بسم الله الرحمن الرحیم

دانشگاه صنعتی اصفهان
دانشکده فیزیک

ساختار قیدی و کوانتش همتافته نظریه‌های میدانی در مختصات مخروط‌نوری

پایان‌نامه کارشناسی ارشد فیزیک، گرایش ذرات بنیادی

کیانوش کارگر

استاد راهنما

دکتر احمد شیرزاد

۱۳۹۱

دانشگاه صنعتی اصفهان
دانشکده فیزیک

پایان‌نامه کارشناسی ارشد رشته فیزیک آقای کیانوش کارگر

تحت عنوان

ساختار قیدی و کوانتش همتافته نظریه‌های میدانی در مختصات مخروط نوری

در تاریخ ۱۳۹۲/۱۰/۲۶ توسط کمیته تخصصی زیر مورد بررسی و تصویب نهایی قرار گرفت.

۱- استاد راهنمای پایان‌نامه	دکتر احمد شیرزاد
۲- استاد مشاور پایان‌نامه	دکتر بهروز میرزا
۳- استاد مدعو	دکتر مسلم زارعی
۴- استاد ممتحن داخلی	دکتر رضا خسروی
سرپرست تحصیلات تکمیلی	دکتر مجتبی اعلائی

قدردانی

تشکر ویژه من از استاد ارجمندم جناب آقای دکتر شیرزاد است که با رهنمون هایشان همواره یارای من بوده‌اند و بسیار از ایشان آموخته‌ام.
و همین‌طور پدر و مادر عزیزم که همواره مرا در زندگی یاری داده‌اند.
و تشکر می‌کنم از آقای دکتر بهروز میرزا که استاد مشاور بنده بوده‌اند و زحمت مطالعه این پایان نامه را کشیده‌اند.
از دوست ارجمندم، آقای حامد قائمی نیز بابت کمک‌ها و هم فکری هایشان سپاس گزارم.

کلیه حقوق مادی مترتب بر نتایج مطالعات، ابتکارات و نوآوری‌های ناشی از تحقیق موضوع این پایان‌نامه (رساله) متعلق به دانشگاه صنعتی اصفهان است.

تقدیم به

تمامی مهربانانی که همواره در کنارم بوده‌اند.

فهرست مطالب

چکیده

فرمول بندی نظریه‌های میدانی در مختصات مخروط نوری تفاوت‌هایی با مختصات معمول دارد که باعث شده است این مختصات کاربردهای زیادی در فیزیک انرژی‌های بالا و به خصوص نظریه ریسمان و QCD داشته باشد. یکی از این تفاوت‌ها، تغییر ساختار قیدی نظریه‌های میدانی در مختصات مخروط نوری است که باعث می‌شود فرایند کوانتش این نظریه‌ها تغییر کند. به طور مثال خواهیم دید که نظریه کلین گوردن که در مختصات معمول یک نظریه غیر قیدی است، در مختصات مخروط نوری به یک نظریه قیدی تبدیل می‌شود و برای کوانتش آن باید از رهیافت دیراک یا رهیافت‌های معادل آن استفاده کرد.
در این پایان نامه، در ابتدا چگونگی تغییر ساختار قیدی در اثر غیر قطری بودن متریک مخروط نوری را بررسی می‌کنیم. سپس نشان می‌دهیم که چگونه این تغییر ساختار قیدی باعث کاهش درجات آزادی نظریه و کاهش تعداد مدهای مستقل فیزیکی می‌شود و این تغییرات چه تاثیری بر روند حل معادلات حرکت مدهای فیزیکی و یافتن مدهای شرودینگری نظریه دارد. در واقع نشان می‌دهیم که با رفتن به مختصات مخروط نوری، تغییر ساختار قیدی باعث نصف شدن تعداد مدهای شرودینگری می‌شود، اما این به معنای فیزیک متفاوتی در نظریه نیست، چرا که شکل غیر قطری متریک باعث می‌شود که بتوانیم فضای فاز را به دو قسمت تقسیم کنیم که هر مد شرودینگری در هر قسمت نقشی متفاوت را ایفا می‌کند و به این ترتیب فیزیک یکسانی در قیاس با مختصات معمول خواهد داشت.
بعد از آن با کمک رهیافت همتافته نظریه کلین گوردن حقیقی و مختلط را کوانتیده کرده و پس از بررسی سازگاری این نظریه‌ها در مختصات معمول و مخروط نوری، برخی تفاوت‌های فرمول بندی این نظریه‌ها در دو مختصات را بررسی می‌کنیم. سپس به سراغ نظریه پیمانه‌ای الکترومغناطیس می‌رویم و با انتخاب تثبیت پیمانه مناسب، این نظریه را نیز با رهیافت همتافته کوانتیده می‌کنیم. بعد از آن نظریه یانگ میلز غیر آبلی را در مختصات مخروط نوری با اعمال تثبیت پیمانه های مناسب، فرمول بندی می‌کنیم. همین طور نشان می‌دهیم که با یک بسط فوریه ساده برای میدان‌ها و تکانه‌های همیوغ، نمی‌توان این نظریه را با رهیافت همتافته کوانتیده کرد.

