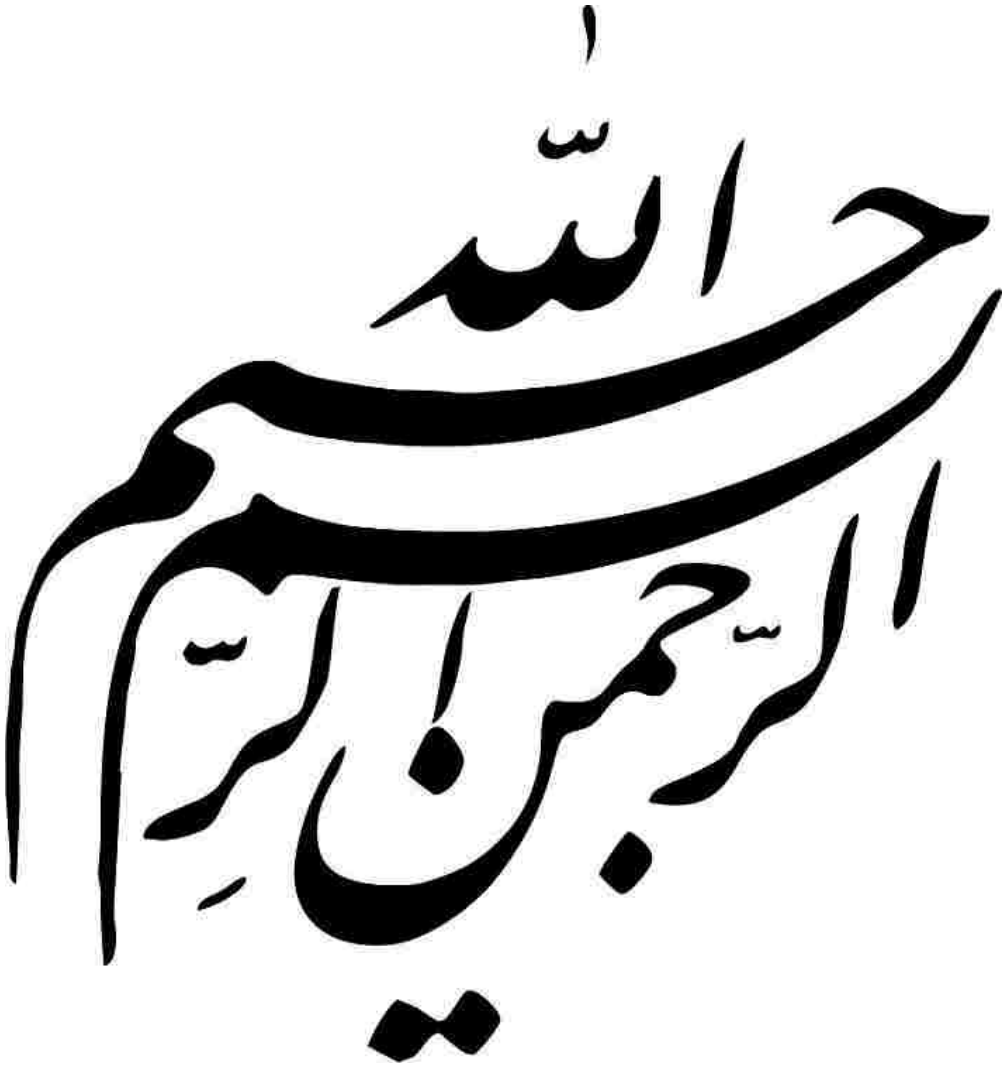
بسم الله الرحمن الرحیم

دانشگاه مازندران

دانشکده علوم پایه

پایان نامه دوره کارشناسی ارشد در رشته فیزیک هسته‌ای

موضوع:

محاسبه پراکندگی ذرات سبک پرانرژی از پتانسیل وودز- ساکسون

استاد راهنما:

دکتر محمدرضا پهلوانی

استاد مشاور:

دکتر جعفر صادقی

نگارنده:

