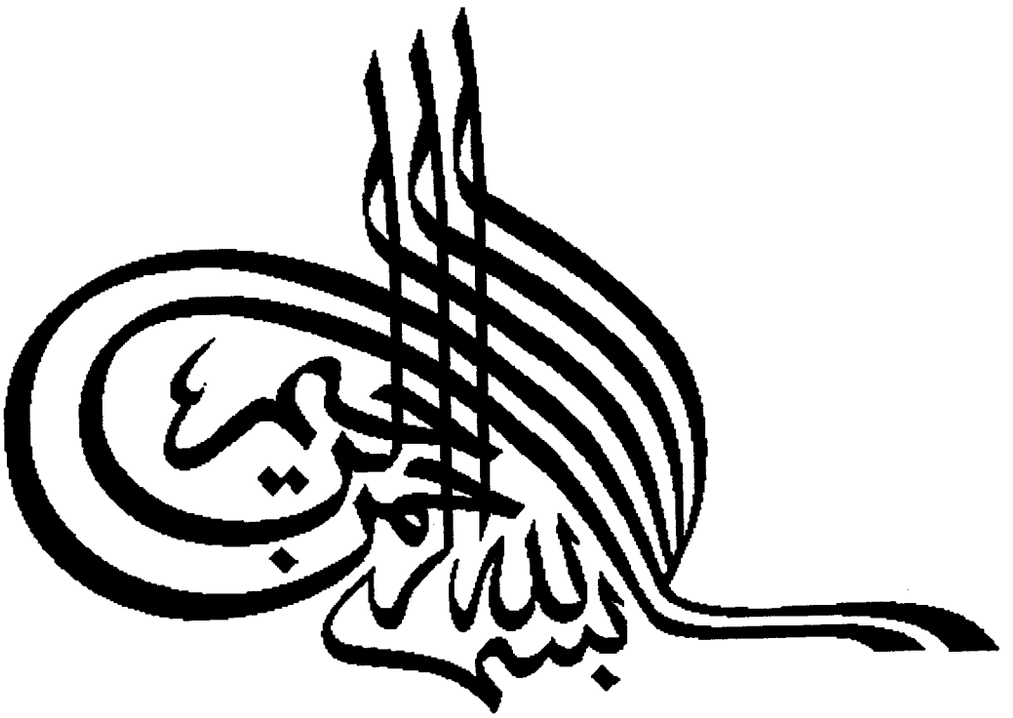


٢٧٥٩٣

مرکز اطلاعات و مدارک علمی ایران
ثبت مرکزی

۱۳۷۸ /۸/ ۱۵

بررسی عدم قطعیتهای موجود در پارامترهای مقاطع بتن آرمه و تعیین ضرایب بار و مقاومت برای شرایط کارگاهی ایران

5076

استاد راهنما :آقای دکتر محمد صادق معرفت

تهیه و تدوین : محمد رضا امیری شاهمیرانی

مهرماه ۱۳۷۸

۲۷۵۹۳

تقدیم به مادر دلسوزم که اکنون در میان ما نیست .

هدیه به پدر عزیزم و همسر مهربانم .

فهرست مطالب

۱) مروری بر برخی نظریه های احتمال و کاربرد آن در مهندسی	۱
۱-۱- عدم قطعیت و مفهوم آن	۲
۱-۲- تعریف متغیر تصادفی ، فضای نمونه	۲
۱-۳- تعریف نمونه های آماری و هیستوگرامهای فراوانی و فراوانی تجمعی	۲
۱-٤- توابع چگالی احتمال و توابع توزیع تجمعی احتمال (PDF و CDF)	٤
۱-٥- تعریف و محاسبه مشخصات آماری و تقریبهای وابسته به آن	٦
۱-٥-۱- تعاریف میانگین - واریانس - انحراف معیار - ضریب پراکندگی - ضریب همبستگی	٦
۱-٥-۲- تعیین میانگین و واریانس ترکیبهای خطی متغیر تصادفی	۷
۱-٥-۳- تعیین میانگین و واریانس حاصلضرب متغیرهای نابسته یا مستقل	۸
۱-٥-٤- تقریب میانگین و واریانس با استفاده از بسط تیلور برای تابع یک متغیره	۸
۱-٥-٥- تقریب میانگین و واریانس با استفاده از بسط تیلور برای تابع چند متغیره	۹
۱-٦- توزیعهای کاربردی	۱۲
۱-٦-۱- توزیع یکنواخت	۱۲
۱-٦-۲- توزیع نرمال	۱۳
۱-٦-۳- توزیع لگ نرمال	۱٤
۱-٦-٤- توزیع گامبل یا مجانبی نوع I	۱٥
۱-٦-٥- توزیع ویبول یا مجانبی نوع II	۱۷
۱-۷- مفهوم ایمنی و آنالیز ریسک در مهندسی سازه	۱۸
۱-۷-۱- شرط ایمنی و صور مختلف شرط شکست	۱۸
۱-۷-۲- محاسبه احتمال شکست به روش انتگرالگیری	۱۹
۱-۷-۳- مفهوم شاخص ایمنی β	۲۰
۱-۷-۳-۱- تعریف شاخص ایمنی	۲۰
۱-۷-۳-۲- محاسبه شاخص ایمنی دقیق β^{exact}	۲۳
۱-۷-۳-۳- محاسبه شاخص ایمنی با استفاده از تکنیک مرتبه اول - لنگر دوم	۲٤
۱-۷-۳-٤- رابطه ایمنی با مفهوم β	۲۷

