالی متوسط یکنواختی باشد. با توجه به این نکته، فرض همگنی کل عالم فرض کیهانشناسی نامیده می‌شود.



شکل (۱-۲). اگر ناظری در کهکشان صفر، انبساط عالم را با نرخ H_0 مشاهده کند، یک ناظر در کهکشان ۱ و ۲ نیز انبساط عالم را با نرخ H_0 مشاهده خواهد کرد. اگر ما از سرعت خاصه صرف نظر کنیم، قانون هابل برای هر R_i یک کهکشان، برابر است با : $d\vec{R}_i / dt = H_0\vec{R}_i$ ، جملهٔ $d(\vec{R}_i - \vec{R}_j)/dt = H_0(\vec{R}_i - \vec{R}_j)$، برای هر کدام از کهکشانهای i و j، به این معنی است که هر کهکشان می‌تواند مرکز عالم گماشته شود.

۳. با در نظر گرفتن H_0 و ثابت گرانش، می‌توان کمیتی از بعد چگالی تعریف کرد که چگالی آستانه‌ای نام دارد:

$$\rho_c = \frac{3H_0^2}{8\pi G} = 0.92h_{70}^2 \times 10^{-25}\, kgm^{-3} \qquad (۸-۱)$$

چگالی آستانه‌ای بنا به تعریف آن، چگالی است که در صورت برابر بودن چگالی عالم با آن چگالی (در غیاب انرژی خلاء)، انبساط عالم در زمان بینهایت متوقف می‌شود. معمولاً

چگالی مؤلفه‌های عالم را به ρ_c بهنجار می‌کنند. برای مثال چگالی بهنجار شده کل بصورت، $\Omega_T = \rho_T / \rho_c$ تعریف می‌شود.

۱-۱-۲ باریونها

چگالی کل ماده باریونی عالم، به مقدار یک مرتبه بیشتر از آنچه ما مشاهده می‌کنیم، برآورد شده است.

$$\Omega_b = (0.04 \pm 0.01) \qquad (۹-۱)$$

این برآورد که با در نظر گرفتن نظریه هسته زایی[۲] نور حاصل می‌شود ، فقط وقتی پیش بینی درستی از فرآوانی نسبی عناصر سبک را به دست می دهد که Ω_b نزدیک به این مقدار باشد. دلیل بیشتر بودن این مقدار از آنچه ما مشاهده می‌کنیم اینست که، مقداری از ماده باریونی در محیطهای بین ستاره‌ای است که رؤیت آن به ساده‌گی ممکن نیست، همچنین مقداری از آن را می‌توان در بقایای ستاره‌های مرده و کوتوله‌های قهوه‌ای جستجو نمود.

۱-۱-۳ مادهٔ تاریک

کهکشانها و خوشه‌های کهکشانی حاصل رمبش گرانشی مواد غیر نسبیتی هستند. چگونگی تشکیل چنین ساختارهایی از باریونها، دارای ابهام است. این مسئله ریشه در این حقیقت دارد که، فوتونهای با مبداء کیهانشناسی (بخش ۱-۱-۴)، دارای طیف انرژی هستند که تقریبا از راستای مشاهده مستقل می‌باشد. بنابراین می‌توان پذیرفت که توزیع

[۲] Nucleosynthesis

چگالی باریونها در زمانهای اولیه عالم، تقریباً یکنواخت بوده‌است. اگر در عالم تنها باریون وجود می‌داشت، تصور گذار از حالت همگن اولیه به حالت غیر همگن فعلی بسیار سخت می‌بود.

در الگوهای تشکیل ساختار، فرض می‌شود که ماده‌ای غیر نسبیتی با برهمکنش ضعیف وجود دارد که مادهٔ تاریک سرد[۳] نام دارد (CDM). برهمکنش ضعیف به آنها اجازه می‌دهد که بدون ساکن شدن توسط برهمکنش با ذرات دیگر، به آسانی نیروی گرانشی خود را اعمال کنند.