سحر رستگار

آذر ماه ۱۳۸۷

چکیده

مطالعه مسأله پراکنـدگی به عنوان شاخه مهمی از واکنش‌های هسته‌ای، از جنبه‌های مختلف می‌توانـد مثمرثمـر واقـع شـود. مسأله اندرکنش ذرات با پتـانسیل هسـته‌ای نیز به عنوان یکی از مسائل زیر بنایی فیزیک هسته‌ای نیازمنـد بکارگیری متـدهای آزمایشگاهی از یک طرف و روش‌های تقریبی از طرف دیگر می‌باشد، لـذا در این پایان‌نـامه ما به حل دو معـادله غیرنـسبیتی و نسبیتی شرودینـگر و کلاین–گوردون با پتانسیل هسته‌ای وودز– ساکسون با یک متد ریاضی خاص پرداخته و ویـژه‌مقـادیر حقیـقی و ترازهای انرژی را،به دست آورده‌ایم. سپس به مطالعه مسأله پراکنـدگی پرداخته و با استفاده از روش تقریب بـورن به بررسی سطح مقطع پراکندگی برای پتانسیل وودز– ساکسون در انرژی‌های مختلف پرداخته ایم. همچنین شرایطی که تحت آن استفاده از تقریب بورن برای محاسبه سطح مقطع پراکندگی پتانسیل مذکور، مجاز خواهد بود را بررسی کرده‌ایم.

واژگان کلیدی

معادله شرودینگر، معادله کلاین–گوردون، پتانسیل وودز– ساکسون، پراکندگی، تقریب بورن.

فصل اول

واکنش‌های هسته‌ای و پراکندگی

فصل اول ـ واکنش‌های هسته‌ای و پراکندگی

۱-۱- مقدمه

عموماً کشف پرتوزایی را به بکرل[1] (۱۸۹۶) نسبت می‌دهند. وی به طور اتفاقی به تیره شدن صفحه حساس عکاسی در مجاورت نوعی سنگ معدن پی‌برد.

پی‌یر و ماری کوری[2] (۱۸۹۸) موفق شدند ماده پرتوزای رادیوم را به طور شیمیایی از سنگ معدن آن جداکنند. بیشترین شناخت از پرتوزایی توسط رادرفورد و همکارانش به عمل آمد. آنها پیشنهاد-کردند که پرتوزایی باید به سبب تغییر در مواد شیمیایی باشد (۱۹۰۳) و به تفصیل در طبیعت تابش‌ها تحقیق کردند و به وجود سه نوع تابش که آن‌ها را آلفا، بتا و گاما نام‌گذاری کردند، پی‌بردند. با شناخت دقیق ذره آلفا که همان اتم یونیده هلیم بود، زمینه برای رادرفورد[3] آماده‌شد تا نتایج آزمایشهای انجام‌شده توسط گایگر و مارسدن[4] (۱۹۰۹) را تفسیرکند.

رادرفورد نشان‌داد (۱۹۱۱) که توجیه آزمایشهای پراکندگی فقط با این فرض میسراست که اتم دارای یک هسته وزین با بار مثبت و قطری حدود $۱۰^{-۱۲} cm$، یعنی خیلی کوچکتر از قطر اتم، باشد و الکترون‌ها هسته را احاطه کرده باشند.

اولین مدل ساختار اتم با حرکت الکترون‌های اتم، توسط بوهر[5] (۱۹۳۲) ارائه شد. بعد از آنکه چادویک[6] (۱۹۳۲) نوترون را کشف کرد، جزئیات بیشتری از اجزاء تشکیل‌دهنده هسته هلیوم مشخص

[1] Becquerel
[2] Pierre-Mari-Kuri
[3] Ratherford
[4] Geiger-Marsden
[5] Bohr
[6] Chadwick

شد و بالاخره منجر به فرض هایزنبرگ[1] بر تشکیل هسته از نوترون و پروتون گردید (۱۹۳۲) و با فرض وجود مزون به عنوان ذره تبادلی بین اجزاء هسته، که منشأ نیروی هسته‌ای است، توسط یوکاوا[2] (۱۹۳۵) که بعدها در تابش‌های کیهانی نیز کشف شدند، مدل‌های زیادی ارائه شده‌اند. معذالک مسائل نظری زیادی بدون جواب مانده است. البته از لحاظ تجربی به کمک ابزار دقیق امروزی مطالب زیادی راجع‌به هسته، نیروها و واکنش‌های هسته‌ای کشف شده‌است.

۱-۲- نیروهای هسته‌ای

با گسترش فیزیک نوین، فیزیکدانان همواره به دنبال یافتن راههایی جهت درک بهتر واکنش‌های اساسی طبیعت بوده‌اند. بررسی واکنش‌های هسته‌ای، منبعی مهم از اطلاعات پیرامون هسته است که به واسطه آن تبادل انرژی، تکانه خطی، تکانه زاویه‌ای نوکلئون‌ها در جریان واکنشی به خصوص مشخص خواهندشد. منشأ تمام نیروهای موجود در طبیعت، چهار نیروی بنیادی است که به ترتیب قدرت نسبی عبارتند از:

۱- نیروهای هسته‌ای قوی

۲- نیروهای الکترومغناطیسی

۳- نیروهای هسته‌ای ضعیف

٤- نیروهای گرانشی

[1] Heisenberg
[2] Ukava

۱-۲-۱- نیروی هسته‌ای قوی

پس از کشف نوترون در سال ۱۹۳۲، فرضیات در مورد اجزای تشکیل‌دهنده هسته تکامل یافت و مشخص شد که هسته از پروتون‌ها و نوترون‌ها تشکیل شده‌است و نام کلی «نوکلئون» به آن‌ها اطلاق شد.