کلمات کلیدی:
مختصات مخروط نوری - کوانتش همتافته - ساختار قیدی- شمارش درجات آزادی - شمارش مدهای فیزیکی

فصل ۱

مقدمه

طبق اصول نظریه نسبیت انیشتین، قوانین فیزیکی باید تحت تبدیلاتی از سیستم مختصات موسوم به تبدیلات پوانکاره ناوردا باشند. مجموعه این تبدیلات، گروهی موسوم به گروه پوانکاره یا گروه لورنتس غیر همگن می‌سازند. در مقاله‌ای که در سال ۱۹۴۹ به چاپ رسید[۱]، دیراک با بررسی زیر گروه‌های متفاوت گروه پوانکاره، گونه‌های[۱] متفاوتی را برای دینامیک نسبیتی ارائه داد. از منظری دیگر، این گونه‌ها متناظر با تثبیت پیمانه‌های متفاوت برای ناوردایی بازپرمایه بندی[۲] کنش ذره آزاد نسبیتی هستند. در هرکدام از این گونه‌ها، با لایه لایه کردن فضا زمان، ابر سطح‌های متفاوتی به عنوان ابر سطح‌های زمان برابر انتخاب می‌شوند که عمود بر این ابر سطح‌ها، محور زمان نامیده می‌شود.

دیراک در مقاله خود، این انتخاب‌های متفاوت ابر سطوح زمان برابر را در سه دسته طبقه بندی کرد که آن‌ها را گونه لحظه‌ای[۳]، گونه نقطه‌ای[۴] و گونه جبهه‌ای[۵] نامید. در شکل ۱.۱ دو گونه از متغیرهای دینامیکی ارایه شده توسط

