باسمه تعالی

دانشگاه یزد

دانشکده مهندسی مکانیک

پایان نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد

تحلیل انتشار موج در نیم صفحه تحت بار متحرک با استفاده از روش MLPG

استاد راهنما : دکتر علیرضا شفیعی

استاد مشاور : دکتر محمود خداداد

تهیه کننده : هادی اله یاری

مهر ۱۳۸۹

فهرست

فصل اول: مقدمه

چکیده.. ۱

مقدمه.. ۲

۱-۱ تاریخچه روش MLPG...۲

فصل دوم: روش های بدون مش

۲-۱-۱ مراحل اصلی روش‌های بدون مش...۵

۲-۱-۲ دامنه پوشش ۸

۲-۱-۳ دامنه تأثیر..۸

۲-۲ تشکیل دستگاه معادلات سیستم...۹

۲-۲-۱ فرم قوی معادلات..۹

۲-۲-۲ فرم ضعیف و روش باقیمانده وزن‌دار..۱۰

۲-۳ استفاده از معادلات مقید...۱۱

۲-۴ ساخت توابع شکل در روش بدون مش...۱۱

۲-۴-۲ شرایط توابع شکل در روش‌های بدون مش...................................... ۱۳

۲-۴-۳ بازتولیدی، ثبات، سازگاری..۱۵

۲-۴-۴ روش‌های تولید توابع شکل...۱۶

۲-۴-۵ تخمین MLS...۱۸

فصل سوم: روش MLPG

۳-۱ مقدمه...۲۳

۳-۲ فرمول بندی MLPG..۲۷

۳-۳ انواع دامنه‌ها در روش MLPG..۳۴

۳-۴ اعمال شرایط مرزی اساسی...۳۶

۳-۵ روش اجرای MLPG...۳۷

فصل چهارم: حل مساله در حالت الاستودینامیک

۴-۱ فرمول بندی روش MLPG در مسایل دینامیکی..۴۲

۴-۲ روش نیومارک...۴۴

فصل پنجم: بارگذاری متحرک

۵-۱ تاریخچه ۴۷

۵-۲ انتشار موج..۶۰

۵-۱-۱-انواع موج...۶۱

۳-۵ حل یک مثال..۶۳

۴-۵ بار متحرک روی نیم صفحه...۷۲

فصل ششم: نتیجه گیری و پیشنهادات

۶-۱ نتیجه گیری..۸۴

۶-۲ پیشنهادات..۸۵

مراجع...۸۶

فصل اول

چکیده

بسیاری ازپدیده هایی که در طبیعت وجود دارد را می توان با استفاده از روابط ریاضی و معاادلات دیفرانسیل و مشتقات جزیی بیان کرد. بسیاری از معادلات به خصوص معادلات دیفرانسیل جزیی را نمی توان به صورت تحلیلی حل کرد. تلاش های بسیاری در سه دهه اخیر در زمینه حل این معادلات صورت گرفته است که باعث پیشرفت روش های عددی شده است. یکی از این روش ها، روش بدون مش است. در این تحقیق سعی بر آن است که ارتعاش یک نیم صفحه بینهایت تحت تاثیر یک بار متحرک، با روش MLPG[۱] بررسی شود. در ابتدا، به بیان تاریخچه کوتاهی از روش های عددی بدون مش بخصوص روش MLPG می پردازیم.در فصل دوم به بیان خلاصه ای از روش MLPG می پردازیم و در ادامه آن در فصل سه به بیان کارهای انجام شده در تحلیل ارتعاش یک نیم صفحه تحت اثر یک بار متحرک و شرح مختصری از انواع موج و ویژگی های آن پرداخته می شود.در فصل چهار به حل مسئله یک تیر ساده و یک نیم صفحه ی بینهایت تحت یک بار متمرکز متحرک می پردازیم.

---

[۱] Meshless Local Petro Galerkin Method

مقدمه

۱-۱ تاریخچه روش MLPG

در روش های بدون مش[۱]، یک سیستم معادلات جبری برای کل دامنه، بدون استفاده از مش به دست می دهد. امروزه روش های بدون مش متفاوتی ابداع شده است که تمامی این روش ها دارای یک ویژگی مشترک هستند. این ویژگی ناشی از آن است که دامنه و مرز مسئله با استفاده از یک سری گره که بصورت پراکنده در دامنه مسئله پخش شده است مشخص می شود.