موفقیت به‌دست آمده در فیزیک اتمی با فرض پتانسیل کولنی بین هر جفت ذره باردار، فیزیک-دانان هسته‌ای را نیز امیدوار ساخت که امکان موفقیت مشابهی نیز برای هسته وجود دارد، اما اگر فقط نیروهای کولنی وجود داشته باشد باید به علت دافعه متقابل، پروتون‌های هسته از یکدیگر بگریزند. بنابراین حضور پروتون‌ها در داخل هسته امکان چنین فرضی را رد کرد. در نتیجه باید حداقل در ناحیه معینی از فاصله بین نوکلئون‌ها نیروی جاذبه قوی وجود داشته باشد تا با غلبه بر نیروهای دافعه الکتریکی کولنی، نوکلئون‌ها را در کنار یکدیگر نگه دارد. اندازه کوچک هسته و پایداری زیاد آن نشان می‌دهد که نیروی هسته‌ای از نوع نیروهای کوتاه‌برد می‌باشد.

روشن است که نیروی الکترومغناطیسی به تنهایی می‌تواند آرایش مدارهای الکترونی درون اتم‌ها را توضیح دهد. و آزمایش‌های اولیه پراکندگی ذرات از میان اتم‌ها، که توسط رادفورد انجام گرفت با نیروی الکترومغناطیسی قابل توجیه است. اما در انرژی‌های بالاتر که ذرات آلفا خیلی به هسته نزدیک می‌شوند، اثرات نیروهای هسته‌ای قوی ظاهر می‌شود. در حقیقت نیروی قوی بین دو پروتون را فقط وقتی که واقعاً در حال تماس با یکدیگر باشند می‌توان مجسم نمود و این موضوع دال براین است که برد این نیرو از مرتبه قطر هسته و در حدود $۱۰^{-۱۵}m$ می‌باشد. برای بررسی سایر خواص این نیرو طبیعتاً انتظار نمی-رود که فیزیک کلاسیک بتواند هیچگونه تعبیر دقیق و قابل قبولی ارائه دهد. بنابراین توصیف این نیرو فقط باید بر پایه قوانین احتمالاتی نظریه کوانتومی صورت پذیرد. به منظور بررسی خواص بهتر هسته،

برهمکنش‌های درون هسته‌ای به وسیله یک پتانسیل نشان داده می‌شود که با نیرو طبق رابطه $F = -\nabla V(r)$ ارتباط دارد. با دردست داشتن پتانسیل برهمکنش هسته‌ای قوی بین هر جفت نوکلئون و حل معادله شرودینگر شناخت اساسی از خواص هسته به دست آمده‌است[۲].

۱-۲-۲- نیروی الکترومغناطیسی

منشأ این نیرو بارهای الکتریکی مثبت و منفی می‌باشند و در حالی که دو بار در حال سکون باشند، نیروی الکتروستاتیکی بین آنها توسط قانون کولن مشخص می‌شود، که بسیار شبیه به قانون گرانش نیوتن است. اما برخلاف نیروی گرانش نیوتن که برای جرم‌های ساکن و متحرک یکسان است، در مورد ذرات باردار وقتی در حال حرکت باشند، نیروی دیگری غیر از نیروی الکتریکی بر یکدیگر وارد می‌کنند که نیروی مغناطیسی نامیده می‌شود. نیروی مغناطیسی در جهتی بر ذره باردار وارد می‌شود که هم بر جهت حرکت بار و هم بر میدان مغناطیسی عمود باشد. بنابراین به ذره باردار در حال حرکت یک نیروی الکترومغناطیسی وارد می‌شود که با توجه به ویژگی این نیرو، با کمیتی برداری توصیف می‌شود.