۱-۸- اعمال ایمنی مناسب در طراحی اعضاء سازه ای ۲۸

۱-۸-۱- اعمال ایمنی با استفاده از ضریب ایمنی مرکزی θ ۲۸

۱-۸-۲- اعمال ایمنی با استفاده از ضریب ایمن مقرر ۲۹

۱-۸-۳- اعمال ایمنی با استفاده از ضرایب ایمنی جزیی بر اساس مقادیر میانگین ۳۰

۱-۸-٤- اعمال ایمنی با استفاده از ضرایب ایمنی جزیی بر اساس مقادیر مقرر ۳۱

۱-۹- روش آنالیز مونت کارلو ۳۲

۱-۹-۱- مفهوم شبیه سازی و تعیین احتمال شکست و شاخص ایمنی با روش آنالیز مونت کارلو ۳۲

۱-۹-۲-خطای ناشی از تعداد دورهای تکرار ۳٦

۱-۱۰- تئوری تعیین تجربی توزیعهای آماری ۳۷

۱-۱۰-۱- مقدمه ۳۷

۱-۱۰-۲- کاغذهای احتمالاتی ۳۷

۱-۱۰-۲-۱- کاغذ احتمال نرمال ۳۸

۱-۱۰-۲-۲- کاغذ احتمال لگ نرمال ٤۰

۱-۱۰-۳- آزمونهای اعتبار جهت توزیع فرض شده ٤۳

۱-۱۰-۳-۱- آزمون کای اسکوئر ٤۳

۱-۱۰-۳-۲- آزمون K-S یا Kolmogorov - Smirnov ٤۷

۲) بررسیهای آماری و پارامترهای مقاطع بتن آرمه در کشورهای مختلف ۵۰

۲-۱- مقدمه ۵۱

۲-۲- مقاومت فشاری بتن ۵۱

۲-۲-۱- جدول کنترل کیفیت طبق نظر ACI -214 ۵۲

۲-۲-۲- جدول کنترل کیفیت طبق آزمایشات عملی در آمریکا ۵۲

۲-۲-۳- جدول میانگین و مقدار اسمی و ماکزیمم آئین نامه ای مقاومت فشاری بتن ۵۳

۲-۳- تنش تسلیم فولاد ۵٤

۲-٤- سطح مقطع میلگرد ۵۷

۲-۵- ابعاد مقطع ۵۷

۲-٦- بار گذاری ٦۰

۲-٦-۱- بار مرده ٦٠

۲-٦-۲- بار زنده ٦٠

۲-٦-۳-۱- بار سرویس ٦١

۲-٦-۲-۲- بار باد ٦١

۲-٦-۲-۳- بار برف ٦١

۲-٦-۲-٤- بار زلزله ٦١

۲-٦-۳- ترکیب بارها ٦١

۲-۷- بررسی عدم قطعیتها در مدلسازی ٦٣

۲-۸- سایر عدم قطعیتها ٦٥

۳) بررسیهای آماری پارامتر های مقاطع بتن آرمه در ایران ٦٧

۳-۱-مقدمه

۳-۲- مقاومت فشاری ٦٨

۳-۲-۱- تبدیل مقاومتها به مقاومت معادل ۲۸ روزه استوانه ای ٦٩

۳-۲-۲- روش مورد تائید آئین نامه اجرایی CP110:1972 ٦٩

۳-۲-۳- روش Hummel ۷۰

۳-۲-۱-۳- روش Pineiro و روش مورد استفاده در آلمان ۷۱

۳-۲-۱-٤- روش نمودار تجربی پیشنهادی مرجع ۱۵ ۷۱

۳-۲-۲- جدول کنترل کیفیت اصلاحی با توجه به میانگین مقاومت فشاری و ضریب پراکندگی ۷۲