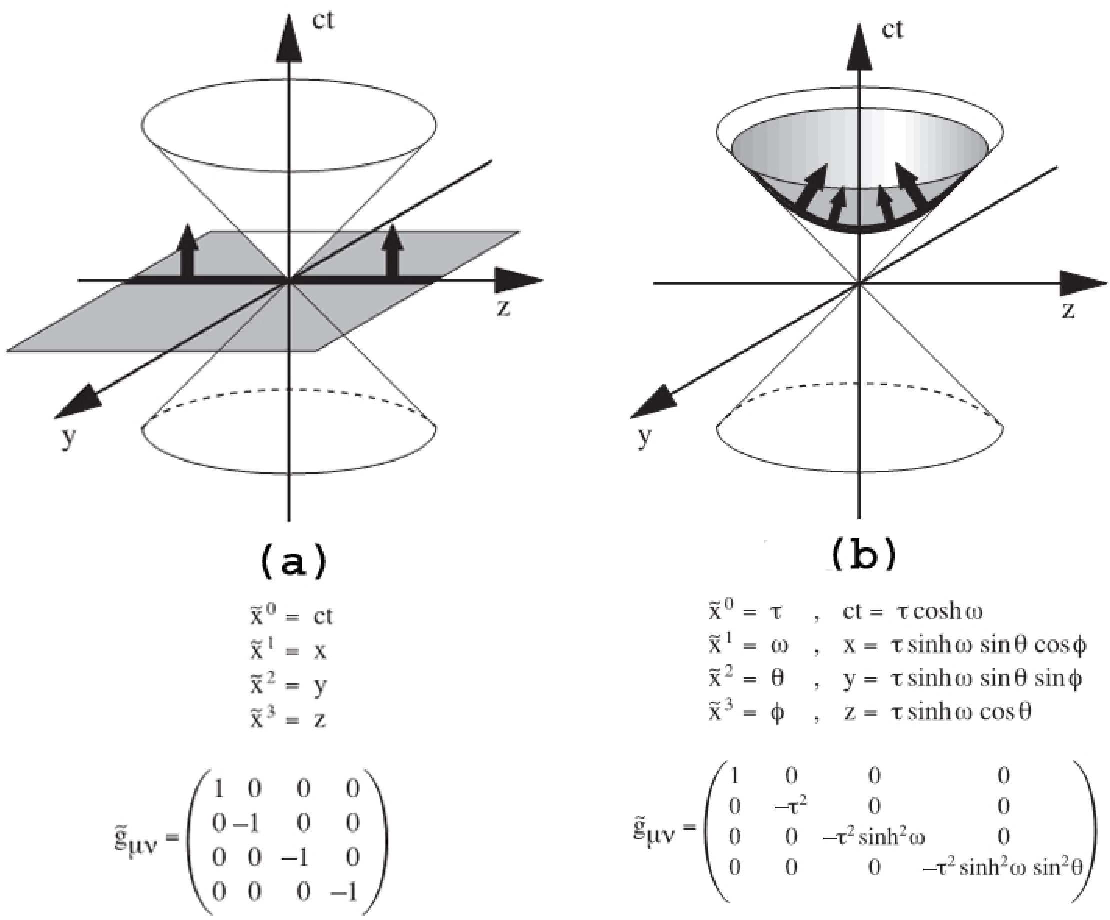
[۱] Form

[۲] Reparameterization

[۳] Instant Form

[۴] Point Form

[۵] Front Form



شکل ۱.۱: دو گونه برای انتخاب ابررویه زمان-ثابت: a گونه لحظه‌ای- b گونه نقطه‌ای[۲]

دیراک، نشان داده شده است. همچنین متریک فضا-زمان مربوط به هر یک از انتخاب‌ها نیز آورده شده است.
در گونه لحظه‌ای، ابرسطح زمان ثابت که ابرسطح عمود بر محور زمان است، با معادله $\Sigma : x^0 = cte$ مشخص می‌شود. این گونه همان شکل معمولی است که در همه جای فیزیک مورد استفاده قرار می‌گیرد. در گونه نقطه‌ای جهت زمان در واقع جهت عمود بر سطح سهموی‌ای است که در شکل نشان داده شده است. در گونه جبهه‌ای که بعدها کاربردهای زیادی در فیزیک انرژی‌های بالا پیدا کرد، ابر سطح $\Sigma : x^0 + x^3 = cte$ را به عنوان ابر سطح زمان برابر انتخاب می‌کنیم. این گونه اکنون با نام جبهه نوری[۱] یا مخروط نوری[۲] شناخته می‌شود.

استفاده از گونه مخروط نوری برای بیان متغیرهای دینامیکی منجر به پیدایش فرمول‌بندی جدیدی در فیزیک بر حسب مختصات مخروط نوری [۳] شد که کاربردهایی در نظریه میدان‌های پیمانه‌ای [۳، ۴، ۵]، نظریه ریسمان [۶]، نظریه M [۷] ، داشته است و همچنین به عنوان ابزاری مهم برای مطالعه نظریه QCD غیر اختلالی تبدیل شده

[۱] Light Front

[۲] Light Cone

[۳] Light Cone Coordinate

است [۸]. ما مختصات مخروط نوری را در فصل دوم به تفصیل معرفی خواهیم کرد. این مختصات مزیت‌هایی همانند غیر مجذوری شدن رابطه انرژی دارد که آن را در بررسی سیستم های چند ذره ای بسیار کار آمد می‌کند، اما آنچه که ما را به بررسی این مختصات علاقمند می‌کند تغییر ساختار قیدی نظریه‌های میدان در مختصات مخروط نوری است. به طور مثال نظریه گلین گوردن در دستگاه مختصات معمول، یک نظریه غیر قیدی است در حالی که در مختصات مخروط نوری یک نظریه قیدی می‌شود و این امر باعث متفاوت شدن فرایند کوانتش نظریه می‌شود.