۱-۲-۳- نیروی هسته‌ای ضعیف

این نیرو در فواصل میکروسکوپی عمل می‌کند و هنگامی بروز می‌کند که ذرات در یک نقطه با یکدیگر تلاقی نمایند. به دلیل ماهیت این نیرو توصیف آن با فیزیک کلاسیک میسر نبوده و فقط با فیزیک کوانتمی قابل توصیف می باشد. از جمله واکنش‌هایی که نیروهای هسته‌ای ضعیف در آن دخالت دارند، واپاشی بتازاست. در این واپاشی یک هسته ناپایدار برای نزدیک‌شدن به پایدارترین ایزوبار با عدد جرمی

۱- واپاشی β^- $n \to p + e^-$

۲- واپاشی β^+ $p \to n + e^-$

۳- گیراندازی الکترون مداری $p + e^- \to n$

لازم به ذکر است که در هر سه فرایند، ذره دیگری به نام نوترینو یا پادنوترینو نیز گسیل می‌شود، ولی به دلیل آنکه بار الکتریکی ندارد، انضمام آن در فرایند واپاشی هویت سایر ذرات نهایی را تغییر نمی‌دهد [۳, ۴].

۱-۲-٤- نیروی گرانشی

این نیرو از شناخته شده‌ترین نیروها در حوزه تجربه بشر بوده و تنها نیروی بلندبردی است که بین مواد خنثی از نظر الکتریکی عمل می‌کند. منشأ این نیرو جرم است و مستقل از سایر صفاتی چون بار الکتریکی، اسپین و تکانه و...می‌باشد. نیروی گرانشی به طور کلاسیکی با قانون گرانش عمومی نیوتن توصیف می‌شود. برطبق این قانون اندازه نیرو با حاصل‌ضرب جرم دو جسم متناسب و با مجذور فاصله بین آنها نسبت عکس دارد.

۱-۳- واکنش‌های هسته‌ای

فرایندهای مختلفی که در آنها حالت‌های ذاتی ذرات هسته‌ای تغییر می‌کند، واکنش‌های هسته-ای نامیده می‌شوند و عموماً از برخورد ذرات به وجود می‌آیند. به عبارت دیگر می‌توان گفت که وقتی باریکه‌ای از ذرات به سمت یک هدف مشخص تابش می‌شود، واکنش هسته‌ای اتفاق می‌افتد. این ذرات تابشی می‌توانند ذرات بنیادی‌ای مانند نوکلئون‌ها و مزون‌های π یا ذرات ترکیبی‌ای مانند دوترون، ذرات آلفا و یا هسته‌های دیگر باشند.

متداول‌ترین نوع واکنش‌های هسته‌ای، فرایندهای دوتایی هستند که در آنها در نتیجه برخورد دو ذره، دو ذره دیگر تشکیل می‌شود و معمولاً به شکل زیر نوشته می‌شوند:

$$a + X \rightarrow Y + b. \qquad (۱-۱)$$

که در آن a پرتابه شتابدار، X هدف و Y و b محصولات واکنش هستند. این واکنش را می‌توان به صورت $X(a,b)Y$ نیز نشان داد. زیرا بر اساس آن می‌توان واکنش‌های با خواص مشترک را در یک رده عمومی دسته‌بندی نمود. هرگاه ذرات ورودی و خروجی یکسان باشند، که در این صورت X و Y نیز هسته‌های یکسان هستند، فرآیند یک نوع پراکندگی است. اگر Y و b در حالت‌های پایه خود قرار داشته باشند پراکندگی کشسان خواهد بود و هرگاه در حالت برانگیخته باشند (که عموماً از این حالت به سرعت با گسیل گاما واپاشیده می‌شوند)، پراکندگی ناکشسان خواهد بود.

گاهی اوقات a و b ذراتی یکسان‌اند، ولی واکنش موجب می‌شود که نوکلئون دیگری نیز جداگانه پرتاب شود، این واکنش را واکنش اخراجی می‌نامند. در بعضی واکنش‌ها یک یا دو نوکلئون بین پرتابه و هدف مبادله می‌شود مثلاً دوترون ورودی به پروتون یا نوترون خروجی تبدیل می‌شود که این واکنش، واکنش

ن (d,n) که در آن یک پروتون منفرد از پرتابه به هدف منتقل می‌شود [۴,۵].

به طور کلی واکنش‌های هسته‌ای بر حسب موارد گوناگونی طبقه‌بندی می‌شوند. در اینجا به دو نمونه از آنها اشاره خواهیم کرد.

۱-۳-۱- طبقه‌بندی واکنش‌های هسته‌ای بر حسب انرژی ذرات ورودی

می‌توان طیف انرژی ذره ورودی را در فیزیک هسته‌ای به سه ناحیه به شرح زیر تقسیم نمود:

۱- ناحیه انرژی‌های خیلی پایین، $E<۱MeV$، که در آن بیش‌تر واکنش‌های هسته‌ی مرکب و تشدیدی رخ می‌دهد.

