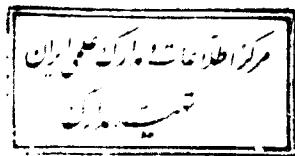


۱۲۸۰ / ۴ / ۲۰



دانشگاه تهران

عنوان:

مطالعه رفتار ماسه‌ها در شرایط زهکشی نشده

و اصلاح یک مدل الاستوپلاستیک

توسط: محمد ذوالفقاری

۰۱۲۴۱۸

استاد راهنما: منوچهر لطیفی

پایان نامه جهت دریافت درجه کارشناسی ارشد

در

مهندسی عمران

۳۵۶۹۴

دانشکده فنی



خرداد ۱۳۸۰

## پیشگفتار :

تأمین فاکتورهای اقتصادی و ایمنی در طراحی سازه‌های خاکی یا هر سازه دیگری مستلزم درک و تحلیل صحیحی از رفتار محیط خاکی، تحت شرایط گوناگون محیطی و بارگذاری است.

پیشرفت‌های سخت افزاری در زمینه کاوش و تحلیل، بخصوص در دو دهه اخیر، ابزارهای مناسبی برای انجام تحلیل‌های مفصل و دقیق از رفتار خاک را در اختیار طراح قرار می‌دهد. جزء بسیار اساسی در این تحلیلها روابط رفتاری (روابط بین تنش و کرنش) می‌باشد که در واقع شاخصه‌ای یگانه برای هر نوع ماده خاص (اینجا هر خاک خاص) می‌باشد. بصورتیکه یک تحلیل بسیار پیچیده تئوریکی که اندرکنش پیچیده‌ای از بارگذاریهای مختلف و شرایط محیطی را در بر می‌گیرد با یک رابطه رفتاری ضعیف به تحلیلی ضعیف تبدیل می‌شود، همان نتیجه‌ای که مثلاً از کاوش‌های ابتدایی ضعیف حاصل می‌آید. بنابراین توسعه روابط رفتاری دقیقتر نه یک علاقه تئوریک بلکه بخشی ضروری در این گونه مطالعات است. برای رسیدن به این هدف درک درستی از رفتار ماسه تحت شرایط مختلف و شناسایی عوامل مؤثر و اندرکنش آنها در جهت دهی رفتار، اولین قدم به شمار می‌رود.

پس از شناسایی رفتار، مولفه‌های این شناخت با استفاده از ابزار و چارچوب‌های مناسب به صورت فرمولهای قابل استفاده در تحلیل‌های مهندسی تبدیل می‌شوند باید توجه داشت که یک شناخت دقیق در صورت استفاده از چارچوب‌های نامناسب برای تبدیل به روابط ریاضیاتی ارزش بالایی نخواهد داشت. چارچوب پلاستیسیته کلاسیک به علت قدرت و تناوری حاصل از دهه‌های متمادی کار تئوریک و تجربی بر روی فلزات یکی از این ابزار مناسب است.

خصوصاً ایده‌های قوی دیگری که در درون پلاستیسیته کلاسیک برای تشریح رفتار فلزات تحت بارگذاریهای پیچیده شکل گرفته‌اند یا با الهام از آن متولد شده‌اند. ابزار مناسبی برای مدلسازی رفتار خاک ارائه می‌دهند.

در این پایان‌امه نیز سعی شده است هر دو مورد ضروری عنوان شده (شناخت - ابزار) در بررسی مدل‌های رفتاری برای ماسه‌ها مطالعه گردد. بنابراین ضمن مطالعه مفصل از ایده پلاستیسیته کلاسیک و دیگر ایده‌های مرتبط، چارچوب پلاستیسیته عمومی که با الهام از پلاستیسیته کلاسیک ارائه شده است نیز مورد مطالعه قرار گرفته است به این امر در فصل اول و اوائل فصل سوم اشاره شده است ضمناً سعی