در این پایان نامه، در ابتدا به معرفی دستگاه مختصات مخروط نوری می‌پردازیم و تقارن‌های ابر سطح : Σ $x^0 + x^3 = cte$ تحت اثر مولدهای گروه پوانکاره را بررسی می‌کنیم و آن را با سایر گونه‌های دینامیک نسبیتی مقایسه می‌کنیم. سپس با معرفی متریک مخروط نوری نشان می‌دهیم که چگونه شکل غیر قطری آن به ما کمک می‌کند تا برای سیستمی از ذرات، انرژی مرکز جرم تعریف کنیم و برای توصیف سیستم از آن استفاده کنیم. عملی که در دستگاه مختصات معمول، به دلیل مجذوری بودن رابطه انرژی نمی‌توان انجام داد.

گفتیم که ساختار قیدی نظریه‌های میدانی در مختصات مخروط نوری تغییر می‌کند. حال این سوال پیش می‌آید که، در این مختصات، ساختار قیدی یک نظریه میدانی، در حالت کلی چگونه تغییر می‌کند و چه تعداد قید به نظریه اضافه می‌شود؟ و این که این تغییر ساختار قیدی چه تاثیری بر روی درجات آزادی نظریه دارد و آیا باعث کاهش تعداد مدهای مستقل فیزیکی نظریه می‌شود یا خیر؟ در فصل سوم ما با بررسی تاثیر غیر قطری بودن متریک بر روی لاگرانژی به این سوالات پاسخ خواهیم داد و به علاوه نشان می‌دهیم که نوشتن نظریه‌ها در مختصات مخروط نوری چه تاثیری در روند حل دینامیک نظریه‌ها دارد.

در فصل چهارم، با بررسی ساختار قیدی نظریه‌های کلین گوردن حقیقی و مختلط، با رهیافت همتافته[۱] بر روی این نظریه ها در مختصات مخروط نوری کوانتش انجام می‌دهیم. سپس سازگاری فضاهای فاز نظریه های کوانتومی این میدان‌ها را در مختصات مخروط نوری و مختصات معمول بررسی می‌کنیم. بعد از آن با در نظر داشتن تفاوت‌ها و تشابه‌های این نظریه میدان‌های کوانتومی در دو مختصات، نشان می‌دهیم که چگونه می‌توان مدهای فیزیکی را در مختصات مخروط نوری به عنوان عملگرهای خلق و فنا تعبیر کرد.

در فصل پنجم، نظریه الکترومغناطیس، که یک نظریه قیدی در مختصات معمول است را با کمک رهیافت همتافته در مختصات مخروط نوری کوانتیده می‌کنیم و نشان می‌دهیم که چگونه رفتن به مختصات مخروط نوری باعث می‌شود که روند کوانتش نظریه تغییر کند.

در فصل ششم نیز ساختار قیدی نظریه یانگ میلز غیر آبلی را در مختصات مخروط نوری بدست می‌آوریم و دشواری‌های یافتن بسطی مناسب برای میدان‌ها و تکانه‌های همیوغ این نظریه در رهیافت همتافته را بررسی می‌کنیم. در بخش بعد نیز، بعد از جمع بندی نتایج کارهای انجام شده، پیشنهاداتی را برای ادامه دادن کارهای انجام گرفته

[۱] Symplectic Approach

در این پایان نامه مطرح می‌کنیم.

در بخش‌های پیوست نیز، ما در ابتدا مروری کرده‌ایم بر کوانتش با رهیافت همتافته، سپس نظریه های کلین گوردن حقیقی، مختلط و الکترومغناطیس را با استفاده از رهیافت همتافته در مختصات معمول کوانتیده کرده‌ایم.