مقدار فعلی CDM به اندازه یک مرتبه بزرگتر از باریونها برآورد شده است.

$$\Omega_{CDM} \sim 0.3 \qquad (۱۰-۱)$$

شاهد دیگری که حضور این گونه مادهٔ را تأیید می‌کند، منحنی چرخش کهکشانها است. با بکارگیری قضیهٔ ویریال برای یک کهکشان، می‌توان سرعت چرخش اجرام را بدست آورد:

$$T + \frac{1}{2}U = 0 \qquad (۱۱-۱)$$

که در بالا T و U بترتیب انرژی جنبشی و پتانسیل می‌باشند، که برای یک کهکشان به شعاع R بصورت (۱-۱۴) معرفی می‌شوند:

$$U = \frac{GM^2}{R} \qquad (۱۲-۱)$$

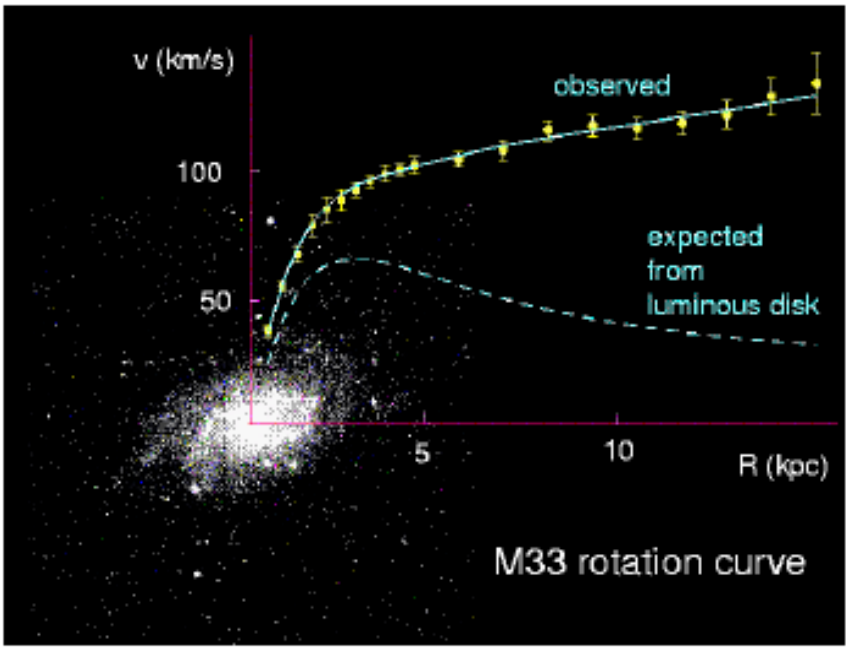
$$T = \frac{3M\left\langle v^2 \right\rangle}{2} \qquad (۱۳-۱)$$

[۳] Cold Dark Matter

که در آن $\langle v^2 \rangle^{1/2}$ پاشندگی سرعت در امتداد شعاع است. بنابراین با توجه به روابط (۱-۱۲)، (۱-۱۳) و (۱-۱۴)، می‌توان رابطهٔ سرعت با فاصله را یافت:

$$v(r) \propto \sqrt{\frac{M(r)}{r}} \qquad (۱-۱۴)$$

انتظار می‌رود که اگر جرمی به اندازهٔ کافی از مرکز کهکشان دور باشد که بتوان از تأثیر اجرام دیگر بر روی آن صرف نظر کرد، سرعت با شعاع رابطهٔ معکوس داشته باشند. اما نتایج مشاهدات این مسئله را تأیید نکرده و نشان می‌دهند در فواصل دور، بجای اینکه سرعت چرخش با شعاع کم شود، بلکه تقریباً ثابت می‌ماند. شکل (۱-۳) منحنی چرخش $M\,33$ را با پیش بینی مدل های با و بدون ماده تاریک و داده‌های رصدی نشان می‌دهد.



شکل (۱-۳). منحنی چرخش مشاهده شده از $M\,33$.