۲- ناحیه انرژی‌های پایین، $۱MeV<E<۱۵۰MeV$، که در آن بیش‌تر واکنش‌های مرکب ناحیه آماری و نیز واکنش‌های مستقیم و واپاشی هسته‌های باقیمانده برانگیخته رخ می‌دهد.

۳- ناحیه انرژی‌های متوسط، $۱۵۰MeV<E<۱۰۰۰MeV$، که در آن علاوه بر واکنش‌های مستقیم و هسته مرکب و واپاشی هسته‌های باقیمانده برانگیخته، بعضی مزون‌ها و باریون‌ها نیز تولید می‌شوند.

اکثر موارد ذکر شده، در قسمت‌های آتی این فصل به طور کامل شرح داده خواهندشد [۶].

۱-۳-۲- طبقه‌بندی واکنش‌های هسته‌ای از نظر ساز وکار واکنش

۱-۳-۲-۱ واکنش‌های هسته مرکب

اگر ذره تابشی با پارامتر برخوردی که در مقایسه با شعاع هسته‌ای کوچک است، وارد هسته هدف شود، در این صورت احتمال زیادی وجود دارد که با یکی از نوکلئون‌های هدف، مثلاً از طریق انجام یک پراکندگی ساده برهمکنش کند. نوکلئون پس زده و ذره تابشی می‌توانند هریک متوالیاً با نوکلئون‌های دیگر برخورد کنند. پس از چند برهمکنش، انرژی تابشی بین تعداد زیادی از نوکلئون‌های سیستم متشکل از پرتابه و هدف تقسیم می‌شود. افزایش میانگین انرژی هر نوکلئون منفرد تا آن حد نخواهد بود که آن را از هسته آزاد سازد، اما از آنجا که تعداد زیادی برخوردهای کم و بیش کاتوره‌ای رخ می‌دهد، با توزیع آماری انرژی روبرو هستیم و برای یک نوکلئون منفرد احتمال کمی وجود دارد که با کسب مقدار کافی از انرژی تقسیم شده موفق به فرار از هسته شود. این نوع از واکنش‌ها یک حالت میانه‌ای مشخصی دارند که از جذب ذره تابشی شروع و به گسیل ذره یا ذرات ختم می‌شود. این حالت میانه هسته مرکب نام دارد و یک فرایند دو مرحله‌ای است که شامل تشکیل هسته مرکب و واپاشی آن است. هر هسته مرکب ممکن است به طرق مختلفی واپاشیده شود. فرض اساسی مدل هسته مرکب برای واکنش‌های هسته‌ای این است که، احتمال نسبی واپاشی به هر مجموعه خاصی از محصولات نهایی، مستقل از طرز تشکیل هسته مرکب است. در حقیقت می‌توان گفت که این هسته به گونه چنان پیچیده‌ای تشکیل می‌شود که چگونگی تشکلیلش را فراموش می‌کند.

در انرژی‌های تابشی پایین $(۱۰-۲۰ MeV)$، مدل هسته مرکب از بهترین کارآیی برخوردار است. در این انرژی‌ها، برای پرتابه تابش شانس اندکی وجود دارد که با حفظ هویت و حداکثر مقدار انرژی‌اش از هسته فرار کند. در هسته‌های متوسط و سنگین هم که فضای داخلی هسته برای جذب انرژی

به قدر کافی بزرگ است، این مدل به بهترین شکل عمل می‌کند. از دیگر مشخصه‌های واکنش‌های هسته مرکب، توزیع زاویه‌ای محصولات است. به علت برهمکنش‌های کاتوره‌ای بین نوکلئون‌ها، انتظار داریم که ذره خروجی با توزیع زاویه‌ای تقریباً همسانگرد، یعنی به طور یکسان در تمام راستاها گسیل شود. گستره‌ی زمانی این واکنش‌ها نیز در حدود $۱۰^{-۱۸}$ تا $۱۰^{-۱۶}$ ثانیه است.