فصل ۲

مختصات مخروط نوری

دیراک در مقاله‌ای در سال ۱۹۴۹ با نام ’’گونه های دینامیک نسبیتی‘‘[۱] نشان داد که متناظر با زیر گروه های متفاوت گروه پوانکاره، می توان انتخاب‌های متفاوتی برای محور زمان داشت. بنابر این برای هر نظریه ای که لاگرانژی آن ناوردای لورنتسی باشد، می توان هرکدام از زیر گروه های متفاوت گروه پوانکاره یا به طور معادل، انتخاب های متفاوت محور زمان را بکار برد. در آن زمان که دیراک گونه‌های دینامیک نسبیتی را معرفی کرد، نظریه‌های پیمانه‌ای و لاگرانژی‌های تکین هنوز به درستی شناخته نمی‌شدند. بعدها نشان داده شد که این انتخاب‌های متفاوت محور زمان، در واقع معادل با تثبیت پیمانه برای ناوردایی بازپرمایه بندی کنش هستند[۹]. در این فصل می‌خواهیم با بررسی این ناوردایی بازپرمایه بندی برای کنش ذره آزاد نسبیتی، دستگاه مختصات مخروط نوری را معرفی کنیم و برخی تفاوت های آن با مختصات معمول را بررسی کنیم.

کنش و لاگرانژی برای ذره آزاد نسبیتی با روابط زیر داده می‌شوند.

$$S = -m \int_1^2 ds \sqrt{\dot{x}^\mu \dot{x}_\mu} \tag{۲.۱}$$

$$L = -m \sqrt{\dot{x}^\mu \dot{x}_\mu} \tag{۲.۲}$$

اگر ماتریس هسیان را برای لاگرانژی فوق بسازیم، داریم

$$W^{\mu\nu} \equiv \frac{\partial^2 L}{\partial \dot{x}_\mu \partial \dot{x}_\nu} = -m\left(g^{\mu\nu} - \dot{x}^\mu \dot{x}^\nu\right) \tag{۳.۲}$$

به راحتی می‌توانیم ببینیم که $W^{\mu\nu}\dot{x}_\nu = 0$، بنابراین لاگرانژی ذره آزاد نسبیتی یک لاگرانژی تکین است، پس باید قیدی بر روی فضای فاز وجود داشته باشد. برای یافتن این قید تکانه همیوغ را می سازیم.

$$p^\mu = -\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_\mu} = m\dot{x}^\mu \tag{۴.۲}$$

بنابراین بر روی فضای فاز ذره آزاد نسبیتی قیدی به شکل $p^2 = m^2$ وجود دارد که آن را به صورت زیر نام‌گذاری می‌کنیم.

$$\theta \equiv p^2 - m^2 \simeq 0 \tag{۵.۲}$$

حال یک بازپرمایه بندی به شکل $s \mapsto s'$ را برای کنش (۱.۲) در نظر می‌گیریم. با باز نویسی کنش و لاگرانژی در این پرمایه جدید داریم

$$L\left({dx^\mu}/{ds}\right) = L\left(\left({dx^\mu}/{ds'}\right)\left({ds'}/{ds}\right)\right) = \left({ds'}/{ds}\right) L\left({dx^\mu}/{ds'}\right) \tag{۶.۲}$$

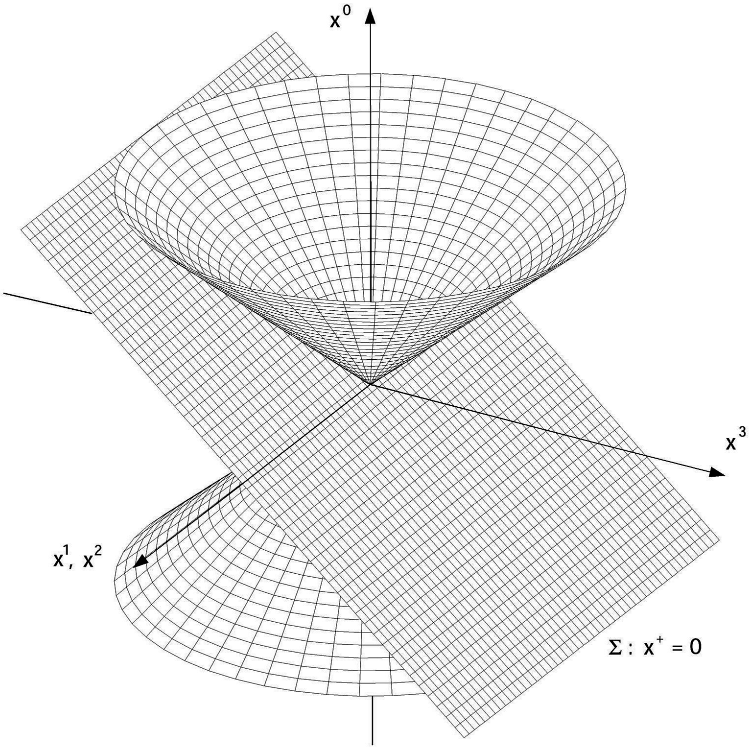
(۷.۲)