۳-۲-۳- بررسی کارگاههای مختلف و تعیین کنترل کیفیت و مشخصات آماری هر کارگاه ۷۳

۳-۳- تنش جاری شدن میلگرد ۸۱

۳-٤- سطح مقطع میلگرد ۸۲

۳-۵- عرض مقطع خمشی b ۸۳

۳-٦- ارتفاع موثر مقطع خمشی d ۸۵

٤) تعیین توزیعهای آماری مصالح بتن در ایران ۸۷

٤-١- استفاده از کاغذ های احتمالاتی برای تعیین تجربی توزیع آماری ۸۸

٤-٢- استفاده از آزمون کای اسکوئر ۱۰۲

٤-٣- استفاده از آزمون K-S ۱۰٤

٤-٤- نمایش شماتیک هیستوگرام فراوانی داده ها ۱۰۵

٤-٥- نمایش روند انجام کار با یک مثال عملی و بیان خلاصه محاسبات پارامترهای مقاطع بتن آرمه ۱۰۵

٤-٦- پیشنهاد توزیع های مناسب و مشخصات آماری برای ایران ۱۲۵

۵) تعیین شاخص ایمنی یک عضو خمشی بر اساس آئین نامه ایران بر مبنای بررسیهای میدانی محلی ۱۲۹

۵-١- نحوه تعیین شاخص ایمنی بر اساس روش مونت کارلو و روش مرتبه اول -لنگر دوم ۱۳۰

۵-٢- تعیین β بر اساس آئین نامه ایران ۱۳۱

٦) پیشنهاد ضرایب بار و مقاومت برای یک عضو خمشی برای شرایط ایران ۱٤۷

٦-١- شاخص ایمنی مطلوب و محاسبه ضرایب بار و مقاومت ۱٤۸

٦-٢- تعیین محدوده تغییرات پارامترهای مختلف در ساختمانهای بتنی و پیشنهاد ضرایب بار و مقاومت برای شرایط کاربردی ایران ۱۷۱

٦-٣- نتیجه گیری و مقایسه ضرایب بدست آمده با ضرایب مورد استفاده در آبا ۱۷۳

٦-٤- تحقیقات بعدی در ادامه این پروژه ۱۷۵

پیوست ۱ : برنامه کامپیوتری تعیین شاخص ایمنی با استفاده از روش مونت کارلو

۱- تولید اعدادتصادفی با توزیع یکنواخت

۲- تولید اعداد تصادفی با توزیع نرمال

۳-تولید اعداد تصادفی با توزیع گامبل

٤-فایل ورودی و خروجی برنامه

٥- لیست برنامه کامپیوتری

پیوست ۲ : داده های آماری

پیوست ۳ : جدول مربوط به آزمون کای اسکوئر و K-S و جدول استاندارد نرمال

پیشگفتار :

یکی از بخشهای مهم و مورد توجه در تدوین آئین نامه های مختلف مسئله ایمنی است . چرا که ماهیت وجودی آئین نامه ها نیز از این موضوع نشأت گرفته است . به جهت رسیدن به طراحی ایمن و بجهت هماهنگی در مسئله طراحی بود که تدوین آئین نامه آغاز گردید و همواره برای رسیدن به هدف اصلی آئین نامه ها که طرح اقتصادی به همراه ایمنی لازم میباشد تلاش فراوان صورت پذیرفته است . برای پی بردن به این مهم . نیاز به دانستن عدم قطعیتهای موجود در پارامترهای مختلف طراحی و بررسی آنها می باشد و پس از شناختن این عدم قطعیتها نیاز به یک بررسی میدانی و نتیجه گیری از این بررسی و نهایتا" استفاده از این نتایج در کارهای عملی است . در این پروژه سعی شده است تمامی موارد فوق الذکر در نظر گرفته شود .