گردیده است که رفتار ماسه نیز به طور تفصیلی در شرایط زهکشی نشده مورد مطالعه قرار گیرد تا درک صحیحی از عملکرد مدلها و جهت مورد توجه در ارائه آنها، حاصل آید. بخشی از نتایج مطالعه رفتار ماسه‌ها در فصل دوم و پیوست دوم آورده شده است در فصل سوم نیز مطالعه یک مدل خاص در چارچوب پلاستیسیته عمومی و کالیبراسیون آن برای ماسه تویرا (ژاپن) صورت گرفته است تا بتوان نتایج پیش‌بینی شده را با نتایج تجربی مورد مقایسه قرار داد. ضمن آنکه اصلاح کوچکی نیز در این امدل پیشنهاد گردیده است. همچنین با استفاده از ویژگیهای خاص این مدل اصلاح کوچکی نیز در یکی از روابط ارائه شده برای ماسه‌ها (نشانه حالت ایشی‌ها را ۱۹۹۳) صورت گرفته است.

## فهرست مطالب

صفحه

عنوان

### فصل اول: درآمدی بر پلاستیسیته

۱۱-۱	- مکانیک و مکانیک خاک در پرتوپلاستیسیته
۱۱-۱۲	- پلاستیسیته کلاسیک
۱۲-۱۱	- تجزیه کرنش به دو مولنفه
۱۴-۱۳	- سطح تسلیم
۲۴-۱۴	- سخت شوندگی
۲۰-۱۶	- سخت شوندگی همسان
۲۴-۲۰	- سخت شوندگی های غیرهمسان
۲۳-۲۰	- سخت شوندگی های سینماتیک
۲۴-۲۳	- سخت شوندگی سینماتیک و همسان ترکیبی
۳۰-۲۴	- قانون جریان
۳۱-۳۰	- حافظه و مدلسازی تاریخچه
۴۲-۳۲	- ایده های دیگر در پلاستیسیته کلاسیک
۳۶-۳۴	- مدل چند سطحی
۴۲-۳۶	- مدل سطح حدی

### فصل دوم: درآمدی بر رفتار ماسه ها در شرایط زهکشی نشده

۶۵-۴۳	- رفتار ماسه ها تحت بارگذاری یک سویه در حالت زهکشی نشده
۴۶-۴۵	- الف - نمونه های روانگرا شونده
۴۷-۴۶	- ب - نمونه های اتساع یابنده
۵۳-۴۷	- ج - نمونه های باروانگرایی محدود
۵۳-۵۳	- ۱-۱-۲ - حالت

صفحه	عنوان
۵۴-۵۳	-۲-۱-۲- تغییر شکل در حالت یکنواخت.....
۵۶-۵۴	-۲-۱-۳- خط تغییر فاز.....
۶۰-۵۶	-۲-۱-۴- حالت تغییر شکل شبیه یکنواخت .....
۶۵-۶۰	-۲-۱-۵- تأثیر ساختار ماسه و غیرهمسانی.....
۷۶-۶۵	-۲-۲- رفتار ماسه ها تحت بارگذاری مکرر .....
۶۹-۶۷	-۲-۲-۱- ارتباط بین بارگذاری مکرر و بارگذاری یک سویه .....
۶۸-۶۷	-۲-۲-۱- الف - حالت مرز حدی (SBS) برای مسیر تنش بارگذاری مکرر.....
۶۹-۶۸	-۲-۲-۱- ب - نقش خط فاز.....
۷۵-۶۹	-۲-۲-۲- عوض شدن علامت تنش برشی .....
۷۶-۷۰	-۲-۲-۳- رفتار ماسه ها تحت بارگذاری مکرر محوری.....
۷۱-۷۰	-۲-۳-۱- ماسه اتساعی .....
۷۳-۷۱	-۲-۳-۲- نمونه های انقباضی - اتساعی .....
۷۶-۷۳	-۲-۳-۳- ماسه انقباضی .....
۷۷-۷۶	-۳-۱- پارامتر های حالت .....
۸۸-۷۶	-۳-۲- پارامتر های حالت معمول .....
۹۰-۸۸	-۴- استفاده از پارامتر حالت در مدل سازی رفتار ماسه ها.....