و بنابراین، برای کنش تحت این بازپرمایه بندی داریم

$$S = \int ds' \frac{ds}{ds'}\frac{ds'}{ds} L\left({dx^\mu}/{ds'}\right) = S' \tag{۸.۲}$$

همان‌طور که می‌بینیم $S = S'$ شد، پس کنش تحت یک بازپرمایه بندی از جهان خط ناورداست که این ناوردایی به وسیله قید نوع اول (۵.۲) تولید شده است. برای این قید نوع اول، تثبیت پیمانه‌ای خواهیم داشت که متناظر با انتخاب پارامتری خاص یا به طور معادل انتخابی خاص برای محور زمان است. در واقع ما فضا زمان مینکوفسکی را به ابر سطوحی تجزیه[۱] می‌کنیم و جهت عمود بر این ابر سطوح را به عنوان جهت زمان انتخاب می‌کنیم. این ابر

[۱] decompose



شکل ۱.۲: ابر رویه $\Sigma : x^+ = 0$

سطوح را، ابر سطح‌های زمان برابر[۱] می‌نامیم. ما در اینجا کنش ذره آزاد نسبیتی را بررسی کردیم، اما هر نظریه میدانی که با نظریه نسبیت سازگار باشد و لاگرانژی آن ناوردای لورنتسی باشد، قید (۵.۲) را خواهد داشت، پس می توان از انتخاب های متفاوتی از محور زمان که برای کنش ذره آزاد نسبیتی داریم، در این نظریه‌های میدانی نیز استفاده کرد.

به دلیل وجود این شرط که هر جهان خط ممکن برای ذره، باید این سطوح زمان برابر را تنها یک بار قطع کند، انتخاب های ما برای سطوح زمان برابر محدود هستند. یکی از این انتخاب‌ها که دیراک آن را گونه جبهه‌ای نامید، متناظر با انتخاب ابر سطح $\sum : x^+ = \frac{x^0+x^3}{\sqrt{2}} = cte$ به عنوان ابر سطح زمان برابر است. همان‌طور که در شکل ۱.۲ نشان داده شده است، این صفحه متناظر با صفحه‌ای مماس بر مخروط نوری در مختصات معمول است. به این دلیل، این مختصات جدید را مختصات مخروط نوری می‌نامند و در آن x^+ به عنوان زمان انتخاب می‌شود.

با این انتخاب، برای یک چار بردار دلخواه a تبدیل به مختصات مخروط نوری به شکل زیر انجام می‌شود

$$\left(a^0, a^1, a^2, a^3\right) \mapsto \left(a^+, a^1, a^2, a^-\right) \qquad (۹.۲)$$

[۱] equal-time

که در تبدیل فوق

$$a^+ = \frac{a^0 + a^3}{\sqrt{2}}$$
$$a^- = \frac{a^0 - a^3}{\sqrt{2}}$$
$$a^\perp = a^i = \left(a^1, a^2\right) \quad i = 1, 2$$

و برای عنصر ناوردای طول فضا زمان مینکوفسکی در دو مختصات معمول و مخروط نوری داریم

$$ds^2 = (dx^0)^2 - (dx^j)^2 = dx^+ dx^- - dx^\perp dx^\perp \quad , \quad j = 1, 2, 3 \tag{۱۰.۲}$$

بنابر این متریک مخروط نوری، به شکل زیر خواهد بود

$$g_{\alpha\beta} = g^{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{۱۱.۲}$$