همانطور که بیان شد مسئله مهم آئین نامه ها طراحی اقتصادی و ایمن المان می باشد . ولی این دو خواسته طراحی در خلاف جهت همدیگر سیر می نمایند ، بدین معنا که اگر طرحی اقتصادی شود عملا" از ایـــــمنی آن کاسته می شود و برعکس اگر طرحی فقط مسئله ایمنی را مورد توجه قراردهد . مسئله اقتصادی زیر سؤال خواهد رفت . بنابراین باید تعادلی بین این دو عامل وجود داشته باشد . این مرز را آئین نامه باید مشخص نماید . آئین نامه ها برای رسیدن به این امر از آنالیز ریسک و تئوری قابلیت اطمینان بهره می برند و سعی می نمایند با ارائه راهکارهایی مناسب در قالب آئین نامه های اجرایی و طراحی ، بیشترین ایمنی قابل قبول رادر مقابل کمترین هزینه مهیا نمایند .

برای انجام آنالیز ریسک ، نیاز به مشخصات آماری پارامترهای مختلف دخیل در امر طراحی می باشیم و جهت بررسی مشخصات آماری یک جمعیت ، نیاز به اطلاعات آماری خواهد بود . اطلاعات آماری باید بصورت محلی جمع آوری شده باشد چرا که اگر کشوری از اطلاعات آماری دیگر کشورها استفاده نماید . بدلیل عدم تطابق تکنولوژی اجرا و ساخت و مهارتها و عدم وجود امکانات لازم ، نمی توان به این بررسیهای آماری اعتماد نمود . چرا که در آنالیز ریسک حرف اول را بررسی میدانی می زند و مشخصات آماری مفروض در نتیجه عمل بسیار دخیل می باشند بنابراین در گام اول . نیاز به یک بررسی آماری در زمینه پارامترهای موثر در مقطع بتن آرمه بودیم . این بود که بر آن شدیم از کارگاههای موجود در داخل تهران و در موقعیتهای مکانی مختلف به جمع آوری پارامترهای مختلف طراحی از جمله تنش جاری شدن میلگرد و مقاومت فشاری بتن و سطح مقطع میلگرد و ابعاد مقطع بپردازیم . از آنجا که کارگاههای مختلف در سطح شهر دارای امکانات و تکنولوژیهای اجرایی مختلف بودند بر آن شدیم که به تقسیم بندی آنها از نظر کیفیت بپردازیم . این بود که کارگاههای مختلف را به درجات مختلف عالی ، متوسط + ، متوسط ، متوسط - و ضعیف تقسیم بندی نمودیم . سپس به تعیین مشخصات آماری پارامترهای مختلف پرداختیم و تابع توزیعی را که هر یک از پارامترها از آن تبعیت می کردند تعیین نمودیم . با این تفاسیر ماهیت تصادفی پارامترهای مختلف مشخص شد و با مشخص شدن این ماهیت تصادفی می توانیم به آنالیز ریسک و بررسیهای تئوری قابلیت اطمینان بپردازیم . با بیان این مطالب ، این پروژه با هدف تعیین ماهیت تصادفی و مشخصات آماری پارامترهای مختلف دخیل در طراحی خمشی و در ادامه تعیین شاخص ایمنی مطلوب ایران و پیشنهاد ضرایب بار و مقاومت هماهنگ با شاخص ایمنی مطلوب ایران در ٦ فصل شکل گرفت که بطور اجمال فصول مختلف را بررسی می نمائیم .

فصل اول در این فصل با بیان مفاهیم و تعاریف پایه مروری بر نظریه احتمال و کاربردهای آن در مهندسی سازه داشتیم که روشهای مختلف اعمال ایمنی و روش آنالیز مونت کارلو مورد بررسی قرار گرفت و طی مثالی عملی شبیه سازی کامپیوتری و نحوه تعیین احتمال شکست و شاخص ایمنی بررسی شد که در واقع مقدمه ای برای کار اصلی پروژه است . چرا که شناخت دقیق این مفاهیم یکی از نیازهای اساسی مهندسان عمران و زیر بنای کلیه کارهای قابلیت اطمینان و آنالیز ریسک می باشد .