### فصل ۳: بررسی ساختار و عملکرد یک مدل خاص برای ماسه ها

۹۶-۹۱	-۱-۳- چارچوب پلاستیسیته عمومی .....
۱۲۴-۹۷	-۲-۳- بررسی مدل (Pastor,Zienkiewicz,chan 1990) و کالیبراسیون آن و بحث در نتایج به دست آمده .....
۱۰۸-۹۷	-۲-۳-۱- تشریح مدل .....
۱۰۳-۹۸	-۲-۳-۱-۱- تعریف جهت بارگذاری - باربرداری و جهت جریان.....

صفحه	عنوان
۱۰۶-۱۰۳ .....	۲-۱-۲-۳ - تعریف مدول پلاستیک .....
۱۰۸-۱۰۶ .....	۳-۱-۲-۳ - الگوریتم مدل .....
۱۱۲-۱۰۸ .....	۲-۲-۳ - تشریح نحوه کالیبراسیون مدل برای ماسه تویرا .....
۱۲۴-۱۱۳ .....	۲-۳-۳ - بررسی نتایج حاصل از کالیبراسیون .....
۱۱۵-۱۱۳ .....	۳-۲-۳ - ضعف‌های کالیبراسیون مقاله ۱۹۹۰ و راه‌های بهبود آن .....
۱۱۶-۱۱۵ .....	۲-۳-۲-۳ - کالیبراسیون مدل برای ماسه تویرا به روش مولفان مدل .....
۱۱۷-۱۱۶ .....	۳-۳-۲-۳ - کالیبراسیون دوم (ثابت فرض کردن همه پارامترها) .....
۱۲۴-۱۱۷ .....	۴-۳-۲-۳ - کالیبراسیون سوم (تعریف مکانیزمی برای تولید پارامترهای متغیر فرض شده در روش مولفین) .....
۱۲۰-۱۱۹ .....	۱-۴-۳-۲-۳ - تعریف مکانیزمی برای تولید (Mg) .....
۱۲۴-۱۲۰ .....	۲-۴-۳-۲-۳ - تعریف مکانیزمی جهت تعریف .....
۱۲۵-۱۲۶ .....	۵-۳-۲-۳ - بررسی قابلیت مدل در پیش‌بینی رفتار ماسه تویرا در حالت زهکشی شده .....
۱۲۶-۱۲۸ .....	۶-۳-۲-۲ - بررسی قابلیت مدل در برآورد رفتار ماسه در حین بارگذاری مکرر .....

## فهرست شکلها

صفحه

عنوان

	عنوان
	فصل اول)
۲	شکل ۱-۱) سد طراحی شده توسط Grundy (1766)
۱۵	شکل ۲-۱) تغییر سطوح تسلیم در بارگذاری های مجدد (Naghdi.et.al 1958)
۱۹	شکل ۳-۱) رفتار ماسه انقباضی - اتساعی در حالت زهکشی نشده
۲۲	شکل ۴-۱) جابجایی نقاط تسلیم با فرض سخت شوندگی سینماتیک خطی در بارگذاری محوری
۳۰	شکل ۵-۱) قانون حافظه برای مواد (Mroz 1982)
۳۲	شکل ۶-۱) نتایج تجربی در بارگذاری محوری سیکلیک (Dafalias 1975)
۳۴	شکل ۷-۱) ایده مدل های چندسطحی در بارگذاری محوری
۴۱	شکل ۸-۱) ایده مدل های با بی نهایت سطح باربری (Mroz.et.al 1982)
	فصل دوم)
۴۳	شکل ۱-۲) رفتار ماسه ها در شرایط زهکشی نشده (Healy 1963)
۴۶	شکل ۲-۲) رفتار طبقه نبدي شده برای ماسه ها منطبق بر حالت اولیه نمونه (Costro 1969)
۴۸	شکل ۳-۲) تأثیر همزمان نشانه خلاء و فشار همه جانبی اولیه در رفتار (Castro 1969)
۴۹	شکل ۴-۲) رفتار نمونه در نشانه خلاً یکسان در فشارهای اولیه مختلف (Guzman 1988)
۵۵	شکل ۵-۲) خط تغییر فاز در فضای تنشی های (Ishihara 1989)
۵۶	شکل ۶-۲) حالت تغییر شکل شبیه یکنواخت (Ishihara 1993)
۵۷	شکل ۷-۲) خط تغییر شکل شبیه یکنواخت در دیاگرام حالت (Ishihara 1993)
۵۹	شکل ۸-۲) خط مستقیم حالت (Ishihara 1993)
۶۱	شکل ۹-۲) رفتار ماسه ها تحت جهت گیری های مختلف محورهای اصلی تنش Symes.et.al (1984)