همان‌طور که می‌بینیم، متریک مخروط نوری شکلی غیر قطری دارد که باعث به وجود آمدن تفاوت‌های مهمی همانند تغییر ساختار قیدی، غیر مجذوری شدن رابطه انرژی و ... می‌شود. تغییر ساختار قیدی را در فصل بعد به تفصیل بررسی خواهیم کرد و تاثیر غیر مجذوری شدن انرژی را در انتهای همین فصل، بعد از معرفی گروه پوانکاره، خواهیم دید. همین طور تقارن سطوح زمان برابر را تحت مولدهای گروه پوانکاره بررسی می‌کنیم. همچنین در این پایان نامه، از این قرارداد استفاده کرده ایم که هرکجا چاربردارها با حروف برجسته نوشته شده اند، نشان دهنده مولفه‌های فضایی آن هاست و هرکجا با حروف معمولی نوشته شده‌اند، همان چاربردار است. به طور مثال برای چاربردار تکانه $k = (k_+, k_1, k_2, k_-)$ و برای مختصه های فضایی آن $\mathbf{k} = (k_1, k_2, k_-)$.

مولدهای گروه پوانکاره در مختصات مخروط نوری

گروه پوانکاره، گروهی با ده مولّد است که جبر زیر را بر آورد می کنند.

$$\{P^\mu, P^\nu\} = 0 \tag{۱۲.۲}$$

$$\{M^{\mu\nu}, P^\rho\} = g^{\nu\rho} P^\mu - g^{\mu\rho} P^\nu \tag{۱۳.۲}$$

$$\{M^{\mu\nu}, M^{\rho\sigma}\} = g^{\mu\sigma} M^{\nu\rho} - g^{\mu\rho} M^{\rho\sigma} - g^{\nu\sigma} M^{\mu\rho} + g^{\nu\rho} M^{\mu\sigma} \tag{۱۴.۲}$$

که شامل چهار مولد انتقال P^μ و شش مولد خیز و دوران است که با تانسور پادمتقارن $M^{\mu\nu}$ نمایش داده می‌شوند.
یکی از نمایش‌های ممکن برای این گروه، به شکل زیر است.

$$P^\mu = p^\mu \tag{۱۵.۲}$$

$$M^{\mu\nu} = x^\mu p^\nu - x^\nu p^\mu \tag{۱۶.۲}$$

که در روابط فوق x^μ و p^μ به ترتیب، مکان و تکانه کانونیک هستند با این شرط که

$$\{x^\mu, p^\nu\} = -g^{\mu\nu} \tag{۱۷.۲}$$

بنابراین می‌توانیم یک تبدیل بی نهایت کوچک گروه پوانکاره را به شکل زیر معرفی کنیم

$$\delta G = -\frac{1}{2}\delta\omega_{\mu\nu} M^{\mu\nu} + \delta a_\mu P^\mu \tag{۱۸.۲}$$

که اثر آن بر روی یک تابع اسکالر دلخواه به شکل زیر خواهد بود.

$$\delta F = \{F, \delta G\} = \partial^\mu F\, \delta a_\mu - \frac{1}{2}\left(x^\mu \partial^\nu - x^\nu \partial^\mu\right) F\, \delta\omega_{\mu\nu} \tag{۱۹.۲}$$

با کمک رابطه فوق، مولدهای گروه پوانکاره را به دو دسته تقسیم می‌کنیم. آن دسته از مولد ها که ابرسطح Σ را ناوردا می گذارند، مولدهای سینماتیکی می نامیم، و بقیه مولدها را در دسته دوم قرار می‌دهیم و آن‌ها را مولدهای دینامیکی می‌نامیم. مولدهای دینامیکی در واقع سازنده هامیلتونی هستند. برای ابر سطح مختصات معمول، شش مولد در دسته مولدهای سینماتیکی قرار می‌گیرند و چهار مولد در دسته مولدهای دینامیکی.

حال به مختصات مخروط نوری می‌رویم که در آن ابر سطح $\Sigma : x^+ = 0$ را به عنوان ابرسطح زمان برابر

انتخاب کرده‌ایم. به راحتی به کمک رابطه (۱۹.۲) می‌توان دید که هفت مولد از مولدهای گروه پوانکاره، این ابرسطح را ناوردا می‌گذارند. پس هفت مولد سینماتیکی خواهیم داشت و سه مولد دینامیکی. برحسب نمایشی که ما در اینجا معرفی کردیم، مولدهای سینماتیکی عبارتند از

$$\begin{aligned} &P^i = p^i \qquad i = 1,2 \\ &P^+ = p^+ \\ &M^{+i} = -x^i p^+ \qquad i = 1,2 \\ &M^{12} = x^1 p^2 - x^2 p^1 \\ &M^{+-} = -x^- p^+ \end{aligned} \tag{۲۰.۲}$$