فصل دوم: در این فصل به بررسی آماری پارامترهای مختلف دخیل در مقاطع بتن آرمه در کشورهای دیگر پرداختیم . در این فصل بررسیهای انجام گرفته شده در کشورهایی مثل کانادا و آمریکا مورد بررسی قرار گرفته است و بررسیهای میدانی این کشورها آورده شده است و نوع تابع توزیع در نظر گرفته شده و همچنین مشخصات آماری شامل میانگین و انحراف معیار پارامترهای مختلف بیان می شود . در این فصل پیشنهاد ACI-214 مبنی بر تقسیم کارگاهها به کنترل کیفیتهای مختلف و همچنین جدول پیشنهادی طبق آزمایشات عملی در آمریکا آورده شده است و این مقادیر را با آنچه در آئین نامه مجاز به استفاده از آن شدیم ، مقایسه گردیده است . درادامه این بخش در مورد مشخصات آماری و ماهیت تصادفی بارهای وارد بر ساختمان بحث شده است و در نهایت در مورد عدم قطعیتهای ممکن در یک مدل به بحث و بررسی پرداختیم این فصل به منظور مقایسه با نتایج بدست آمده در ایران و اختلافات موجود در بررسیهای میدانی کشور ما با دیگر کشورها حائز اهمیت می باشد .

فصل سوم: در این فصل به بررسی میدانی پارامترهای مختلف مقاطع بتن آرمه در ایران پرداختیم. با توجه به مشخصات کارگاههای ایران جدولی جهت اصلاح کنترل کیفیت ارائه شد و تک تک پارامترهای موثر در مقطع بتن آرمه مورد بررسی آماری قرارگرفت و آمارهای قابل قبولی در زمینه های مذبور بدست آمد . در زمینه مقاومت فشاری بتن مجبور به معادل سازی مقاومتهای بدست آمده از بررسیهای آماری به مقاومت ۲۸ روزه استوانه ای شدیم و با ارائه راهکارهایی این مشکلات را مرتفع ساختیم و در نهایت مشخصات آماری شامل میانگین و انحراف معیار پارامترهای مختلف مقاطع بتن آرمه راتعیین نمودیم . در این فصل که معادل فصل دوم ولی بر مبنای بررسیهای آماری انجام شده در داخل کشور است اختلافات بسیاری در زمینه، مشخصات آماری با فصل قبل بچشم می خورد که باید در آنالیز ریسک در ایران مورد توجه قرار گیرد .

فصل چهارم: در این فصل با استفاده از اطلاعات فصل اول به بررسی توزیعهای آماری مصالح در ایران پرداخته شد و از راهکارهای ارائه شده در فصل اول جهت تعیین توزیع آماری و آزمایش اعتبار توزیع فرض شده ، استفاده گردید . توزیعهای آماری پارامترهای مختلف ، بررسی گردید و برای نمایش شماتیک مسأله به رسم هیستوگرامهای فراوانی ، همت گماشته شد و در نهایت جهت نمایش روند انجام کار ، مثالی عملی آورده گردید . در این فصل در نهایت به پیشنهاد توزیعهای مناسب و مشخصات آماری مربوطه برای ایران جهت بررسیهای ریسکی بسنده گردید .

فصل پنجم: در این فصل به تعیین شاخص ایمنی یک عضو خمشی بر اساس آئین نامه ایران پرداخته شد مزیت این کار نسبت به کارهای مشابه که در پروژه های دیگر مورد بررسی قرار گرفته بود آن است که مشخصات آماری مورد استفاده در این شبیه سازی تماما" از آنچه که در بررسیهای میدانی محلی ایران ، استخراج شده است ، بهره گرفته شده است و این عمل باعث میشود که عضو شبیه سازی شده ، هر چه میتواند به اعضأ ساخته شده واقعی در عمل و در کارگاههای موجود در سطح شهر نزدیکتر باشند و همین عمل منجر به تعیین شاخص ایمنی واقعی عضو خواهد شد . در این فصل بر اساس روش مونت کارلو و روش مرتبه اول - لنگر دوم ،

شاخص ایمنی آئین نامه ایران به تفکیک کنترل کیفیتهای مختلف و تنش های تسلیم فولاد مختلف و مقاومت فشاری بتنی گوناگون ، مورد بررسی قرار گرفت .