استفاده از روش های بدون مش به اواخر دهه ۱۹۷۰ بر میگردد زمانی که لوسی[۲]برای شبیه سازی پدیده های نجومی از روش SPH[۳] استفاده کرد[۱].

روش MLPG توسط اتلوری[۴] و ژو[۵] در سال ۱۹۹۸ بوجود آمد که می توانست با استفاده از فرم متقارن محلی معادلات و تقریب MLS[۶]، برای تقریب میدان به کار رود. این روش برای درون یابی متغیر های میدان و برای انتگرال گیری فرم ضعیف معادلات نیاز به ایجاد یک مش مشخص بر روی کل دامنه ندارد[۲].

در روش المان محدود توابع شکل با استفاده از المان ها ساخته می شوند که معمولا برای تمامی المان های مشابه از یک نوع تابع شکل استفاده می شود مگر اینکه از مختصات محلی استفاده شود که در این حالت می توان برای المان های مشابه توابع شکل متفاوت تعریف کرد.

---

۱ -Mesh free Methods
۲ -Lucy
۳ -Smooth particle hydrodynamic
۴ -Atlury
۵ -Zhu
۶- Moving Least Square

در روش بدون مش، عدم وجود مش باعث می شود هیچ ناحیه مشخصی برای تخمین تابع میدان در هر نقطه وجود نداشته باشد. تابع شکل با توجه به موقعیت و قرار گیری گره ها در اطراف آن می تواند تغییر کند. همچنین توابع شکل برای یک سری نقاط خاص ساخته می شود. گره هایی که در کل هندسه مسئله ریخته می شود به وجود آورنده مش نیست بلکه از گره ها در درونیابی تابع متغیر های میدان استفاده می شود. در روش های بدون مش، مسئله اصلی عدم ارضای خاصیت دلتای کرونکر می باشد که باعث می شود شرایط مرزی ارضا نشود به همین دلیل باید با روش دیگر شرایط مرزی ارضا شود. روش بدون مش در حالت ایده ال باید در هیچ مرحله ای از حل، به مش احتیاج پیدا نکند ولی در اکثر مواقع روش بدون مش ایده ال، دارای خطا می باشد و به ناچار از مش در بعضی از نواحی استفاده می کنیم. با این وجود، این روش مزایای بسیاری نسبت به روش هایی که از المان استفاده می کنند دارد که می توان به موارد زیر اشاره کرد:

۱-درروش المان محدود بیشترین زمان کاربران صرف ایجاد مش می شود که اصلی ترین هزینه پروژه شبیه سازی را شامل می شود. مزیت اصلی روش های بدون مش به روش های المان محدود، عدم نیاز به مش است[۳].

۲- درحل مسائل با تغییر شکلهای بزرگ، به علت اعوجاج المان ها و تغییر شکل آن دقت محاسبات بطور قابل توجه کاهش می یابد[۳].

۳-درروش المان محدود شبیه سازی رشد ترک با مسیردلخواه بسیارپیچیده است که در روش بدون مش به واسطه عدم وجود مش و ارتباط بین گره ها، به راحتی می توان گره ها راحذف یا اضافه کرد[۳].

۴-حل مسائل شکست باتوجه به پیش فرض محیط پیوسته برای المان ها که قابلیت شکست ندارند بسیار مشکل است ولی در روش بدون مش به علت عدم وجود مش، چنین مشکلی وجود ندارد[۳].

در حالت کلی تفاوت اصلی، بین روش المان محدود و روش بدون مش در ساخت توابع شکل و درون یابی تابع میدان آن است[۳].

فصل دوم

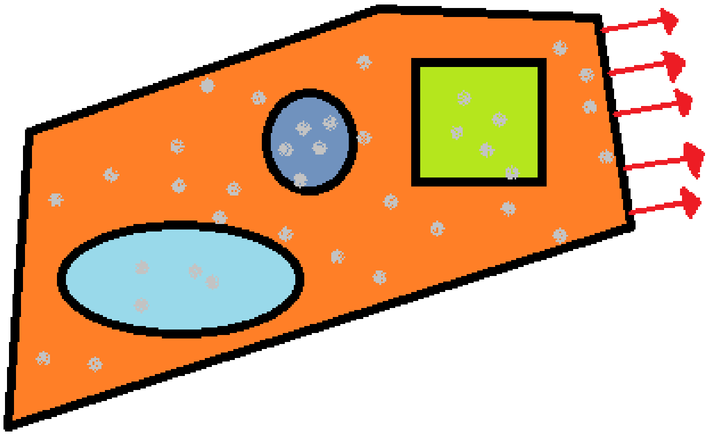
روش‌های بدون مش

در این بخش الگوریتم عمومی روش‌های بدون مش در حل مسائل مکانیک همراه با اصطلاحات اساسی این روش‌ها شرح داده می‌شود.