۱-۳-۲-۲- واکنش‌های مستقیم

در نقطه مقابل واکنش‌های هسته مرکب، واکنش‌های مستقیم قرار دارند که در آنها ذره تابشی عمدتاً در سطح هسته هدف برهمکنش انجام می‌دهد. با افزایش انرژی ذره تابشی، طول موج دوبروی آن کاهش یافته و به حدی می‌رسد که با احتمال بیشتری با جسمی به بزرگی نوکلئون بر همکنش انجام می‌دهد، تا با جسمی به اندازه هسته. یک نوکلئون تابشی با انرژی $۱MeV$، طول موج دوبرویی در حدود $۴\ fm$ دارد و لذا نوکلئون‌های منفرد را نمی‌بیند و احتمال بیشتری وجود دارد که از طریق یک واکنش هسته مرکب برهمکنش کند. طول موج دوبروی یک نوکلئون $۲۰MeV$ در حدود $۱\ fm$است و بنابراین ممکن است بتواند در فرایندهای مستقیم شرکت کند. فرایندهای مستقیم با بیشترین احتمال با یک یا چند نوکلئون ظرفیت نزدیک به سطح هسته هدف انجام می‌شوند. از مشخصات دیگر این واکنش‌ها گستره‌ی زمانی کوتاه در حدود $۱۰^{-۲۲}$ ثانیه است.همچنین از ویژگی‌های این واکنش‌ها این است که توزیع‌های زاویه‌ای ذرات خروجی در واکنش‌های مستقیم تمایل دارند نسبت به واکنش‌های هسته مرکب قله تیزتری داشته باشند. نمونه‌ای از واکنش‌های مستقیم، پراکندگی‌های کشسان و ناکشسان، هستند.

ذکر این نکته حائز اهمیت است که در یک واکنش مشخص ممکن است، هر دو فرایند هسته مرکب و مستقیم سهم داشته باشند که با توجه به آنچه در بخش (۱-۲) ذکر کردیم و با توجه به زمان واکنش و توزیع‌های زاویه‌ای ذرات خروجی، قابل تشخیص هستند.

۱-۳-۲-۳- واکنش‌های تشدیدی

مدل هسته مرکب برای واکنش‌های هسته‌ای طوری با حالت‌های هسته‌ای نامقید سر و کار دارد که گویی طیفی پیوسته است. یعنی ممکن است حالت‌های هسته‌ای ناپیوسته‌ای وجود داشته باشند، اما تعداد آنها بسیار زیاد است و به قدری نزدیک به یکدیگر قرار دارند که طیف پیوسته‌ای را تشکیل می‌دهند. هریک از این حالت‌های فرضاً ناپیوسته در مقابل واپاشی ناپایدار است و بنابراین پهنای مشخصی خواهد داشت. هنگامی‌که حالت‌ها به قدری فراوان باشند که فاصله بین آنها خیلی کوچک‌تر از پهنای حالت‌های منفرد باشد، در این صورت پیوستار هسته مرکب حاصل می‌شود.

حالت‌های مقید مطالعه شده به وسیله واکنش‌های مستقیم، در انتهای دیگر مقیاس قرار می‌گیرند. از آنجا که این حالت‌ها در مقابل گسیل ذره پایدارند، میانگین عمر آنها خیلی طویل‌تر و پهنای متناظرشان خیلی کوچکتر است. بنابراین حق داریم آنها را به صورت حالت‌های ناپیوسته با تابع موج‌های مشخص در نظر بگیریم.

بین این دو حد، ناحیه تشدید، یعنی ترازهای ناپیوسته در ناحیه هسته مرکب، قرار دارد. احتمال تشکیل این ترازها خیلی زیاد و پهنای آن‌ها خیلی کوچک است. به عنوان نمونه‌ای از این واکنش‌ها می توان به واکنش‌های (p,γ) اشاره کرد [۷,۸].

۱-٤- پراکندگی هسته‌ای

پراکندگی هسته‌ای کشسان ذرات با مسأله معروف پراش نور توسط قرص کدر در اپتیک تشابه زیادی دارد. در حالت اپتیکی، پراش در لبه تیز قرص منجر به یک رشته کمینه‌ها و بیشینه‌ها می‌شود که به فواصل تقریباً مساوی از هم قراردارند.

هسته یک مرکز جذب بسیار قوی برای نوکلئون‌هاست و بنابراین مقایسه آن را با قرص کدر باید کاملاً معتبر دانست. برای ذرات باردار، لازم است تداخل بین پراکندگی هسته‌ای و کولنی را مورد بررسی قرار داد و همین اثر است که به انحراف سطح مقطع‌های پراکندگی از فرمول رادرفورد منجر می‌شود. هرگاه مشاهده پراکندگی کشسان نوکلئون‌ها به شکل پراش‌گونه مورد نظر باشد، باید اثرات پراکندگی رادرفورد حذف شود. این کار با استفاده از نوترون‌های بدون بار، به عنوان ذره پراکنده‌شونده، انجام می‌شود. در مورد ذرات باردار، به منظور کاهش اثر تداخل یا پراکندگی کولنی، لازم است در انرژی‌های بالاتر عمل شود، به طوری‌که سطح مقطع رادرفورد کوچک باشد، تا پرتابه بتواند به آسانی در هسته نفوذ کرده و برهمکنش هسته‌ای را حس کند. همچنین لازم است تا آزمایش در زوایای بزرگتری انجام گیرد که در آن هم سطح مقطع رادرفورد کوچک است و هم پارامتر برخورد کوچک، به نفوذ ذره در هسته کمک می‌کند.