## عنوان

## صفحه

- شکل ۲-۱) رفتار ماسه‌ها در صورت چرخش محورهای اصلی در حین بارگذاری ..... ۶۲  
 شکل ۲-۲) مرز حالت برای تبیین غیرهمسانی موجود در نمونه ..... ۶۳  
 شکل ۲-۳) اثر چرخش سیکلیک محورهای اصلی تنش ..... ۶۴  
 شکل ۲-۴) رفتار ماسه‌ها تحت اثر بارگذاری مکرر (Seed-Lee 1966) ..... ۶۶  
 شکل ۲-۵) مرز حالت برای مسیر تنش بارگذاری مکرر (guzman.et.al 1988) ..... ۶۸  
 شکل ۲-۶) رفتار ماسه اتساعی تحت تنش‌های مکرر با تنش‌های استاتیکی ..... ۷۰  
 شکل ۲-۷) رفتار ماسه انقباضی - اتساعی تحت تنش‌های مکرر (Guzman.et.al 1988) ..... ۷۲  
 شکل ۲-۸) رفتار ماسه انقباضی تحت تنش مکرر کل بزرگتر از مقاومت حالت یکنواخت ..... ۷۳  
 شکل ۲-۹) رفتار ماسه انقباضی تحت تنش مکرر کل کوچکتر از مقاومت حالت یکنواخت ..... ۷۴  
 شکل ۲-۱۰) وقوع تغییرات حجمی شدیدتر در طی سیکل اول بارگذاری مکرر (Vaid, chern 1993) ..... ۷۵  
 شکل ۲-۱۱) رفتار ماسه مسیر تنش بیضوی (Ishihara, Yamada 1993) ..... ۷۷  
 شکل ۲-۱۲) تعریف پارامتر حالت (Been,Jefferies 1985) ..... ۷۹  
 شکل ۲-۱۳) قابلیت پارامتر حالت در طبقه‌بندی رفتار ماسه‌ها (Been,Jefferies 1985) ..... ۸۰  
 شکل ۲-۱۴) ایده پارامتر ایده‌آل ..... ۸۱  
 شکل ۲-۱۵) تعریف نشانه حالت ( $I_s$ ) (Ishihava 1993) ..... ۸۲  
 شکل ۲-۱۶) خطوط با نشانه حالت ثابت 1993 ..... ۸۳  
 شکل ۲-۱۷) قابلیت نشانه حالت در طبقه‌بندی رفتار ماسه تویرا 1993 ..... ۸۴

## عنوان

## صفحه

- شکل ۲-۲) رابطه بین نسبت حالت اولیه ( $I_c$ ) نشانه حالت ( $I_s$ ) ۱۹۹۳ (Ishihava ۸۴ .....)
- شکل ۲-۲) حرکت خط تغییر شکل شبه یکنواخت در دیاگرام حالت (Ishihara ۱۹۹۳ ۸۷ ....)