۲-۱-۱ مراحل اصلی روش‌های بدون مش

مرحله اول : تعریف دامنه

ابتدا بدنه جسم مدل می‌شود و دامنه مسأله و مرزهای آن بوسیله مجموعه گره‌هایی که روی آنها توزیع شده‌اند، ارائه می‌شوند. سپس شرایط مرزی و شرایط بارگذاری در مدل مربوطه مشخص می‌شود (شکل ۲-۱). در این روش ها چگالی گره‌ها در دامنه بسته به دقت مورد نظر دارد و توزیع گره‌ها معمولاً یکنواخت نبوده و توزیع متراکم‌تر اغلب در مکانهایی است که گرادیان جابجایی بیشتر باشد.

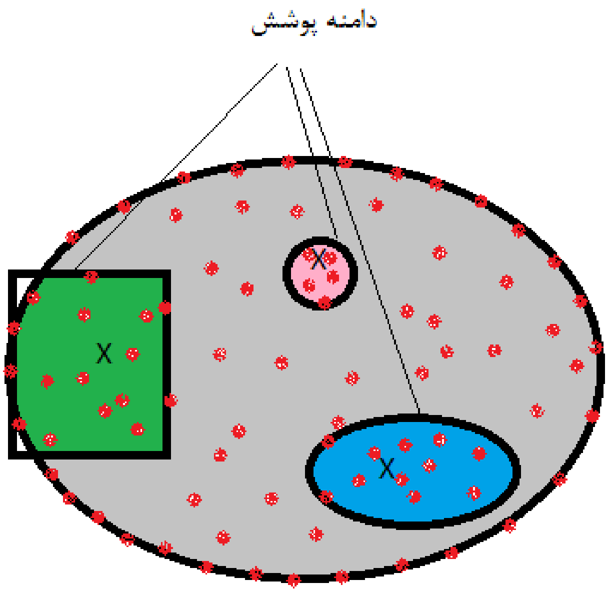


شکل ۲-۱ مشخص کردن دامنه و شرایط مرزی در روش‌های بدون مش

مرحله دوم : درون یابی جابجایی‌ها (تخمین تابع متغیر میدان)

بدلیل عدم استفاده از المان در روش بدون مش، هیچ ناحیه مشخصی برای تخمین متغیر میدان وجود ندارد، لذا برای درونیابی متغیر میدان در روش بدون مش، در هر نقطه دلخواه $\vec{x}$، بایستی در همسایگی آن، ناحیه‌ای کوچک تعریف و متغیر میدان در آن ناحیه بطور محلی درونیابی شود. به این دامنه محلی، دامنه پوشش[1] نقطه $\vec{x}$ می‌گویند[۴]. در شکل ۲-۲ برای چند نقطه دامنه پوشش نشان داده شده و مشاهده می‌شود که ابعاد و شکل دامنه پوشش برای نقاط مختلف می‌تواند متفاوت باشد.

۱ -Support domain



شکل ۲-۲ دامنه پوشش برای چند نقطه در دامنه مسأله

مرحله سوم : تشکیل دستگاه معادلات سیستم

بوسیله استفاده از معادلات حاکم بر سیستم به فرم ضعیف یا قوی و اعمال آنها به صورت محلی یا عمومی در دامنه مسأله و سپس تخمین متغیر میدان و جایگذاری در معادلات، معادلات گسسته سیستم بدست می‌آیند(رجوع شود به مرجع[۴]).