اختلاف خاص پراکندگی هسته‌ای و پراش اپتیکی این است که در پراکندگی‌های هسته‌ای، کمینه‌ها به صفر سقوط نمی‌کنند و این موضوع نتیجه مستقیم پخش بودن سطح هسته است به این معنا که هسته‌ها فاقد لبه‌های تیز نمی‌باشند.

یکی از مهم‌ترین نتایج مطالعات پراکندگی کشسان نوکلئون، تعیین شعاع هسته‌ای است. با آن که مقدار شعاع هسته‌ای می‌تواند به طریقی به مدل پتانسیل به کار رفته جهت تحلیل پراکندگی وابسته باشد، اما نتایج عموماً همانند مطالعات دیگر به صورت $R = R_{\circ} A^{\frac{1}{3}}$ به دست می‌آید که $R_{\circ} = ۱/۲۵\ fm$ است [۴].

در ادامه این فصل به طور کامل به مسأله پراکندگی کلاسیکی و به دست آوردن سطح‌مقطع پراکندگی کشسان خواهیم پرداخت.

۱-۵- پراکندگی کشسان

در بسیاری از آزمایشهای فیزیک به خصوص در فیزیک انرژی‌های بالا، باریکه‌ای از ذرات، به سوی هدفی متشکل از ذرات دیگر فرستاده می‌شوند و برخورد حاصل از آنها به منظور تعیین برهمکنش‌های میان ذرات برخوردکننده مورد مطالعه قرار می‌گیرد. پدیده‌هایی که در پراکندگی ذرات مشاهده می‌شوند گاهی بسیار پیچیده‌اند. از میان تمام واکنش‌های ممکن، ما آن دسته از واکنش‌هایی که حالت نهایی آنها از همان ذرات حالت اولیه تشکیل شده باشد و هیچ‌یک از حالت‌های داخلی ذرات فرودی و هدف ضمن برخورد تغییر نکنند، یعنی پراکندگی کشسان، را مورد بررسی قرار خواهیم داد.

در ادامه بررسی‌های این فصل برای ساده‌گی، فرض را بر این قرار می‌دهیم که ذرات فرودی و هدف بدون اسپین هستند و همچنین از ساختار داخلی ذرات صرف نظر می‌کنیم. علاوه بر اینکه امکان همدوسی میان امواج پراکنده از ذرات مختلف تشکیل‌دهنده هدف را کاملاً نادیده می‌گیریم. همچنین فرض می‌کنیم که برهمکنش‌های میان ذرات را می‌توان با پتانسیل $V(r_۱ - r_۲)$، توصیف کرد که فقط به مکان نسبی دو ذره، یعنی $r = r_۱ - r_۲$، بستگی دارد.

۱-٦- سطح مقطع پراکندگی کشسان

در یک آزمایش پراکندگی، کمیتی که اندازه‌گیری می‌شود، تعداد شمارش‌هایی است که توسط آشکارساز واقع در ناحیه‌ای دور از حوزه پتانسیل و در جهتی که با زوایای قطبی θ و φ مشخص می‌شود، ثبت می‌گردد. میزان این شمارش‌ها بستگی به زاویه حجمی احاطه شده توسط آشکارساز، شدت پرتو تابیده، تعداد هسته‌های هدف و سطح مقطع دیفرانسیلی دارد. اگر تعداد ذرات پراکنده در واحد زمان که با dn نشان داده می‌شود را تحت زاویه فضایی $d\Omega$، حول جهت (θ, φ)، شمارش کنیم، خواهی‌م داشت:

$$dn = F_i \, \sigma(\theta, \varphi) \, d\Omega \qquad (۲-۱)$$

که در آن F_i، شار ذرات فرودی و $\sigma(\theta, \varphi)$ نیز سطح مقطع دیفرانسیلی پراکندگی در جهت (θ, φ) است، که از جنس سطح بوده وغالباً بر حسب بارن [1] یا اجزاء آن سنجیده می‌شود. لازم به ذکر است که $1b = 10^{-24} cm$ می‌باشد. همچنین، سطح مقطع کل پراکندگی σ، با رابطه زیر تعریف می‌شود.

$$\sigma = \int \sigma(\theta, \varphi) \, d\Omega \qquad (۳-۱)$$

در رابطه بالا Ω زاویه فضایی است.