۱-۱-۴ فوتونها

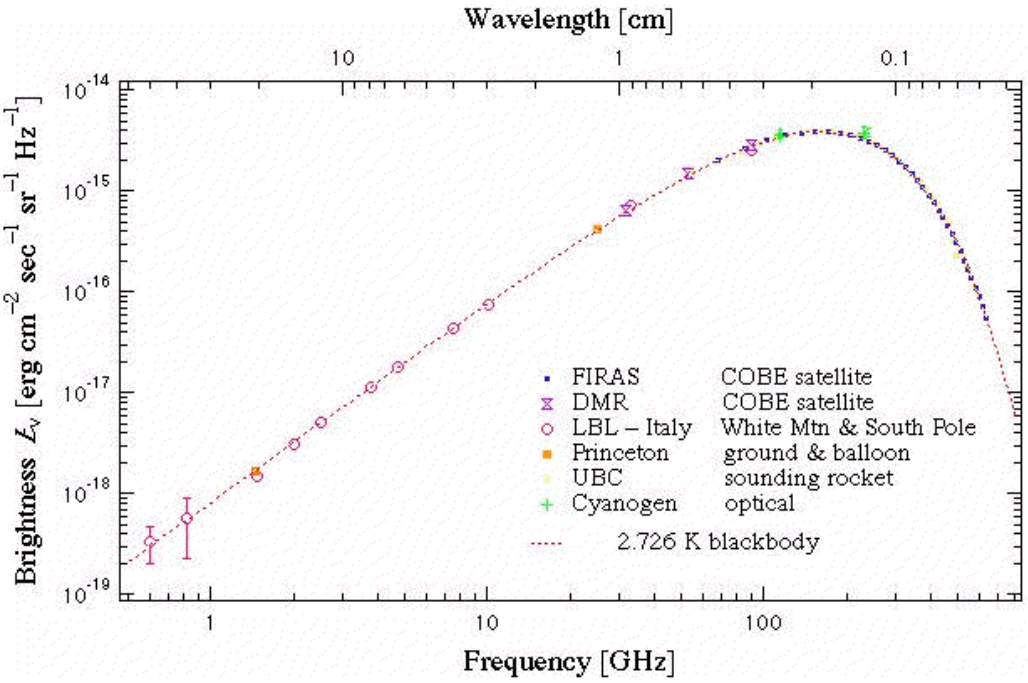
فوتونهای CMB (تابش ریزموج زمینه کیهانی[۴])، فراوان ترین ذرات در عالم هستند، که طیف گرمایی آنها تقریباً کامل است (شکل (۱-۴)). دمای این فوتونها برابر با $T_\gamma = 2.725k = 2.35\times10^{-4}eV$ برآورد شده که هم‌ارز با چگالی عددی $n_\gamma = 411cm^{-3}$ است. این مقدار بطور قابل ملاحظه‌ای بزرگتر از تعداد فوتونهایی است که توسط ستاره‌ها تولید می‌شود. علی رغم فراوانی زیاد آنها، چگالی انرژی CMB، به دلیل دمای پایین آن بسیار کم است.

$$\Omega_\gamma = 5.06h_{70}^{-2}\times10^{-5} \qquad (۱۵-۱)$$

دنیای امروز نسبت به فوتون ها، تقریباً شفاف است. اما این وضع در عالم اولیه $T > ۰.۲۶eV$ بگونهٔ دیگر بود. در آن دوران مادهٔ باریونی کاملاً یونیده بوده و این منجر به کدری می‌شد. ولی در دمای $T\sim۰.۲۶eV$ ، مواد باریونی شرایط لازم برای بازترکیب را پیدا کردند که منجر به تشکیل اتمها شد.و در اثر کاهش سطح مقطع برخوردِ فوتون-ماده، عالم شفاف کنونی بوجود آمد. دمای CMB بطور کامل همسانگرد[۵] نیست، مشاهده می‌شود که با ضریبی از مرتبهٔ 10^{-5}، با توجه به زاویه دید ناظر تغییر می‌کند. این افت و خیزهای دمایی می‌توانند به عنوان شرایط اولیه برای شکل گیری ساختارها قلمداد شوند.

[۴] Cosmic microwave radiation

[۵] Isotropic



شکل(۱-۴) طیف مشاهده شده از تابش زمینهٔ کیهانی *CMB*. نقاط در طول‌موجهای کمتر از ۱ cm توسط آزمایشگاهای زمینی اندازه گیری شده است. در طول‌موجهای بلندتر به دلیل اثر خاموشی جو زمین، مشاهدات از طریق بالونها، راکتها و یا ماهواره‌ها انجام می‌پذیرد.