فصل ششم: در این فصل با استفاده از نتایج بدست آمده در فصل پنجم به بررسی شاخص ایمنی مطلوب و پیشنهاد آن برای آئین نامه ایران پرداخته شد و در ادامه روش محاسبه ضرایب بار و مقاومت با توجه به شاخص ایمنی مطلوب ، بیان گردید و یک بررسی بر روی مقاطع بتن آرمه صورت پذیرفت تا آنکه محدوده تغییرات نسبت بار زنده به مرده در ساختمانهای بتنی متعارف مشخص گردد . سپس با توجه به شاخص ایمنی مطلوب و محدوده تغییرات متقارن نسبت بار زنده به مرده ، ضرایب بار و مقاومت برای شرایط کارگاهی ایران ، پیشنهاد گردید و در نهایت با نتیجه گیری و خلاصه جدول ضرائب بدست آمده برای تفکیک های مختلف مقادیر این ضرائب با ضرائب مورد استفاده در" آبا" مقایسه گردید . البته ضرائب پیشنهادی بر اساس شرایط بارگذاری D+L بوده است که در ادامه تحقیقات بعدی با توجه به بررسیهای آماری انجام گرفته در این پروژه می توان شرایط بارگذاری دیگر را نیز مورد توجه قرار داد .

در اینجا لازم است از استاد ارجمند " آقای دکتر محمد صادق معرفت " که کلیه مراحل پروژه به راهنمائی و مساعدت و تحت نظر ایشان انجام شده است کمال تشکر و قدردانی را بنمایم .

همچنین یادی از مادر عزیزم که اکنون در میان ما نیستند و در ثمر بخشی اینجانب نقش مؤثر و اساسی داشتند خواهم داشت ، در ضمن از مساعدت همسرم در امور مختلف جهت تشکیل و ارتقأ این اثر صمیمانه سپاسگذارم و در انتها از آقای مهندس میرکیائی و همسر ایشان جهت انجام کلیه کارهای کامپیوتری این پایان نامه کمال تشکر و قدردانی را دارم .

محمد رضا امیری شاهمیرانی

تابستان ۷۸

فصل اول

مروری بر برخی نظریه های احتمال

و کـــــــــاربرد آن در مهندســـــــــی

۱-۱- عدم قطعیت و مفهوم آن :

بدون شک اگر در تمامی مسائل اطراف خود دقت نمائیم برای پدید آمدن هر اتفاقی تردید و احتمال دخیل می باشد و هیچ اتفاق و پدیده ای را نمی توان بصورت صد در صد پیش بینی نمود علت اصلی این امر وجود عاملی غیر قابل پیش بینی می باشد که باعث رویاندن ریشه شک و تردید در اتفاق یک پدیده می باشد عوامل موثر در این امر را عدم قطعیت می نامند . عدم قطعیت باعث می شود که نتوان بصورت صد در صد در مورد مسائل طبیعی تصمیم گرفت و همین امر باعث بوجود آمدن نظریه احتمال و کاربردهای آن در شاخه های مختلف علوم شده است درادامه به مروری اجمالی بر مفاهیم نظریه احتمال و در نهایت به کاربرد نظریه احتمال در مهندسی می پردازیم .

۱-۲- تعریف متغیر تصادفی - فضای نمونه :

اگر اتفاق یا آزمایشی به دفعات انجام پذیرد و شرایط انجام آن کاملا" ثابت بماند چنانچه نتایج عددی آزمایش دارای تغییرات باشند پارامترهای اندازه گیری شده تصادفی در نظر گرفته می شوند ، لذا هریک آزمایش مقدار عددی یک پارامتر می تواند یک " متغیر تصادفی " محسوب شود . بعبارت دیگر متغیر تصادفی متغیری است که مقدارش از یک قانون تصادفی تبعیت می کند و پیش آمد رخداد یا حادثه ای است که اتفاق می افتد و مجموع تمام پیش آمدهای ممکن را فضای نمونه می نامند .