مرحله چهارم: حل معادلات عمومی روش بدون مش

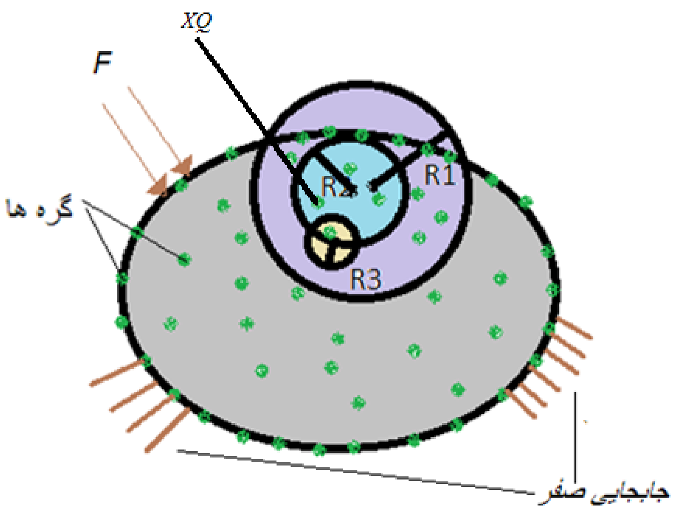
برای هر دسته از دستگاه معادلات جبری، اعم از دستگاه معادلات مقادیر ویژه و دستگاه معادلات دیفرانسیلی، در ریاضیات روش‌های استاندارد و متنوعی وجود دارد بعضی از این روش‌ها به طور مستقیم و بعضی دیگر با استفاده از روش‌های تکرار برای حل دستگاه معادلات مذبور به کار برده می شود که نوع انتخاب به شرایط مسئله بستگی دارد.

۲-۱-۲ دامنه پوشش

در روش بدون مش دامنه پوشش نقطه‌ای مانند $\bar{x}$ مشخص‌کننده تعداد گره‌هایی است که در تخمین متغیر میدان در آن نقطه مورد استفاده قرار می‌گیرند. دامنه پوشش می‌تواند شکل و ابعاد متفاوتی در نقاط مختلف داشته باشد.

۲-۱-۳ دامنه تأثیر[۱]

مفهوم دامنه پوشش تا زمانی که چگالی گره‌ها در کل دامنه مسأله تغییرات شدید نداشته باشد مناسب است، در غیراینصورت استفاده از دامنه پوشش باعث انتخاب نامتوازن گره‌ها برای ساخت توابع شکل در نقطه مورد نظر می‌شود. در حالت حدی ممکن است تمام گره‌ها در یک طرف دامنه قرار گیرد و توابع شکل تولیدی دارای خطای زیادی شود. برای اینگونه مسائل برای هر گره دامنه‌ای به نام دامنهٔ تأثیر آن معرفی می‌شود.



شکل ۲-۳ دامنه تأثیر برای چند گره

[۱]- Influence domain

ابعاد دامنه تأثیر مانند دامنه پوشش محاسبه می‌شوند. برای نقطه‌ای مانند $\vec{x}_Q$ تنها گره‌هایی در ساخت تابع شکل آن شرکت می‌کنند که دامنه تأثیرشان نقطه مزبور را در برداشته باشد. برای مثال در شکل ۲-۳ برای ساخت توابع شکل نقطه $\vec{x}_Q$ گره‌های ۱و۲ استفاده می‌شوند، لیکن گره ۳ هرچند نزدیک به نقطه مورد نظر است، استفاده نمی‌شود.

۲-۲ تشکیل دستگاه معادلات سیستم

روشی که در این قسمت برای حل دستگاه معادلات به کار برده می شودروش باقیمانده وزن دار است .(برای کسب اطلاعات بیشتر به مرجع[۴] رجوع شود)

این روش ساده و در عین حال قدرتمند در حالتی که معادلات حاکم بر سیستم مشخص باشد، می‌تواند برای اکثر مسائل میدانی بکار برده شود. این روش فرم انتگرالی از معادلات را ارائه می‌دهد.

۲-۲-۱ فرم قوی معادلات

معادلات حاکم بر اجسام پیوسته در حالت کلی به فرم زیر است:

$$\sigma_{ij,j} + b_i = \rho \ddot{u}_i \qquad (۱-۲)$$

که در آن $\vec{\sigma}$ تانسور تنش، $\vec{b}$ بردار نیروی حجمی خارجی و $\vec{u}$ بردار جابجایی است. اندیس های i و j می‌توانند مقادیر ۱و۲و۳ متناظر با متغیرهای مستقل x و y و z را داشته باشند.