۱-۱-۵ نوترینوها

یکی دیگر از مؤلفه‌های عالم، نوترینوها ν_e, ν_μ, ν_τ و پادنوترینوها هستند. این سه نوع نوترینو، با خلق نوترینو از طریق برهمکنش با ذرات e، μ و τ قابل تشخیص می‌باشند. برای مثال ν_e، در واپاشی β خلق می‌شود.

$$(A,Z) \rightarrow (A,Z \mp 1)e^{\pm}\nu_e(\bar{\nu}_e) \qquad (۱۶-۱)$$

در اینجا A، عدد اتمی و Z، تعداد پروتونها در هسته است.

۱-۱-۶ خلاء

با مشاهدهٔ نرخ انبساط شتابدار عالم از طریق رصد ابرنواخترهای دور دست ، می‌توان نتیجه گرفت که عالم احتمالا دارای مولفه ای با فشار منفی است. یکی از راههای ممکن اینست که آنرا به انرژی خلاء ربط دهیم. نتایج محاسبات نشان می‌دهد که چگالی انرژی غالب در عالم فعلی، مربوط به این انرژی است :

$$\Omega_\Lambda \sim \frac{\Lambda}{3H_0^2} \sim 0.7 \qquad (۱۷-۱)$$

از آنجایی که انرژی خلاء مربوط به ذرات نیست ، چگالی انرژی آن در اثر انبساط عالم کم نمی‌شود. اگر انرژی خلاء در تمام دوران در حالت پایدار باشد، در آن صورت چگالی انرژی خلاء باید از زمان مستقل باشد.

ماهیت این انرژی تاکنون نامعلوم بوده است. علی رغم نبود آگاهی کافی در این مورد، وجود چگالی انرژی خلاء به اندازه‌ای که در (۱-۱۸) نشان داده شد، بسیار جالب توجه است. چگالی انرژی خلاء باید با مقیاس جرم با توجه به جرم پلانک، رابطه زیر را دارد :

$$\rho_\Lambda \sim \frac{M^4}{(\hbar c)^3} \qquad (۱۸-۱)$$

اگر برای M/ز، جرم پلانک $m_p = (\hbar c^5 / G)^{1/2}$ استفاده کنیم ، چگالی انرژی خلاء حدوداً $3\times10^{132}\ ev m^{-3}$ می‌شود، که این مقدار ۱۲۳ مرتبه بزرگتر از مقداری است که اکنون مشاهده شده است . طبق شواهدرصدی چگالی (۱-۱۸)، M باید در حدود $10^{-3}\ ev$ باشد، اگرچه این مقدار نزدیک به جرم نوترینوهاست، اما هیچ مقیاس بنیادی در فیزیک ذرات، دارای چنین مقداری نیست.

مسئله دوم در مورد چگالی انرژی (۱-۱۸) اینست که، مقدار آن قابل مقایسه با چگالی ماده $\Omega_{CDM} \sim 0.3$ است، در حالیکه چگالی ماده در طی انبساط عالم در حال کم شدن است، اما چگالی انرژی خلاء کم نمی‌شود.

۱-۲ تحول عالم

۱-۲-۱ ضریب مقیاس

اگر نرخ انبساط عالم را با یک تابع وابسته به زمان که با فاصلهٔ بین کهکشانی متناسب است، معرفی کنیم، یک تابع مفید بدست می‌آید، که به آن ضریب مقیاس می‌گویند:

$$a(t) \propto <\text{فاصله بین کهکشانی}> \qquad (۱-۱۹)$$

قانون هابل به ما می‌گوید که، مشتق لگاریتمی از $a(t)$ در زمان حال برابر است با H_0 :

$$\left[\frac{\dot{a}}{a}\right]_{t_0} = H_0 \qquad t_0 = \text{زمان حال} \qquad (۱-۲۰)$$

چگالی تعدادی کهکشانها (n_{gal})، با مکعب فاصله نسبت عکس دارد. بنابراین اگر چگالی تعدادی کهکشانها در طی زمان پایسته باشد، تعریف (۱-۲۰) را می‌توان به صورت زیر بیان کرد :