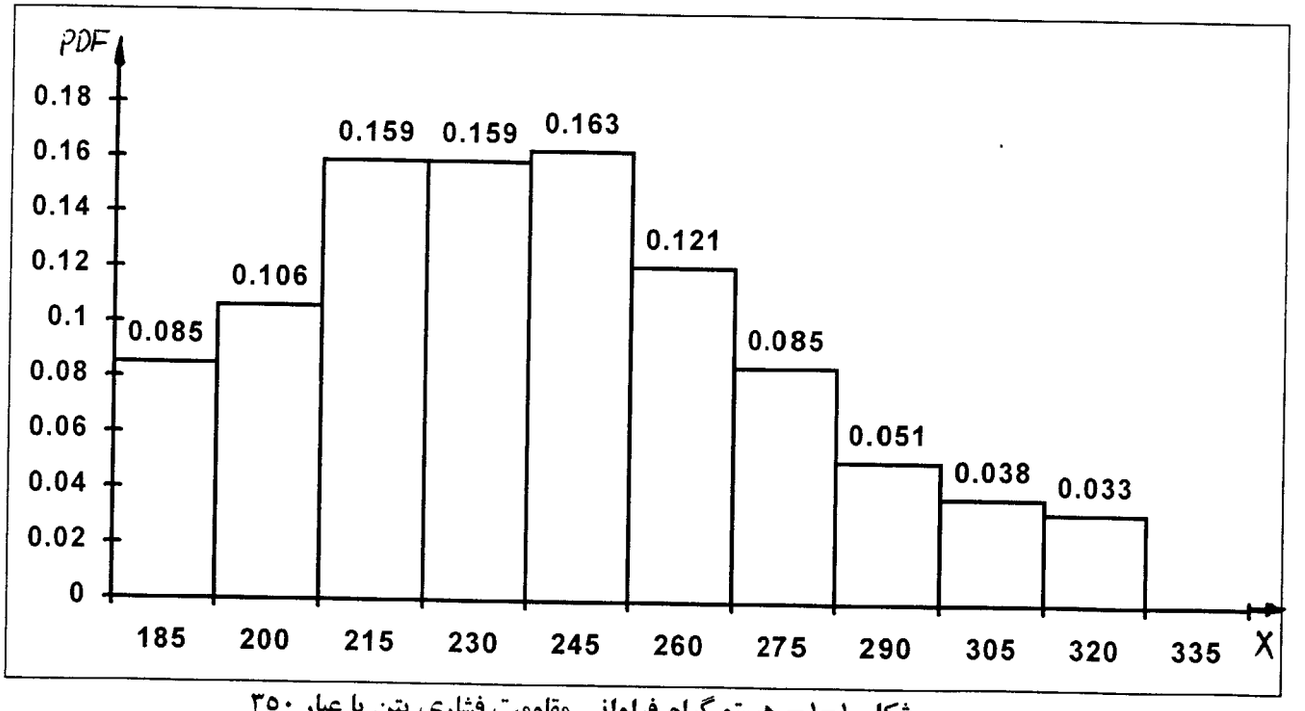
۱-۳- تعریف نمونه آماری و هیستوگرامهای فراوانی و فراوانی تجمعی :

طبیعی است برای هر مطالعات و تحقیقاتی در ابتدا نیاز به جمع آوری اطلاعاتی آماری می باشد که این اطلاعات آماری بنا به نوع متغیر تصادفی یک سری اعداد و ارقام می باشد که نیاز به نمایش بهتر جهت فهم بیشتر مطلب می باشد ، چرا که یک سری اعداد در کنار هم ممکن است مفهومی را نرساند ولی وقتی در نموداری قرار گرفت به سادگی مفهوم کلی خود را بیان می نماید . این است که هیستوگرامهای فراوانی و فراوانی تجمعی در این مهم یاریگر ما خواهند بود هیستوگرام در کل نموداری میله ای است که فراوانی نسبی مقادیر مشاهده شده را نشان می دهد .

بطور مثال جدول زیر فراوانی محدوده مقاومت فشاری بتن با عیار ۳۵۰ را نشان می دهد . با توجه به اعداد بدست آمده در جدول زیر می توان هیستوگرامهای فراوانی و فراوانی تجمعی را نشان داد .