## فصل (۳)

- شکل ۳-۱) سطح تسلیم و سطح پتانسیل برای یک ماسه انقباضی خاص ۱۰۱ .....
- شکل ۳-۲) شکل سطح پتانسیل اصلاح شده توسط (Nova ۱۹۸۲) ۱۰۲ .....
- شکل ۳-۳) مقایسه نتایج ارایه شده در مقاله با عملکرد برنامه مورد استفاده در پایان نامه ۱۲۹ ۰۰۰ .....
- شکل ۳-۴) نتایج ارایه شده در مقاله مؤلفین برای پیش‌بینی نتایج کاسترو (۱۹۶۹) ۱۳۰ ۰۰۰ ۰۰۰ .....
- شکل ۳-۵) دو آزمایش مورد استفاده در کالیبراسیون مدل برای ماسه تویرا ۱۳۱ ۰۰۰ ۰۰۰ .....
- شکل ۳-۶) ۱۳۲ .....
- شکل ۳-۷) شبیه‌سازی رفتار ماسه تویرا با استفاده از روش کالیبراسیون مؤلفین ۱۳۳ - ۱۳۵ .....
- شکل ۳-۸) عملکرد مدل با فرض ثابت بودن تمام پارامترهای مدل ۱۳۶ .....
- ۳-۸-a) استفاده از مقدار میانگین آزمایشها برای پارامترهای متغیر مدل ۱۳۶ .....
- ۳-۸-b) استفاده از یکی از مقادیر آزمایشها برای پارامترهای متغیر مدل ۱۳۷ .....
- شکل ۳-۹) عملکرد مدل در شرایط زهکشی نشده با مکانیزم اصلاحی پیشنهاد شده ۱۴۱ - ۱۴۸ .....
- شکل ۳-۱۰) رفتار ماسه تویرا در بارگذاری یک سویه در شرایط زهکشی شده ۱۴۲ ۰۰۰ .....
- شکل ۳-۱۱) عملکرد مدل در شرایط زهکشی شده با فرض ثابت بودن همه پارامترها ۱۴۳ .....
- شکل ۳-۱۲) عملکرد مدل در شرایط زهکشی شده با مکانیزم اصلاحی پیشنهاد شده لازم به ذکر است مسیر حالت برنامه قطع شده است و در صورت ادامه برنامه نقطه حالت در وضعیت بحرانی متوقف نخواهد شد ۱۴۴ .....
- شکل ۳-۱۳) مقایسه نتیجه مؤلفین (ارایه شده در مقاله) با برنامه مورد استفاده در پایان نامه، با پارامترهای یکسان (جهت تأیید عملکرد برنامه در حالت بارگذاری مکرر) ۱۴۴ .....

شکل ۱۴-۳) برخلاف نتایج تجربی، با تغییر فشار همه جانبه اولیه، تغییری در کیفیت رفتاری پیش بینی شده توسط مدل رخ نمی دهد. ۱۴۵

شکل ۱۵-۳) مسیر تنش پیش بینی شده توسط مدل در حالت بارگذاری یک سریه به عنوان مرز حدی برای مسیر تنش بارگذار، مکرر عمل می کند. ۱۴۶

شکل ۱۶-۳) عملکرد مدل در پیش بینی رفتاری افرض مقادیر مختلف برای پارامتر حافظه مجزا. ۱۴۷

