

دانشگاه علم و صنعت ایران

دانشکده مهندسی برق

گروه برق - الکترونیک

پایان نامه کارشناسی ارشد

طراحی الگوریتم محاسبه هم‌سپاری، تشعشع و
تاثیرپذیری از میدانهای الکترومغناطیس خارجی برای
خطوط انتقال غیر هم راستا

ارائه دهنده : کاظم زارعیان علی آباد

استاد راهنما : دکتر غلامعلی رضایی راد

تیر ۱۳۸۳

چکیده

با پیشرفت تکنولوژی و افزایش فرکانس و کاهش ابعاد در بردهای الکترونیکی، تأثیر گذاری و تأثیر پذیری خطوط انتقال درون برد بر هم افزایش یافته است. برای اطلاع از میزان این تأثیر نیاز به محاسبه همسنوایی بین خطوط جدی می‌شود. همچنین برای اطلاع یافتن از اینکه برد حاصل استانداردهای EMC را برآورده می‌کند، باید میزان ولتاژ و جریان القایی در انتهای خطوط هنگامی که این برد در حضور میدان الکترومغناطیس خارجی قرار گیرد و همچنین میزان میدان تشعشع یافته از آن محاسبه شود. برای خطوط مایکرواستریپ موازی موارد بالا به تفصیل با استفاده از روشهای حالت ساکن مورد بررسی قرار گرفته است. اما هنگامی که دو خط مایکرواستریپ با هم موازی نباشند، ظاهراً تنها راه استفاده از روشهای عددی تمام موج است. در این پروژه روش جدیدی که در سالهای اخیر، بر پایه تأثیر میدان الکترومغناطیس خارجی بر خطوط انتقال، در محاسبه همسنوایی بین خطوط مایکرواستریپ غیر هم راستا معرفی شده است بکار گرفته و زمان اجرای آن کاهش داده شده است. سپس با توسعه این شیوه روش جدیدی در محاسبه ولتاژ القایی در اختتامهای دو خط مایکرواستریپ مورب در حضور یک موج صفحه‌ای خارجی معرفی و اجرا شده است و در انتها با استفاده از قضیه همپاسخی و نتایج قسمت قبل میدان تشعشع یافته از این سیستم نیز محاسبه شده است.

فصل سوم شامل موارد بالاست. به عنوان مقدمه در فصل اول به خطوط انتقال چندتایی و در فصل دوم به خطوط انتقال در حضور میدان الکترومغناطیس خارجی پرداخته شده است.

فصل اول شامل معادلات خطوط انتقال چندتایی و محاسبه پارامترهای خطوط انتقال سیمی است.

فصل دوم با یافتن معادلات حاکم بر خطوط انتقال در حضور میدان الکترومغناطیس خارجی شروع می‌شود و در نهایت به عبارات تقریبی برای ولتاژ القایی در اختتامهای یک خط مایکرواستریپ که در معرض تابش یک موج صفحه‌ای قرار گرفته است ختم می‌شود.

صفحه

فصل ۱ خطوط انتقال چند تایی (MTL) ^۱	۱
۱-۱ مقدمه.....	۲
۲-۱ معادلات MTL.....	۳
۳-۱ محاسبه پارامترهای MTL.....	۵
۱-۳-۱ محاسبه پارامترهای خارجی خطوط انتقال دو تایی.....	۵
۲-۳-۱ محاسبه پارامترهای داخلی خطوط انتقال.....	۱۴
۳-۳-۱ محاسبه پارامترهای خارجی برای خطوط انتقال چند تایی.....	۱۶
۴-۱ حل معادلات خطوط انتقال منفرد.....	۲۳
۵-۱ خلاصه و نتیجه گیری.....	۲۵
۶-۱ مراجع.....	۲۵
فصل ۲ خطوط انتقال در حضور میدان خارجی.....	۲۶
۱-۲ مقدمه.....	۲۷
۲-۲ معادلات خطوط انتقال در حضور میدان الکترومقناتیس خارجی.....	۲۷
۳-۲ حل معادلات تغییر یافته تلگرافی.....	۳۲
۴-۲ پاسخ در اختتامها.....	۳۴
۵-۲ صفحه زمین و موج تخت.....	۳۷
۶-۲ خط مایکرواستریپ در معرض تابش میدان الکترومقناتیسی.....	۴۲
- خط مایکرواستریپ.....	۴۳
- پاسخ در اختتامهای خط مایکرواستریپ که در معرض تابش موج تخت است.....	۴۴
۷-۲ خلاصه و نتیجه گیری.....	۴۹
۸-۲ مراجع.....	۵۰

^۱ Multiconductor Transmission Line

فصل ۳ دو خط مایکرواستریپ مورب بر روی یک پایه دی‌الکتریک.....	۵۱
۱-۳ مقدمه.....	۵۲
۲-۳ محاسبه هم‌س‌نوایی برای دو خط مایکرواستریپ مورب.....	۵۲
۱-۲-۳ مقدمه.....	۵۲
۲-۲-۳ اعمال روش تقریبی جدید در محاسبه هم‌س‌نوایی بین دو خط انتقال.....	۵۴
۳-۲-۳ نتایج.....	۶۰
۴-۲-۳ اعمال روش اصلاح جریان فرضی اولیه برای افزایش دقت این روش.....	۶۶
۳-۳ خطوط مایکرواستریپ مورب در حضور امواج الکترومغناطیس خارجی.....	۶۸
۱-۳-۳ مقدمه.....	۶۸
۲-۳-۳ روش تقریبی در تحلیل تأثیر موج تخت اعمالی بر روی دو خط مایکرواستریپ مورب.....	۶۹
۳-۳-۳ نتایج.....	۷۵
۴-۳ تشعشع.....	۷۷
۱-۴-۳ نتایج.....	۷۹
۵-۳ خلاصه و نتیجه‌گیری.....	۷۹
۶-۳ مراجع.....	۸۰

فهرست تصاویر و نمودارها

صفحه	تصویر
۳.....	شکل ۱-۱ معادل مداری برای یک خط انتقال سه سیمه در واحد طول
۶.....	شکل ۲-۱ نمایش سه نوع خط انتقال متداول
۶.....	شکل ۳-۱ میدان مغناطیسی ناشی از یک سیم حامل جریان
۷.....	شکل ۴-۱ نمایشی از سه زیر مسئله در محاسبه شار گذرنده از یک سطح
۸.....	شکل ۵-۱ میدان الکتریکی ناشی از یک سیم حامل بار
۸.....	شکل ۶-۱ نمایشی از سه زیر مسئله در محاسبه ولتاژ بین دو نقطه
۹.....	شکل ۷-۱ محاسبه پارامترهای یک خط انتقال دوسیمه
۱۱.....	شکل ۸-۱ محاسبه خازن در واحد طول برای سیم بالای صفحه زمین
۱۲.....	شکل ۹-۱ محاسبه پارامترهای خط کوکسیال
۱۴.....	شکل ۱۰-۱ خط کوپل میکرواستریپ
۱۴.....	شکل ۱۱-۱ نمایش اثر پوستی
۱۷.....	شکل ۱۲-۱ نمایش سه نوع متداول از خطوط انتقال چندتایی سیمی
۱۸.....	شکل ۱۳-۱ محاسبه اندوکتانس در واحد طول برای یک خط سه سیمه
۲۰.....	شکل ۱۴-۱ محاسبه مؤلفه‌های ماتریس P برای خط سه سیمه
۲۱.....	شکل ۱۵-۱ محاسبه اندوکتانس در واحد طول برای دو سیم بالای صفحه زمین
۲۲.....	شکل ۱۶-۱ محاسبه اندوکتانس در واحد طول برای دو سیم داخل محافظ
۲۷.....	شکل ۱-۲ خط انتقال دوسیمه در حضور میدان الکترومغناطیس خارجی
۳۶.....	شکل ۲-۲ مقطع خط میکرواستریپ اختتام یافته به دو امیدانس دلخواه
۳۸.....	شکل ۳-۲ تقسیم موج تخت به دو مؤلفه موج با پلاریزاسیون TE و موج با پلاریزاسیون TM

- شکل ۲-۴ برخورد موج TM با صفحه هادی.....۳۸
- شکل ۲-۵ بردار واحد در راستای انتشار.....۳۹
- شکل ۲-۶ برخورد موج TE با صفحه هادی.....۴۰
- شکل ۲-۷ سطح مقطع خط میکرواستریپ.....۴۳
- شکل ۲-۸ خط میکرواستریپ در معرض تابش موج تخت.....۴۴
- شکل ۲-۹ - نمایش اختلاف بین پاسخ فرکانس پایین و پاسخ دقیق و پاسخ ساده شده.....۴۸
- شکل ۲-۱۰ نمایش اختلاف بین پاسخ فرکانسی
- حالت تطبیق امپدانس و حالت عدم تطبیق امپدانس.....۴۹
- شکل ۳-۱ دو خط میکرواستریپ مورب بر روی یک پایه دی الکتریک.....۵۵
- شکل ۳-۲ استفاده از قضیه تصویر در محاسبه میدان الکترومغناطیسی.....۵۶
- شکل ۳-۳ میزان همسنوایی محاسبه شده برای
- دو انتهای نزدیک دو خط میکرواستریپ غیر هم راستا.....۶۰
- شکل ۳-۴ میزان همسنوایی محاسبه شده برای دو انتهای
- دور دو خط میکرواستریپ غیر هم راستا.....۶۱
- شکل ۳-۵ میزان همسنوایی محاسبه شده برای دو انتهای
- نزدیک دو خط میکرواستریپ موازی.....۶۱
- شکل ۳-۶ میزان همسنوایی محاسبه شده برای دو
- انتهای دور دو خط میکرواستریپ موازی.....۶۲
- شکل ۳-۷ اعمال روش اصلاح جریان فرضی اولیه.....۶۶
- شکل ۳-۸ دو خط میکرواستریپ مورب در معرض تابش موج تخت خارجی.....۷۱
- شکل ۳-۹ چهار حالت مختلف در قرار گرفتن دو خط میکرواستریپ نسبت بهم.....۷۵
- شکل ۳-۱۰ مقدار محاسبه شده برای ولتاژ القاء شده در دهانه چهارم با تغییر فرکانس

۷۶..... موج تابشی با پلاریزاسیون موازی.....

شکل ۱۱-۳ مقدار محاسبه شده برای ولتاژ القاء شده در دهانه چهارم با تغییر

۷۶..... زاویه تابش موج تابشی با پلاریزاسیون موازی و عمودی.....

۷۷..... شکل ۱۲-۳ نمایش تئوری هم‌پاسخی.....

شکل ۱۳-۳ نمایش موج تخت تشعشع یافته از ساختار دو

۷۷..... خط مایکرواستریپ مورب در فواصل دور.....

شکل ۱۴-۳ اندازه میدان الکتریکی برای موج تخت تشعشع یافته

۷۹..... در فواصل دور از ساختار دو خط مایکرواستریپ مورب.....

فصل ۱

خطوط انتقال چند تایی (MTL)^۱

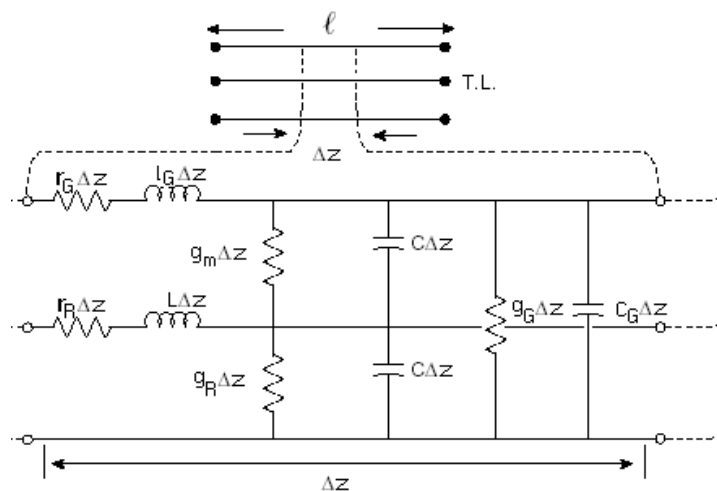
^۱ Multiconductor Transmission Line

تمایل به کار با فرکانسهای بالا ، چشم پوشیهای گذشته از اثرات خطوط اتصال مانند حرکت چرخشی ،تاخیر آن ، تلفات و بازتاب وهمشنوایی در مورد آنها را غیر قابل اعتبار کرده است. خطوط اتصال می توانند در مراتب مختلفی از طراحی مانند طراحی چپ ، ساختار بسته بندی ، مولتی چپ ، بردهای مدار چاپی و غیره وجود داشته باشند . این قابل پیش بینی بود که خطوط اتصال مسئول اصلی بسیاری از انحرافات سیگنال در سیستمهای فرکانس بالا است. با افزایش فرکانس و قابل توجه شدن طول خط اتصال در مقایسه با طول موج منتشره در آن ، دیگر نمی توان خط انتقال را با مدل های ساده مداری که تنها برای فرکانسهای پایین قابل قبول هستند جایگزین کرد. در این حالت مدل خط انتقال بر پایه موج منتشره بصورت شبه عرضی *quasi TEM* مورد نیاز است. موج عرضی یا TEM یک حالت ایده آل است که در آن موج منتشره بر روی خط مؤلفه الکتریکی یا مغناطیسی در راستای حرکت موج ندارد و این برای شرایطی درست است که عرض خط انتقال در مقایسه با طول موج منتشره در آن بسیار کوچک باشد. با این وجود در ساختارهای عملی که به صورت غیرهمگن هستند از نظر تئوری دیگر امکان انتشار یک موج خالص عرضی وجود ندارد. با این وجود اگر سطح مقطع خط اتصال در مقایسه با گستره طول موج منتشره در آن کوچک باشد آنچه که از معادلات ماکسول حاصل می شود یک موج شبه عرضی *quasi TEM* می باشد. یعنی اینکه اندازه مؤلفه های طولی در مقایسه با مؤلفه های عرضی موج ، بسیار کوچک است بطوریکه می توان موج را TEM فرض کرد . با ایجاد این شرایط معادلات تلگرافی بر ولتاژ و جریان روی خط حاکم است و ضرایب این معادلات پارامترهای R,L,C,G خط در واحد طول می باشند. در ادامه ابتدا معادلات تلگرافی را برای خطوط انتقال چندتایی گسترش می دهیم. سپس پارامترهای خط انتقال را برای چند نوع متداول از خطوط انتقال بدست می اوریم و در نهایت به حل معادلات تلگرافی می پردازیم.

تحلیل خطوط انتقال در اکثر موارد با این فرض شروع می شود که موج TEM تنها ساختار میدانی موجود در آنهاست. میدان TEM، ساختاری است که در آن بردارهای الکتریکی و مغناطیسی موج در صفحه عمود بر راستای انتشار موج قرار گرفته اند و هیچ مؤلفه ای در راستای انتشار موج وجود ندارد. در این حالت برای هر سطح مقطع از خط انتقال مجموع جریانی که داخل (یا خارج) می شود برابر صفر است. گذشته از این برای حالت TEM ساختار میدان در هر سطح مقطع کاملاً مانند حالت میدان ساکن است. به این ترتیب ولتاژ و جریان برای هر سطح مقطع از خط بطور یکتا قابل تعریف است و پارامترهای ظرفیت، اندوکتانس و هدایت که برای حالت ساکن تعریف می شوند را می توان در حالت انتشار موج TEM استفاده کرد.

ساختار میدانی TEM بطور دقیق برای خطوط انتقال با هادیهای غیر کامل و یا خطوط انتقالی که در محیط غیر همگن قرار گرفته اند، نمی تواند وجود داشته باشد. اما این فاصله از حالت TEM برای هادیهای خوب و سطح مقطع های کوچک نسبت به طول موج صرف نظر کردنی است.

یک سیستم خط انتقال کوپل را با سه هادی در نظر بگیرید. با فرض آنکه موج منتشره در آن بصورت TEM باشد بدنبال معادلات حاکم بر آن حرکت می کنیم. دیده می شود که شکل معادلات را می توان به راحتی به خطوط انتقال کوپل با



شکل ۱-۱ معادل مداری برای یک خط انتقال سه سیمه در واحد طول

تعداد هادی دلخواه n تعمیم داد.

از آنجا که برای حالتی که تنها

موج TEM در خط منتشر

می شود، پارامترهای ظرفیت،

اندوکتانس و هدایت که برای حالت

ساکن تعریف می شود در اینجا نیز

به همان صورت برای هر سطح

مقطع قابل تعریف است، با تقسیم کردن خط به جزئیهای دیفرانسیلی همانند شکل ۱-۱، خط انتقال را می‌توان با پارامترهای معادل حالت ساکن، برای هر جزء دیفرانسیلی، جایگزین کرد. معادلات خط انتقال با نوشتن ولتاژها و جریانهای دو انتهای هر بخش Δz بر حسب هم و میل دادن Δz به سمت صفر بدست می‌آید.

این معادلات در نهایت بفرم ماتریسی زیر بدست خواهد آمد:

$$\frac{\partial}{\partial z} V(z,t) = -R \times I(z,t) - L \times \frac{\partial}{\partial t} I(z,t) \quad (1-1 \text{ الف})$$

$$\frac{\partial}{\partial z} I(z,t) = -G \times V(z,t) - C \times \frac{\partial}{\partial t} V(z,t) \quad (1-1 \text{ ب})$$

که در آن $V(z,t)$ و $I(z,t)$ بصورت زیر هستند:

$$V(z,t) = \begin{bmatrix} V_G(z,t) \\ V_R(z,t) \end{bmatrix} \quad (2-1 \text{ الف}) \quad I(z,t) = \begin{bmatrix} I_G(z,t) \\ I_R(z,t) \end{bmatrix} \quad (2-1 \text{ ب})$$

و ماتریسهای پارامترهای خط در واحد طول بشکل زیر است:

$$R = \begin{bmatrix} r_G & 0 \\ 0 & r_R \end{bmatrix} \quad (3-1 \text{ الف}) \quad L = \begin{bmatrix} l_G & l_m \\ l_m & l_R \end{bmatrix} \quad (3-1 \text{ ب})$$

$$C = \begin{bmatrix} c_G + c_m & -c_m \\ -c_m & c_R + c_m \end{bmatrix} \quad (3-1 \text{ ج}) \quad G = \begin{bmatrix} g_G + g_m & -g_m \\ -g_m & g_R + g_m \end{bmatrix} \quad (3-1 \text{ د})$$

معادلات (۱-۱) را براحتی می‌توان به خطوط انتقال با تعداد هادی دلخواه تعمیم داد. شکل معادلات MTL برای یک سیستم خط انتقال n تایی (با یک هادی زمین) در حوزه فرکانس بصورت زیر است:

$$\frac{d}{dz} \hat{V}(z) = -\hat{Z} \cdot \hat{I}(z) \quad (4-1 \text{ الف})$$

$$\frac{d}{dz} \hat{I}(z) = -\hat{Y} \cdot \hat{V}(z) \quad (4-1 \text{ ب})$$

که در آن $\hat{V}(z)$ و $\hat{I}(z)$ بردارهای $n \times 1$ هستند که به ترتیب فازورهای ولتاژ (نسبت به خط مرجع) و فازورهای جریان خط را شامل می‌شوند. ماتریسهای $n \times n$ مختلط امپدانس و ادمیتانس خط در واحد

طول، \hat{Z} و \hat{Y} ، متقارن هستند و شامل ماتریسهای حقیقی و متقارن مقاومت خط، \hat{R} ، اندوکتانس خط، \hat{L} ، هدایت خط، \hat{G} و ظرفیت خط، \hat{C} ، همگی در واحد طول می‌باشند:

$$\begin{aligned}\hat{Z} &= \hat{R} + j\omega\hat{L} \\ \hat{Y} &= \hat{G} + j\omega\hat{C}\end{aligned}\quad (5-1)$$

ماتریسهای \hat{R} ، \hat{L} ، \hat{G} و \hat{C} همگی مثبت هستند که این را می‌توان از شرط پسیو بودن این معادلات بدست آورد:

۳-۱ محاسبه پارامترهای MTL [۱]

در این قسمت به بحث درباره پارامترهای در واحد طول داخلی خطوط انتقال و پارامترهای در واحد طول خارجی برخی از خطوط انتقال پرداخته می‌شود. همانطور که گفته شد هنگامی که موج منتشره در خط TEM باشد، در اینصورت شکل میدان در مقطع خط بشکل میدان در حالت ساکن خواهد بود. بدین ترتیب برای محاسبه پارامترهای خارجی خط در حالت ساکن می‌توان از تکنیکهای محاسبه این پارامترها در حالت ساکن استفاده کرد:

۱-۳-۱ محاسبه پارامترهای خارجی خطوط انتقال دوتایی

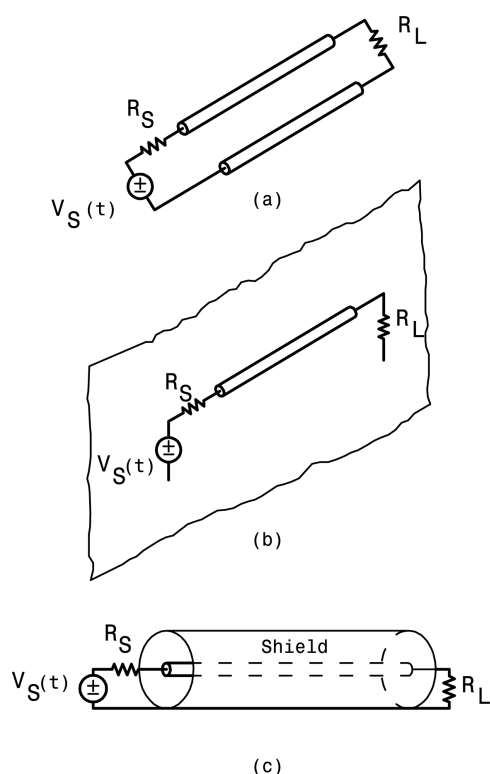
اندوکتانس در واحد طول خط از دو قسمت داخلی و خارجی تشکیل شده است که اندوکتانس داخلی مربوط به میدان مغناطیسی درون هادیهاست و آنرا با I_i نمایش می‌دهیم و اندوکتانس خارجی از میدان مغناطیسی خارج هادیها ناشی می‌شود و آنرا با I_e نمایش می‌دهیم. اندوکتانس در واحد طول خط برابر است با مجموع اندوکتانس داخلی و خارجی $I = I_i + I_e$. برای ابعاد معمولی خطوط انتقال اندوکتانس خارجی بسیار بزرگتر از اندوکتانس داخلی است، $I_e > I_i$ ، بنابراین اندوکتانس خط در واحد طول را می‌توان با $I \approx I_e$ تقریب زد.

جریان جابجایی و جریان هدایتی بین دو هادی به ترتیب ظرفیت در واحد طول خط، C ، و هدایت در واحد طول خط، G ، را می‌سازند. این را می‌توان نشان داد که برای حالتی که مد انتشار TEM و محیط

همگن باشد داریم: [۲]

$$l_e g = \mu \sigma \quad (1-6 \text{ الف})$$

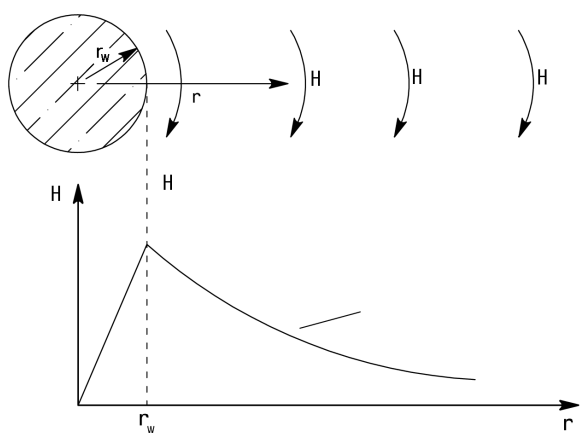
$$l_e c = \mu \epsilon \quad (1-6 \text{ ب})$$



شکل ۲-۱ نمایش سه نوع خط انتقال متداول

که در آن ϵ و μ, σ پارامترهای دی‌الکتریک و c و g, l_e به ترتیب اندوکتانس خارجی، هدایت و ظرفیت در واحد طول خط می‌باشند. برای خطوط انتقال چند تایی دیده خواهد شد که این روابط بفرم ماتریسی در می‌آیند. معادلات (۶-۱) معادلات مهمی هستند و نشان می‌دهند که با بدست آوردن یکی از این سه پارامتر، پارامترهای دیگر نیاز به محاسبه ندارند. برای مثال اندوکتانس در واحد طول خط، l_e ، را می‌توان از طریق اندازه‌گیری و یا بطور مستقیم محاسبه کرد. سایر پارامترهای خارجی خط می‌توانند از روابط (۶-۱) بدست آیند.

پارامترهای در واحد طول خارجی اندوکتانس و ظرفیت خط را می‌توان بشکل روابط دقیقی برای سه نوع خط آورده شده در شکل ۲-۱ که در محیط همگن واقع شده‌اند، بدست آورد. بدست آوردن اندوکتانس و ظرفیت خطوط سیمی به دو زیر مسئله ابتدایی زیر مربوط می‌شود. سیم حامل جریان نشان داده شده در



شکل ۳-۱ میدان مغناطیسی ناشی از یک سیم حامل جریان

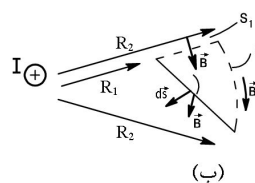
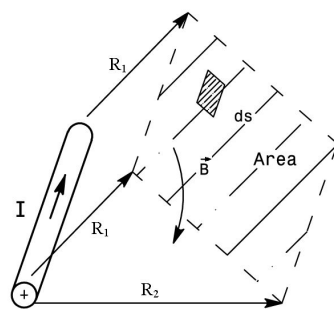
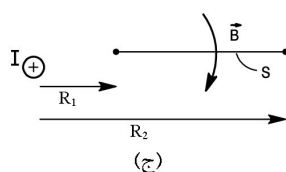
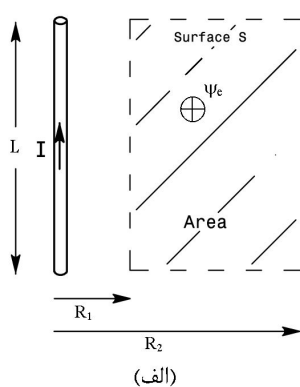
شکل ۳-۱ را در نظر بگیرید. فرض مهم در بدست آوردن نتایج بعدی آنست که جریان بطور یکنواخت حول خط توزیع شده باشد. به عنوان مثال اگر یک سیم حامل جریان دیگر به این سیم نزدیک شود، میدانهای مغناطیسی حاصل از جریان دو سیم بر توزیع جریان یکدیگر اثر می‌گذارند و توزیع جریان آنها غیر یکنواخت

می‌شود. به این ترتیب فرض می‌شود که سیم‌های حامل جریان آنقدر بهم نزدیک نیستند که بر توزیع جریان یکدیگر اثر گذارند. برای شکل ۳-۱ از آنجا که توزیع جریان یکنواخت است میدان مغناطیسی حول سیم نیز یکنواخت خواهد بود. بنابراین قائده آمپر داریم:

$$\oint_C \vec{H}_T \cdot d\vec{l} = H_T \oint_C dl = I_{enclosed} \quad (7-1)$$

$$\Rightarrow H_T = \frac{I_{enclosed}}{2\pi r}$$

که در آن جهت H_T در راستای عمود بر شعاع سیم و $I_{enclosed}$ جریانی است که در داخل دایره به شعاع r واقع شده است. بنابراین برای $r < R_w$ مقدار H_T متناسب با r خواهد بود و برای $r > R_w$ متناسب با معکوس r است. اگر سیم در محیط همگن واقع شده باشد چگالی شار مغناطیسی نیز یکنواخت است و با رابطه $\vec{B}_T = \mu \vec{H}_T$ با شدت میدان مغناطیسی مربوط می‌شود. اولین زیر مسئله عبارت است از پیدا کردن شار



مغناطیسی کلی خارجی که از سطح واحدی که به موازات سیم و از شعاع R_1 تا شعاع R_2 مطابق شکل ۴-۱ الف واقع شده است، عبور می‌کند. اینرا می‌توان با انتگرال گرفتن از چگالی شار مغناطیسی با استفاده از قانون گوس برای میدان

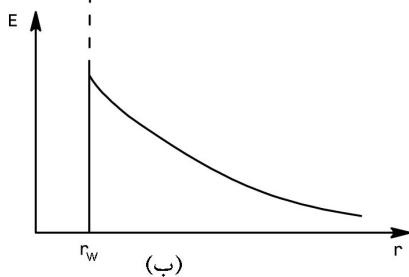
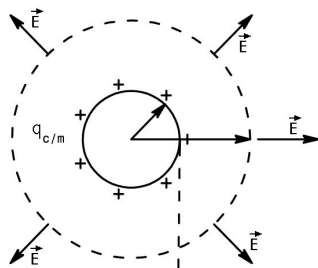
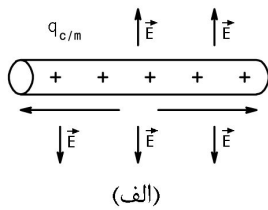
شکل ۴-۱ نمایشی از سه زیر مسئله در محاسبه شار گذرنده از یک سطح

مغناطیسی، $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ ، مطابق شکل ۴-۱ ب، سطح S را با سطوح S_1 در راستای شعاعی سیم، S_2 به فاصله ثابت از سیم و S_{end} در راستای عمود بر سیم جایگزین می‌کنیم، بنابراین داریم:

$$\Psi_e = \int_S \vec{B}_T \cdot d\vec{s} = \int_{S_1} \vec{B}_T \cdot d\vec{s} + \underbrace{\int_{S_2} \vec{B}_T \cdot d\vec{s}}_{=0} + \underbrace{\int_{S_{end}} \vec{B}_T \cdot d\vec{s}}_{=0} = \int_{r=R_1}^{R_2} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} dr = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) \quad (8-1)$$

که در آن $R_2 \geq R_1$. برای سطوح S_2 و S_{end} بردار چگالی شار مغناطیسی موازی با سطح است بنابراین

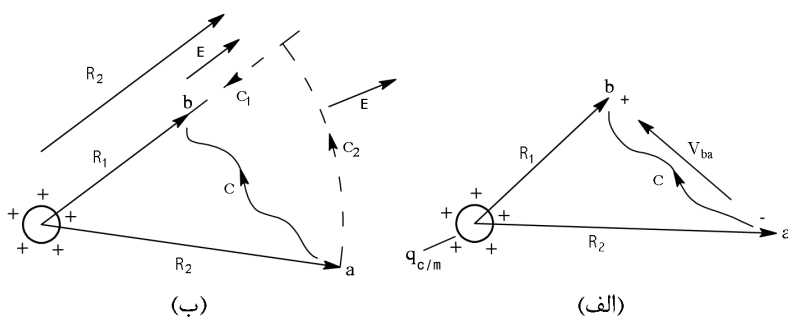
شاری از سطح عبور نمی‌کند و برای سطح S_1 بردار شار مغناطیسی در راستای عمود بر سطح است. این اولین نتیجه‌ای است که برای محاسبه پارامترهای خارجی خطوط در واحد طول مورد استفاده قرار می‌گیرد.



شکل ۵-۱ میدان الکتریکی، ناشی از یک سیم حامل بار

دومین زیر مسئله قرینه زیر مسئله اول برای میدان الکتریکی بجای میدان مغناطیسی است. سیم حامل بار نشان داده شده در شکل ۵-۱ رادر نظر بگیرید. در اینجا نیز فرض می‌شود که توزیع بار به شکل یکنواخت است و به این ترتیب فرض می‌شود که این ساختار به اندازه کافی از سطوح بردار دیگر دور است بطوریکه توزیع بار الکتریکی بر روی آن یکنواخت می‌باشد. از آنجا که توزیع بار یکنواخت است میدان الکتریکی نیز در اطراف سیم متقارن است. با استفاده از قانون گوس برای میدان الکتریکی داریم:

$$\oint_S \epsilon_0 \vec{E}_T \cdot d\vec{s} = Q_{enclosed} \quad (9-1)$$



شکل ۶-۱ نمایشی از سه زیر مسئله در محاسبه ولتاژ بین دو نقطه

از آنجا که فرض می‌شود سیم هادی کامل است، بار الکتریکی در درون سیم وجود ندارد و میدان الکتریکی نیز در درون سیم صفر است. اگر محیط C را دایره‌ای به شعاع r و به مرکز سیم و در خارج از آن در نظر بگیریم، داریم:

$$\epsilon_0 E_T \times 2\pi r = q \Rightarrow E_T = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 r} \text{ (in V/m)} \quad (10-1)$$

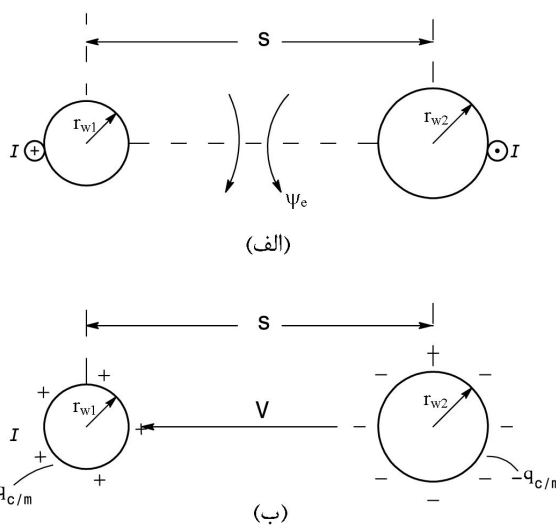
زیر مسئله دوم عبارتست از محاسبه ولتاژ بین دو نقطه a و b که مطابق شکل ۶-۱ الف در صفحه عمود بر راستای سیم و به فاصله R_1 و R_2 از سیم واقع شده‌اند. ولتاژ بین این دو نقطه را می‌توان با گرفتن انتگرال خطی از قرینه میدان الکتریکی در راستای هر خطی که نقطه a را به نقطه b برساند (مطابق قانون دوم ماکسول برای حالت ساکن $\nabla \times E = 0$) بدست آورد. می‌توان بجای مسیر دلخواه c از مسیر c_1 به علاوه مسیر c_2 استفاده کرد.

$$V = -\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\oint_{C_1} \vec{E} \cdot d\vec{l} - \underbrace{\oint_{C_2} \vec{E} \cdot d\vec{l}}_{=0} \quad (11-1)$$

$$= -\int_{r=R_2}^{R_1} \frac{q}{2\pi\epsilon_0 r} dr = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

که در آن $R_2 \geq R_1$. از آنجا که برای مسیر c_2 میدان الکتریکی در راستای عمود بر مسیر است، انتگرال خطی میدان الکتریکی بر این مسیر صفر است.

با استفاده از این دو زیر مسئله اساسی می‌توان به شکل سر راستی به محاسبه پارامترهای خارجی در



شکل ۷-۱ محاسبه پارامترهای یک خط انتقال دوسیمه

واحد طول ساختارهای شکل ۲-۱ پرداخت.

ابتدا ساختار خط دو سیمه آورده شده در

شکل ۲-۱ الف رادر نظر بگیرید. فرض کنید

جریان دو سیم از لحاظ مقدار برابر اما از نظر

جهت مختلف باشند. مطابق شکل ۷-۱ الف با

استفاده از رابطه (۸-۱) می‌توان شار

مغناطیسی که از صفحه میان دو سیم

می‌گذرد را بصورت زیر بدست آورد:

$$\psi_e = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln\left(\frac{s-r_{w2}}{r_{w1}}\right) + \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln\left(\frac{s-r_{w1}}{r_{w2}}\right) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln\left(\frac{(s-r_{w2}) \cdot (s-r_{w1})}{r_{w1} \cdot r_{w2}}\right) \quad (12-1)$$

که در آن $s \gg r_{w1}, r_{w2}$

از آنجا که $s \gg r_{w1}, r_{w2}$ می‌باشد، رابطه (۱۲-۱) بصورت زیر ساده می‌شود:

$$\Psi_e = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln\left(\frac{s^2}{r_{w1} r_{w2}}\right) \quad (13-1)$$

اندوکتانس خارجی در واحد طول خط بصورت نسبت شار مغناطیسی گذرنده از سطح میان دو سیم به سطح میان دو سیم تعریف می شود. بنابراین

$$l_e = \frac{\Psi_e}{I} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{s^2}{r_{w1} r_{w2}}\right) \quad (14-1)$$

برای حالت $I_{w1} = I_{w2} = I_w$ داریم:

$$l_e = \frac{\mu_0}{\pi} \ln\left(\frac{s}{r_w}\right) \cong \frac{\mu_0}{\pi} \text{Cosh}^{-1}\left(\frac{s}{2r_w}\right) \quad (15-1)$$

دومین پارامتر در واحد طول خط دو سیمه ظرفیت خط است. این را می توان از اندوکتانس در واحد طول خط و رابطه (۶-۱) بدست آورد:

$$c = \frac{\mu_0 \epsilon_0}{l_e} = \frac{1}{v_0^2 l_e} = \frac{\pi \epsilon_0}{\ln(s/r_w)} \quad (16-1)$$

که در آن $I_{w1} = I_{w2} = I_w$.

و با توجه به اینکه فاصله بین سیمها نسبت به شعاع سیمها بسیار بزرگ است رابطه (۱۶-۱) بصورت زیر ساده می شود:

$$c \cong \frac{\pi \epsilon_0}{\ln(s/r_w)} \quad (17-1)$$

روابط بالا برای ظرفیت در واحد طول خط دو سیمه را می توان با استفاده از زیر مسئله دوم نیز بدست آورد. بمانند حالت قبل برای اینکه بتوانیم از نتیجه زیر مسئله دوم استفاده کنیم باید فاصله بین دو هادی نسبت به شعاع هادیها آنقدر بزرگ باشد تا توزیع بار در سطح سیمها بطور یکنواخت باشد. با توجه بشکل ۷-۱ ب ولتاژ بین دو سیم با استفاده از (۱۱-۱) بصورت زیر بدست می آید:

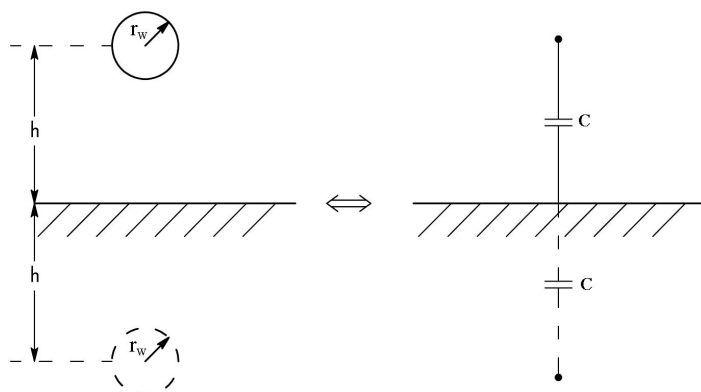
$$\begin{aligned} V &= \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{s-r_{w2}}{r_{w1}}\right) + \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{s-r_{w1}}{r_{w2}}\right) \\ &= \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{(s-r_{w2})(s-r_{w1})}{r_{w1} r_{w2}}\right) \cong \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{s^2}{r_{w1} r_{w2}}\right) \end{aligned} \quad (18-1)$$

با فرض یکسان بودن شعاع هادیها رابطه (۱۸-۱) بصورت زیر ساده می‌شود:

$$V = \frac{q}{\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{s}{r_w}\right) \quad (19-1)$$

ظرفیت خط در واحد طول بصورت نسبت بار در واحد طول خط به ولتاژ بین دو سیم تعریف می‌شود:

$$c = \frac{q}{V} = \frac{\pi\epsilon_0}{\ln(s/r_w)} \quad (20-1)$$



شکل ۸-۱ محاسبه خازن در واحد طول برای سیم بالای صفحه زمین

پارامترهای در واحد طول خط انتقال بصورت سیم بالای صفحه زمین که در شکل ۲-۱ ب نشان داده شده است را می‌توان به آسانی با استفاده از روش تصاویر از روی نتایج بدست آمده برای خط دو

سیمه بدست آورد. ابتدا ظرفیت خط در واحد طول را در نظر بگیرید. مطابق شکل ۸-۱ ساختار سیم بالای صفحه زمین را می‌توان با جایگزین کردن تصویر سیم هادی نسبت به صفحه هادی بجای صفحه هادی، به ساختار خط دو سیمه تبدیل کرد. با استفاده از این نتیجه می‌توان دید خازن بین سیم هادی و صفحه زمین دو برابر خازن بین دو سیم در ساختار خط معادل دو سیمه است. بنابراین با توجه به رابطه (۱۶-۱) و (۱۷-۱) در مورد ظرفیت خط انتقال دو سیمه، ظرفیت خط بالای صفحه زمین به ارتفاع h را می‌توان به شکلهای زیر نوشت:

$$c = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln(2h/r_w)} \quad (21-1)$$

$$c \cong \frac{2\pi\epsilon_0}{\cosh^{-1}(h/r_w)} \quad (22-1)$$

هر دو برای $h \gg r_w$.

اندوکتانس در واحد طول برای این ساختار را می‌توان از ظرفیت در واحد طول آن در (۲۱-۱) و (۲۲-۱) با