و مولدهای دینامیکی

$$\begin{aligned} &M^{-i} = x^- p^i - x^i p^- \quad i = 1,2 \\ &P^- = p^- \end{aligned} \tag{۲۱.۲}$$

همان‌طور که می‌بینیم، در قیاس با مختصات معمول، ابر سطح زمان برابر مختصات مخروط نوری تقارن بیشتری نسبت به عمل مولدهای گروه پوانکاره دارد. از طرفی، کمتر بودن تعداد مولدهای دینامیکی باعث می شود هامیلتونی در مختصات مخروط نوری، شکل ساده تری داشته باشد.

حال اگر قید (۵.۲) را در مختصات معمول بر حسب انرژی p_0 حل کنیم، داریم

$$p_0 = \pm\sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2} \tag{۲۲.۲}$$

در حالی که اگر همین قید را در مختصات مخروط نوری بر حسب انرژی p_+ حل کنیم، خواهیم داشت

$$p_+ = \frac{p_\perp^2 + m^2}{2p_-} \tag{۲۳.۲}$$

می‌بینیم که شکل غیر قطری متریک مخروط نوری باعث می شود که در مختصات مخروط نوری، رابطه انرژی شکل مجذوری نداشته باشد. این موضوع باعث می شود که بتوانیم برای سیستمی از ذرات، انرژی کل را به دو جمله انرژی مرکز جرم و انرژی نسبی تجزیه کنیم[۹]. این ویژگی مخروط نوری باعث شده است که این مختصات کاربردهای

زیادی در نظریه QCD داشته باشد[۴].

تاثیر دیگر غیر قطری بودن متریک در مختصات مخروط نوری، تغییر ساختار قیدی در این مختصات است. ما در فصل سوم این پایان نامه به تفصیل به این موضوع می‌پردازیم.

فصل ۳

ساختار قیدی و کوانتش همتافته

در این فصل ما به بررسی ساختار قیدی نظریه‌های میدانی در مختصات مخروط نوری می‌پردازیم. همان‌طور که در فصل اول گفته شد، با رفتن از مختصات معمول به مختصات مخروط نوری، ساختار قیدی نظریه‌ها تغییر می‌کند و روابطی علاوه بر روابط موجودِ حاکم بر میدان‌ها و تکانه های‌همیوغ در مختصات معمول، به نظریه اضافه می‌شود.[۱۲] حال این سوال پیش می‌آید که آیا این عدم یکسانی ساختارهای قیدی، به معنی عدم سازگاری فرمول بندی نظریه‌های میدانی در دو مختصات است؟ و این که چه تفاوت‌ها و تشابه هایی بین فرمول بندی نظریه‌های متفاوت در مختصات معمول و مختصات مخروط نوری وجود دارد؟
در این فصل، ما در ابتدا سوال اول را بررسی می‌کنیم و مروری می‌کنیم بر کارهای صورت گرفته در مورد بررسی انتشارگر در دو چارچوب. سپس به سراغ سوال دوم می‌رویم و با یافتن چگونگی تغییر ساختار قیدی، به بررسی تاثیر این تغییر ساختار بر روی مدهای مستقل فیزیکی و چگونگی تعبیر آن‌ها بر اساس عملگرهای خلق و فنا می‌پردازیم.

با وجود این تفاوت در ساختار قیدی، انتظار داریم که دو نوع فرمول بندی به نتایج فیزیکی یکسانی ختم شوند. از آن جا که در نظریه میدان‌های کوانتومی، انتشارگر شکلی هموردا دارد، یکی از روش هایی که برای هم ارز بودن دو مختصه می‌توان مطرح کرد، برابر بودن شکل انتشارگر در دو چارچوب مختصات است. بیش از سی سال پیش، هاگن و جای یی[۱] با محاسبه تابع گرین برای نظریه میدان اسکالر و فرمیونی در مختصات مخروط نوری، نشان دادند

[۱]C. R. Hagen and Jae Hyung Yee