شکل ۱۷-۳) ضعف مدل در ارایه پدیده نرم شدگی دینامیکی. ۱۴۸

## فصل اول :

درآمدی بر پلاستیسیته

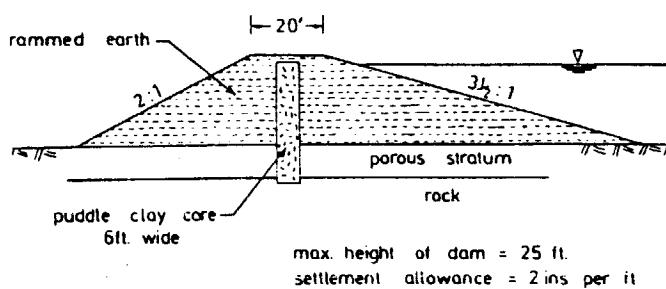
## ۱-۱- مکانیک خاک در پرتو پلاستیسیته

از همان دوران اولیه انسان در پی کشف قوانین حاکم بر پدیده‌های طبیعی و روش‌های تأثیرگذاری و تسلط بر آنها بود. با پیشرفت تمدن که همزاد این کنجکاوی ذاتی انسان بود، انگیزه او برای مطالعه طبیعت برای آفرینش ابزار زندگی راحت‌تر افزایش یافت. بنابراین مکانیک در معنای عام آن از مهم‌ترین مبحث‌هایی بوده که از همان اوان، ذهن انسان کاوشگر را به خود مشغول کرده بود. اما شاید بتوان گفت مطالعه جدی مکانیک در معنای خاص امروزین آن، با کار (1625) Gallile بروی تیرهای طره‌ای آغاز گردید. هرچند Gallile از موضوع تغییر شکل‌ها که مبحث الاستیسیته و پلاستیسیته برای تبیین آن ایجاد شده‌اند، به علت نبود ابزار سنجش مناسب صرف نظر کرد، اما آغازگر راهی بود که می‌توان به جرأت عنوان نمود که انسان سال ۲۰۰۰ نیز در ابتدای آن قرار دارد. با اینحال مبحث تغییر شکل‌ها به علت اهمیت خاص آن (بخصوص در صنایع ساعت‌سازی و درشکه‌سازی) از همان دوران مورد توجه بود. ایده ارتباط خطی بین نیرو و جابجایی در مورد مصالح فتری از هرجه که باشد: فلز، چوب، سنگ، سفال، مو، شاخ!، ابریشم، سیم‌ساز، شیشه و مواد مشابه محصول مستقیم این علاقه بود که توسط Hooke (1662) کشف گردید. اما این ایده مهم مکانیک به علت خواست Hooke مبنی بر ثبت اختراع آن و استفاده انتفاعی از فواید آن تا دو دهه بعد مسکوت ماند و تنها به صورت رمزی و مقلوب "Ceiinossstuu" (۱) آشکار گردیده بود. Mariotte (1680) به صورت مستقلی این ایده را عنوان کرد و برای اولین بار در بررسی خمس تیرها از آن سود جست او علاوه بر جاگذاری صحیح تار خنثی در مسئله خمس تیرها، مبدع ایده‌ای در گسیختگی مصالح نیز بود. این اولین معیار گسیختگی بود و بر طبق آن شکست یا تسلیم همواره در تغییر شکل معینی رخ می‌دهد.

تیرها به علت اهمیت فوق تصور آنها در صنعت ساختمان و هنر پیچیده معماری آن زمان مبحث تحلیل‌های اولیه مکانیکی بود. اما پرسشی که به چگونگی مقدار جابجایی یک تیری پرداخت به علت فقدان ایده تعادل نیروها و گشتاورها و عدم وجود روابط رفتاری (تنش - کرنش) تا حدود ۱۵۰ سال پس از زمان Mariotte هم، بدون جواب ماند. در این فاصله زمانی پیشرفت‌های چشمگیری در زمینه‌های مختلف مکانیک روی داده بود که از مهم‌ترین آنها مقاله چشمگیر (1776) Coulomb بود. همچنین این

۱- اصل عبارت *vis sic ut-tensio* به معنای جابجایی متناسب با نیرو است

مقاله سرآغاز دوره‌ای در مکانیک خاک گردید که عنوان پرطمطراق کلاسیک را بر آن نهادند (Skempton 1979). (لازم بذکر است مکانیک خاک یا به عبارت صحیح‌تر طبیعت و رفتار خاک به عنوان یکی از دم‌دست‌ترین مصالح موجود و بخش اتصالی لاینفک با هرسازه‌ای از دوران پیش از این هم مورد توجه بود از همان اوایل قرن ۱۸، افرادی چون Gautier 1717، Belidor 1729، Grundy 1766 و Perronet 1769 سهم انکارناپذیری در آفرینش مکانیک خاک داشته‌اند. شکل (۱-۱) سد طراحی شده در سال (۱۷۷۶) توسط Grundy را نشان می‌دهد.