حل معادله فوق با شرایط مرزی و بارگذاری مشخص منجر به حل دقیق مساله مورد نظر می‌شود. این فرم از معادلات را فرم قوی معادلات سیستم گویند. حل معادلات در فرم قوی ایده آل است ولی متأسفانه برای مسائل کاربردی مهندسی این امر سخت و پیچیده است..

اغلب روش‌های عددی از فرم ضعیف معادلات استفاده می‌کنند. فرم ضعیف علاوه بر پایداری بیشتر و جوابهای دقیق‌تر، مزایای دیگری نیز دارد که در بخش بعد به آنها اشاره خواهد شد.

۲-۲-۲ فرم ضعیف و روش باقیمانده وزن‌دار

در حل عددی مسائل میدانی معمولاً بدینگونه عمل می‌شود که متغیر میدان مانند u بوسیله یک ترکیب خطی از توابع تخمین مناسب φ_i تقریب زده می‌شود.

$$u^h \cong \sum_{i=1}^{n} c_i \varphi_i \tag{۲-۲}$$

این تخمین می‌تواند به طور محلی[۱] یا عمومی[۲] در کل دامنه مساله صورت پذیرد. ضرایب مجهول c_i به گونه‌ای بدست می‌آیند که معادلات حاکم بر سیستم ارضا شوند. جایگذاری مستقیم رابطه فوق در معادلات دیفرانسیل سیستم همواره موجب تولید تعداد مورد نیاز معادلات جبری مستقل برای یافتن ضرایب مجهول نمی‌شود. یک روش برای تولید معادلات به تعداد ضرایب مجهول، استفاده از فرم انتگرالی معادلات مانند روش تغییراتی و روش باقیمانده وزن‌دار است.(برای کسب اطلاعات بیشتر به مرجع [۴] مراجعه شود)

۲-۳ استفاده از معادلات مقید

همانگونه که گفته شد، تابع امتحان به عنوان یک تخمین از تابع میدان نمی‌تواند هر تابع

۱- Local
۲- Global

دلخواهی باشد. از جمله شرایط تابع تخمین، ارضای شرایط سازگاری[۱] و شرایط مرزی اساسی است. به عبارت دیگر تابع تخمین در کل دامنه مساله باید پیوسته بوده و مقدار تابع تخمین در مرز اساسی مساله برابر مقادیر از پیش تعیین شده باشد. چنانچه تابع تخمین میدان نتواند هریک از شرایط فوق را ارضا کند، شرایط مزبور به عنوان قیود در حل معادلات لحاظ می‌شود. دو روش اصلی برای اعمال قیدها در معادلات روش ضرایب لاگرانژ[۲] و روش پنالتی[۳] است. در اینجا روش پنالتی در فرمول بندی MLPG استفاده می‌شود.(برای اطلاعات بیشتر به مرجع[۴] رجوع شود)

۲-۴ ساخت توابع شکل در روش بدون مش

با انتخاب توابع تست مختلف، روش‌های متعددی برای رسیدن به حل ضعیف مسائل مقدار مرزی بدست می‌آید. اکنون باید تابع امتحان به عنوان تخمینی از تابع میدان به طریقی محاسبه و در معادلات جایگذاری شود. براساس فرم ضعیف مورد استفاده و نحوه محاسبه تابع امتحان، روش‌های عددی متعددی برای حل مسائل ارائه شده است[۴].

تخمین تابع امتحان به طور عمومی در کل دامنه برای مسائل دو بعدی و سه بعدی به خصوص با هندسه نامنظم و شرایط مرزی پیچیده بسیار سخت و گاه غیرممکن است. برای غلبه براین مشکل در روش المان محدود برای تخمین تابع میدان، دامنه مسأله به زیردامنه‌هایی غیرمتداخل و به هم پیوسته با شکل هندسی منظم (المان ها) که هندسه مسأله را با تقریب خوبی پوشش دهد، تقسیم می‌شود. سپس تابع امتحان و تست در هریک از المانها تخمین زده شده و در هرنقطه، تابع میدان توسط مقادیر گره‌ای المان در برگیرنده آن نقطه، درونیابی می‌شود. تابع تخمین عمومی حاصله یک تابع قطعه به قطعه پیوسته است که به تعداد المان ها ضابطه دارد.

[۱] -Compatibility
[۲]- Lagrange Multipliers Method
[۳] -Penalty method

روش المان محدود برای تولید توابع امتحان و تست و همچنین برای حل ضعیف معادلات نیاز به مش دارد.