[1] Barn

۱-۷- نظریه کوانتمی مانای پراکندگی

۱-۷-۱- معادله ویژه‌مقداری

برای توصیف کوانتمی پراکندگی یک ذره فرودی معین توسط پتانسیل $V(\vec{r})$، باید به بررسی تحول زمانی بسته موج پرداخت. در معادله شرودینگر که تحول ذره در پتانسیل $V(\vec{r})$ را توصیف می‌کند، جواب‌هایی با انرژی کاملاً معین E صدق می‌کنند.

$$\psi(r,t)=\varphi(r)e^{-iEt/\hbar} \qquad (۱-٤)$$

که $\varphi(r)$ جواب معادله ویژه‌مقداری زیر است؛

$$[-\frac{\hbar^{۲}}{۲\mu}\nabla^{۲}+V(r)]\,\varphi(r)=E\varphi(r) \qquad (۱-۵)$$

تنها جواب‌هایی از معادله (۱-۵) مورد نظر هستند که به یک انرژی مثبت E، مساوی با انرژی جنبشی ذره فرودی پیش از رسیدن به حوزه پتانسیل، وابسته باشند. با قرار دادن دو عبارت زیر،

$$E=\frac{\hbar^{۲}k^{۲}}{۲\mu}, \qquad (۱-٦)$$

$$V(r)=\frac{\hbar^{۲}}{۲\mu}U(r) \qquad (۱-۷)$$

می‌توان معادله (۱-۵) را به صورت زیر نیز نوشت:

$$[\nabla^{۲}+k^{۲}-U(r)]\,\varphi(r)=۰ \qquad (۱-۸)$$

به ازاء هر مقدار k یا به عبارتی هر مقدار انرژی، رابطه بالا بینهایت جواب خواهد داشت. به این معنا که ویژه‌مقادیر مثبت هامیلتونی H، بینهایت بار تبهگنی دارند. بنابراین، با استفاده از خواص تابع موج به روش شهودی، شرایطی را بر جواب‌های معادله (۱-۸) تحمیل خواهیم کرد تا این جواب‌ها بتوانند در

توصیف یک فرایند پراکندگی به کار روند. ویژه حالتهای هامیلتونی‌ای را که در ایـن شـرایط صـدق کننـد، حالتهای مانای پراکندگی می‌نامیم.

۱-۷-۲- شکل مجانبی حالتهای مانای پراکندگی

در فواصل بسیار دور از هدف، به ازای مقادیر بزرگ $|r|$، $V(\vec{r})$ به سمت صفر میل می‌کند.

بنابراین چنانچه پیش از این نیز اشاره کردیم، چند شرط مجانبی که با شرایط تجربی سـازگار باشـند را بـه این جواب‌ها تحمیل خواهیم کرد. در فواصل به قدر کافی دور از هدف، تابع حالت توسط یک موج تخت به شکل e^{ikz}، نمایش داده می‌شود. اما زمانی که موج به ناحیه $V(\vec{r})$ مـی‌رسـد، سـاختار آن عمیقـاً تغییـر کرده و تحول آن پیچیده می‌شود. وقتی موج از ناحیه پتانسیل خارج می‌شود، مجـدداً شـکل سـاده‌ای پیـدا کرده و به دو قسمت تفکیک می‌شود. یکی از این دو قسمت همان بسته موج فرودی است که به انتشار در امتداد حرکت خود ادامه می‌دهد و دیگری بسته موج پراکنده شده است. در نتیجـه تـابع مـوج $\psi(r)$، کـه معرف حالت مانای پراکندگی، وابسته به انرژی معین $E=\frac{\hbar^2 k^2}{2\mu}$ است، از برهم‌نهش یـک مـوج تخـت و یک موج پراکنده به دست می‌آید. ساختار موج پراکنده، به پتانسیل $V(\vec{r})$ وابسته بوده و در نـواحی دور از حوزه تاثیر پتانسیل، به صورت موجی کروی با دامنه پراکندگی $f(\theta,\varphi)$ ، بیان می‌شود.

$$\varphi(r)_{r\to\infty} \sim e^{ikz} + f(\theta,\varphi)\frac{e^{ikr}}{r} \qquad (۹-۱)$$

مقداز k در رابطه بالا برابر است با:

$$k=(\frac{2mE}{\hbar^2})^{\frac{1}{2}} \qquad (۱۰-۱)$$