شکل ۱-۱: سد طراحی شده توسط [Skempton 1979] Grundy(1766)

از این آثار به عنوان کارهای غیرکلاسیک مکانیک خاک باد می‌گردد (Skempton 1979). از چنان اهمیت و افرای برخوردار است که پایان آن دوران تلقی می‌شود. این به هر روی کار Coulomb از این اهمیت و افرای برخوردار است که پایان آن دوران تلقی می‌شود. این مقاله نه تنها در مکانیک خاک بلکه در بسیاری از مباحث مکانیکی از اهمیت پایه‌ای برخوردار است. در این مقاله به مقاومت برشی مصالح اصطکاکی همچون مصالح بنایی و خاک (معیار گسیختگی)، فشار زمین، پایداری گنبدها و مقاومت تیرها پرداخته شده است. Coulomb مقاومت برشی را که می‌تواند در سطح خاک یا مصالح بنایی (که تحت فشار قائم  $N$  قرار دارند) بسیج شود را تابع چسبندگی و جزء ناشی از اصطکاک دانسته است:

$$S = Ca + \frac{1}{n}N$$

جزء مؤثر فشار قائم:  $\frac{1}{n}$  - فشار قائم:  $N$  - سطح:  $a$  - چسبندگی در واحد سطح:  $C$ :

اما از زمان چاپ مقاله Coulomb تا اواخر قرن ۱۸ توجه زیادی به آن نشد. علت علاوه بر استدلالهای بدیع و نتایج فوق العاده (نسبت به سال ۱۷۷۶) علامت‌گذاری سخت و طولانی و پیچیده

شدن فرمولهای استخراج شده بود. که سالها پس از آن (۱۸۰۴) با جاگذاری  $\tan\theta = \frac{1}{n}$  بسیار ساده‌تر شدند.

سالهای اولیه قرن ۱۹ با تاکید بیشتر روی تجربیات ناشی از مقاومت و تغییر شکل‌ها همراه بود. Yang 1807 در سری مقالاتی، ضریب الاستیکی معرفی کرد که با آنچه ما امروزه استفاده می‌کنیم متفاوت است. اما نکته قابل ذکر این است که او به صورت روشنی بین الاستیسیته و مقاومت فرق قائل شدو ...

دو دهه بعد 1827 Navier حالت کلی معادلات تعادل را بدست آورد و سال بعد 1828 Cauchy معادلات الاستیک خطی با ۲ پارامتر ثابت را ارائه کرد، معادلاتی که هنوز هم به همان صورتی که او ارائه کرد مورد استفاده قرار می‌گیرند. با ارائه معادلات تعادل و معادلات رفتاری الاستیک راه برای بررسی رفتار مواد گوناگون تحت کرنش‌های کوچک هموار گردید.

تقریباً نیم قرن با این مشغولیت و توسعه روزافزون ثوری الاستیسیته سپری شد. تانکاه‌ها باز دیگر به سوی حل مسئله تغییر شکل‌های برگشت‌ناپذیر معطوف گردد. هرچند از همان تجربیات اولیه وجود تغییر شکل‌های دائمی امری پذیرفته شده در رفتار مواد بود و حتی گامهای بزرگی همانند بررسی کیفیت رفتار الاستیک پس از مشاهده تغییر شکل دائمی نیز برداشته شده بود. مثلاً Couloumb 1787 ثبت کرده است که پس از تغییر شکل دائمی ناشی از پیچش، با افزایش بارگذاری بازهم تغییر شکل ارجاعی ایجاد می‌گردد و یا Gerstner 1833 دریافته بود که تغییر شکل‌های الاستیک همراه با تغییر شکل‌های دائمی، هنوز متناسب با مقدار نیروی واردہ است و تغییر شکل‌های دائمی علاوه بر آن است. نکته مهم‌تر این بود که او دریافت در حین باربرداری و بارگذاری مجدد تا سطح بیشترین نیروی قبلی، هیچ‌گونه تغییر شکل دائمی رخ نمی‌دهد این مشاهده به وضوح بخشی از پروسه‌ای است که امروزه سخت‌شوندگی الاستوپلاستیک نامیده می‌شود. درحالیکه آزمایشات روی تغییر شکل‌های دائمی یا گسیختگی فلزات تحت بارگذاریهای مختلف در این ایام ادامه داشت کارهای ثوریک نیز روی ایده مقدماتی پلاستیسیته شروع شد. بررسی علمی پلاستیسیته فلزات از حدود سالهای ۱۸۶۴ میلادی آغاز گردید سالی که منتظر با انتشار یک سری مقالات از Tresca در مطالعه تجربی پدیده‌های (Punching) و (Extrusion) در فلزات شکل پذیر (همچون سرب و روی) است. این تجربیات او را به این ایده رهمنون کرد: فلزات