در روش‌های بدون مش موضوع مورد علاقه توسعه روش عددی است که نه برای تولید توابع امتحان و تست و نه برای حل ضعیف معادلات نیازی به مش نداشته باشد. عموماً روش‌های بدون مش از ایده تخمین یا درونیابی تابع امتحان به طور محلی مانند روش المان محدود استفاده می‌کنند. لیکن به علت عدم وجود مش هیچ ناحیه مشخص از پیش تعیین شده برروی دامنه مسأله برای درونیابی تابع تخمین میدان به طور محلی وجود ندارد و گره‌ها بدون هیچ ارتباطی به صورت پراکنده در دامنه توزیع شده‌اند. در روش‌های بدون مش عموماً تابع امتحان به طور محلی با استفاده ازمقادیر مجهول تابع میدان در تعدادی گره در یک همسایگی محلی (دامنه پوشش یا تأثیر) نقطه مورد نظر درونیابی یا تخمین زده می‌شوند. این درونیابی کاملاً وابسته به مکان نقطه، تعداد گره‌ها در دامنه پوشش و فواصل گره‌ها از نقطه مورد نظر است.

برخلاف المان محدود که تابع تخمین عمومی میدان یک تابع قطعه به قطعه پیوسته با n ضابطه (n برابر تعداد المانها) است و تا زمانیکه درون یک المان هستیم ضابطه حاکم بر تابع تخمین برای تمام نقاط درونی آن المان یکسان است، در روش بدون مش عموماً برای هر نقطه باید دامنه محلی مجزا ترسیم و تخمین میدان جداگانه صورت پذیرد. بنابراین تخمین میدان که در روش المان محدود در دامنه محلی ایستا صورت می‌گرفت، در روش‌های بدون مش در دامنه محلی متحرک صورت می‌گیرد و برای هر نقطه از دامنه یک ضابطه متفاوت حاکم بر تابع تخمین میدان است.

تابع امتحان و تست معمولاً به صورت ترکیب خطی از توابع پایه مانند معادله (۲-۷) نوشته می‌شود. برای محاسبه ضرایب مجهول، معادله فوق در یک روش درونیابی یا تخمین تابع بوسیله

مقادیر مجهول تابع میدان در محل گره‌ها (مقادیر گره‌ای) استفاده می‌شود که در نهایت تابع امتحان و یا تست به فرم زیر تبدیل می‌شوند.

$$u \cong \sum_{1}^{N} p_i u_i \qquad v \cong \sum_{1}^{N} q_j v_j \qquad (۳-۲)$$

در رابطه فوق u تابع امتحان، v تابع تست، u_i و v_i به ترتیب مقدار مجهول توابع آزمون و تست در محل گره‌های شرکت کننده در درونیابی یا تخمین توابع هستند و p_i و q_i را توابع شکل گره iام مرتبط با توابع امتحان و تست می‌نامند.

۲-۴-۲ شرایط توابع شکل در روش‌های بدون مش

درونیابی تابع امتحان و تست در دامنه مسأله و متعاقب آن تولید توابع شکل مهمترین و اصلی‌ترین بحث در روش‌های بدون مش است. تابع تخمین میدان باید حداقل شرایطی را دارا باشد تا در صورت جایگذاری در معادلات مورد نظر، امکان دستیابی به جواب قابل قبول وجود داشته باشد.

یک شرط اجباری برای توابع شکل که باید آنرا ارضا کند شرط افراز واحد[۱] است.

$$\sum_{i=1}^{n} \phi_i(X) = 1 \qquad (۴-۲)$$

توابع شکل شرایط دیگری نیز باید داشته باشد تا بتوان در حل مسئله از آنها بهره جست در زیر تعدادی از این شرایط آورده شده است.

۱- مبتنی بر فرض توزیع دلخواه گره‌ها در دامنه مسأله باشد.

[۱] -Partition of unity

۲- الگوریتم تشکیل آن باید پایدار باشد.

۳- توابع شکل ایجاد شده باید حداقل درجه ثبات مورد نیاز را دارا باشند.

۴- دامنه برای درونیابی متغیر میدان (دامنه پوشش یا دامنه تأثیر) در مقایسه با کل دامنه مسأله کوچک باشد.