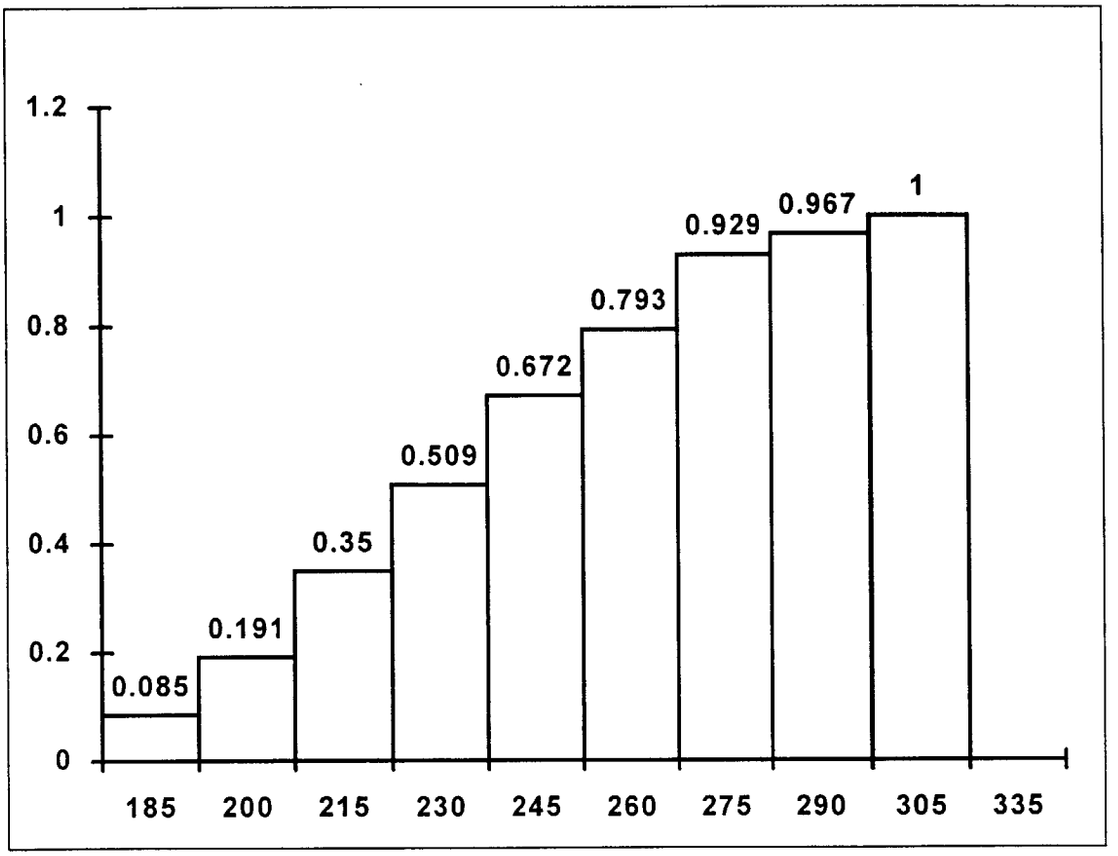
جدول ۱-۱- تعداد مشاهدات مقاومت فشاری بتن با عیار ۳۵۰

محدوده مقاومت فشاری بتن	تعداد مشاهده	فراوانی	فراوانی تجمعی
185-200	40	0.085	0.085
200-215	50	0.106	0.191
215-230	75	0.159	0.350
230-245	75	0.159	0.509
245-260	77	0.163	0.672
260-275	57	0.121	0.793
275-290	40	0.085	0.878
290-305	24	0.051	0.924
305-320	18	0.038	0.967
320-335	15	0.033	1.000



شکل ۱-۱- هیستو گرام فراوانی مقاومت فشاری بتن با عیار ۳۵۰

اگر مقادیر مشاهدات هر محدوده یا دسته بر تعداد کل مشاهدات تقسیم شود هیستوگرام فراوانی بدست می آید . همانطور که در مثال نشان داده شده است . اگر مقادیر بدست آمده در هر دسته با مقادیر کوچکتر خود جمع شود هیستوگرام بدست آمده تجمعی می باشد . مهمترین نتیجه ای که از هیستوگرام تجمعی بدست می آید این است که چه درصدی از مقادیر مشاهده شده مساوی یا کوچکتر از مقدار خاصی است .



شکل ۱-۲- هیستوگرام فراوانی تجمعی مقاومت فشاری بتن با عیار ۳۵۰

۱-٤- توابع چگالی احتمال و توابع توزیع احتمال (CDF , PDF) :

در بررسی هیستوگرام فراوانی هر چند محدوده مقاومتها (در مثال بیان شده) کمتر باشد شکل هیستوگرام به یک منحنی نزدیکتر می شود . به عبارتی با تقسیم کوچکتر فاصله ها از یک طرف و مقدار نمونه های بیشتر از طرف دیگر می توان شکل پله ای هیستوگرام را با یک منحنی تخمین زد . معمولا" اطلاعات آماری دارای نمودارهای منظمی نیستند ولی با بهترین برازش به یک منحنی می توان تابع ریاضی قابل قبولی را برای هیستوگرام فراوانی مورد بحث بدست آورد. این تابع ریاضی تابع چگالی احتمال (PDF) و تابع تجمعی آن تابع تجمعی احتمال یا تابع توزیع احتمال (CDF) متغیر تصادفی مورد بحث نامیده می شود . این منحنی از آنجا که می توان برروی آن کارهای ریاضی انجام داد حائز اهمیت می باشد .