هنجامی به گسیختگی (تسلیم) می‌رسند که تنش برشی ماکزیمم به مقدار بحرانی معینی برسد. این اولین ایده تسلیم (گسیختگی) برای فلزات به شمار می‌رود و Tresca احتمالاً در ابراز آن تحت تأثیر بوده که سالها پیش از او معیار گسیختگی (تسلیم) برای خاک ارائه کرده بود. اما بهر حال کار Coulomb چندان با ارزشی قبل از Tresca درمورد فلزات صورت نگرفته بود (Hill 1950).

جایگزینی فولاد نرم به جای فولاد خشک، که به صورت ناگهانی گسیخته می‌شد و مشکلات زیادی در صنعت آن زمان بوجود می‌آورد لزوم توجه به تئوری پلاستیسیته را بیشتر کرد. زیرا فولاد قبل از این که گسیخته شود به طریق پیچیده‌ای تغییر شکل‌های دائمی بزرگی را متحمل می‌شد این مکانیسم جذب انرژی برای بسیاری از سازه‌ها دارای اهمیت فراوان بود زیرا خرابی در آنها به صورت ناگهانی و حاده‌ای بوقوع نمی‌پیوست. برای تشریح این رفتار فولاد لغت پلاستیک بدون تعریف دقیقی از حدود سالهای ۱۸۴۰ در ادبیات الاستیسیته شایع شده بود.

درمورد مکانیک خاک گفتنی است که به استثنای کار Coulomb، رفتار حین گسیختگی خاک‌ها از لحاظ تجربی و تئوریک تا این زمان مورد مطالعه قرار نگرفته بود و تنها Rankin 1857 با استفاده از تئوری Coulomb، سطوح گسیختگی (خطوط لغزش Slip-Line) را در پشت دیوارهای حائل تعیین نمود 1870,72 S.Venant با استفاده از ایده تسلیم Tresca پیشنهاد نمود که با تشکیل سیستمی از معادله (که عبارت از ۳ معادله تعادل، معادله حریان غیرمتراکم و رابطه تسلیم ترسکا بود) مسائل پلاستیسیته فلزات را می‌توان حل نمود. برای ساده‌تر شدن مسائل فرض کرد که در تغییر شکل‌های با سرعت پائین می‌توان از گرادیان سرعت چشم پوشید. و با فرض ماده الاستوپلاستیک ایده‌آل سیستم معادلات خود را برای تعیین تنش‌ها در یک استوانه جزئی پلاستیک شده و یک تیوب کاملاً پلاستیک به کار برد و یک ناحیه الاستیک خطی و یک ناحیه پلاستیک شده بیرونی را بدست آورد این اولین مسئله الاستوپلاستیک خطی بود که حل می‌شد.

با درک این نکته که هیچ رابطه یک به یکی بین تنش‌ها و کرنش‌های پلاستیک کل وجود ندارد، یک فرض اساسی نمود که بر طبق آن جهت تنش برشی ماکزیمم در هر لحظه منطبق بر جهت نرخ کرنش (پلاستیک) برشی ماکزیمم است این اولین قانون جریان پلاستیسیته بود که ارائه شد و به این خاطر قانون جریان نامیده شد که در پلاستیسیته ایده‌آل فرض می‌شود در حالت تنش‌های ثابت (پس از