۵- الگوریتم به لحاظ محاسباتی کارآمد باشد.

۶- تابع شکل خاصیت تابع دلتای کرونکر را ارضا کند.

$$\phi_i(X_j) = \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \qquad (۵\text{-}۲)$$

۷- تابع میدان تخمین زده شده بوسیله توابع شکل در کل دامنه مسأله سازگار باشد.

۸- تابع شکل شرط باز تولید میدان خطی[۱] را ارضا کند.

$$\sum_{i=1}^{n} \phi_i(X)\, x_i = X \qquad (۶\text{-}۲)$$

سه شرط آخر شرایط اجباری نیستند. شرط ۶ برای ارضای شرایط مرزی اساسی مورد نیاز است و شرط ۷ برای پیوستگی تابع میدان تخمینی در کل دامنه مسأله بیان شده است. لذا در صورت عدم ارضای هریک از شرایط فوق می‌توان آنها را بوسیله قیودی مستقیماً در روابط و معادلات اعمال کرد. شرط ۸ نیز برای ارضای تست وصله استاندارد[۲] بیان شده است و توابع شکل را قادر می‌سازد هر تابع میدان خطی را بازتولید کند. این شرط اجباری نیست زیرا بدون ارضای آن مادامیکه یک جواب همگرا تولید شود، توابع شکل قابل قبول هستند.

[۱]- Linear field reproduction

[۲]- Standard patch test

۲-۴-۳ بازتولیدی، ثبات، سازگاری

سه خاصیت فوق به همراه خاصیت دلتای تابع کرونکر از ویژگیهای مهم توابع شکل است که ارضای آنها توسط توابع شکل تولیدی از مزایای آنها محسوب می‌شود. در زیر در خصوص این مفاهیم توضیحاتی داده می‌شود.

الف- بازتولیدی[۱] توابع شکل

همانگونه که گفته شد، تخمین تابع میدان معمولاً بوسیله ترکیب خطی از توابع پایه صورت می‌گیرد، توانایی توابع شکل در تولید مجدد این توابع پایه را خاصیت بازتولیدی می‌گویند.

ب- ثبات

اگر توابع شکل بتوانند هر میدان بیان شده توسط چندجمله‌ای تا درجه k را باز تولید کنند، توابع شکل دارای ثبات مرتبه K هستند که با نماد CK نشان داده می‌شود. چنانچه درجه معادله دیفرانسیل حاکم برسیستم ۲m باشد حداقل درجه ثبات لازم برای تخمین تابع میدان در فرم ضعیف m و در فرم قوی ۲m است که توابع شکل تولیدی در هر مسأله با توجه به درجه معادله حاکم بر سیستم و فرم معادلات مورد استفاده باید توانایی ارضای حداقل درجه ثبات مورد نیاز مسأله را داشته باشند. این شرط برای اطمینان از همگرایی جواب حاصل از دستگاه معادلات گسسته مورد نیاز است.

۱- reproduction

ج – سازگاری

مفهوم سازگاری مرتبط با پیوستگی تابع تخمین میدان (ساخته شده توسط توابع شکل) در کل دامنه مسأله است. سازگاری و ثبات توابع شکل تولید شده هر دو برروی دقت و همگرایی جوابها اثر می‌گذارند.

د – بازتولیدی روش عددی

خاصیت بازتولیدی توابع شکل یک شرط لازم برای بازتولیدی روش عددی مورد استفاده است. عامل مهم دیگر در بازتولیدی روش عددی، روشی است که برای تولید معادلات گسسته سیستم از آن استفاده می‌شود. اگر روش عددی از اصول انرژی استفاده کند، تخمین تابع میدان حاصل از توابع شکل باید هردو خاصیت بازتولیدی و سازگاری را داشته باشد. همچنین روش عددی باید به درستی اجرا شود و شرایط مرزی اساسی نیز ارضا گردند. اگر روش باقیمانده محلی مانند MLPG مورد استفاده قرار گیرد، نیازی به شرط سازگاری نیست و شرط اولیه برای همگرایی جواب، همان خاصیت بازتولیدی توابع شکل استفاده شده است.

۲-۴-۴ روش‌های تولید توابع شکل

روش‌های ابداع شده برای تولید توابع شکل یا به عبارت دیگر تخمین تابع میدان را می‌توان به سه دسته اصلی تقسیم کرد: