بسم الله الرحمن الرحیم

آ

دانشگاه تربیت مدرس

دانشکده علوم ریاضی

بسمه تعالی

تأییدیه اعضای هیأت داوران حاضر در جلسه دفاع از پایان‌نامه کارشناسی‌ارشد

اعضای هیأت داوران نسخهٔ نهایی پایان‌نامه آقای آزاد شیخی رشته ریاضی‌محض به شماره دانشجویی ۸۹۵۲۰۵۱۰۱۳ تحت عنوان: «**برگ‌بندی و خمینه‌های تقریباً سایا**» را در تاریخ ۱۳۹۲/۶/۳۱ از نظر فرم و محتوا بررسی نموده و آن را برای اخذ درجهٔ کارشناسی‌ارشد مورد تأیید قرار دادند.

اعضای هیأت داوران	نام و نام‌خانوادگی	رتبه علمی	امضاء
۱- استاد راهنما	دکتر عباس حیدری	استادیار	
۲- استاد ناظر داخلی	دکتر سیدمسعود امینی	دانشیار	
۳- استاد ناظر داخلی	دکتر سیدمحمدباقر کاشانی	استاد	
۴- استاد ناظر خارجی	دکتر ناصر بروجردیان	دانشیار	
۵- نماینده تحصیلات تکمیلی	دکتر سیدمحمدباقر کاشانی	استاد	

اییننامه حق مالکیت مادی و معنوی در مورد نتایج پژوهشهای علمی دانشگاه تربیت مدرس

مقدمه: با عنایت به سیاست‌های پژوهشی و فناوری دانشگاه در راستای تحقق عدالت و کرامت انسانها که لازمه شکوفایی علمی و فنی است و رعایت حقوق مادی و معنوی دانشگاه و پژوهشگران، لازم است اعضای هیات علمی، دانشجویان، دانش‌اموختگان و دیگر همکاران طرح، در مورد نتایج پژوهشهای علمی که تحت عناوین پایان‌نامه، رساله و طرحهای تحقیقاتی با هماهنگی دانشگاه انجام شده است، موارد زیر را رعایت نمایند:

ماده ۱- حق نشر و تکثیر پایان نامه/ رساله و درامدهای حاصل از انها متعلق به دانشگاه می باشد ولی حقوق معنوی پدید اورندگان محفوظ خواهد بود.

ماده ۲- انتشار مقاله یا مقالات مستخرج از پایان‌نامه/ رساله به صورت چاپ در نشریات علمی و یا ارائه در مجامع علمی باید به نام دانشگاه بوده و با تایید استاد راهنمای اصلی، یکی از اساتید راهنما، مشاور و یا دانشجو مسئول مکاتبات مقاله باشد. ولی مسئولیت علمی مقاله مستخرج از پایان نامه و رساله به عهده اساتید راهنما و دانشجو می باشد.

تبصره: در مقالاتی که پس از دانش‌اموختگی بصورت ترکیبی از اطلاعات جدید و نتایج حاصل از پایان‌نامه/ رساله نیز منتشر می‌شود نیز باید نام دانشگاه درج شود.

ماده ۳- انتشار کتاب، نرم افزار و یا آثار ویژه (اثری هنری مانند فیلم، عکس، نقاشی و نمایشنامه) حاصل از نتایج پایان‌نامه/ رساله و تمامی طرحهای تحقیقاتی کلیه واحدهای دانشگاه اعم از دانشکده ها، مراکز تحقیقاتی، پژوهشکده ها، پارک علم و فناوری و دیگر واحدها باید با مجوز کتبی صادره از معاونت پژوهشی دانشگاه و براساس ائین نامه های مصوب انجام شود.

ماده ٤- ثبت اختراع و تدوین دانش فنی و یا ارائه یافته ها در جشنواره‌های ملی، منطقه‌ای و بین‌المللی که حاصل نتایج مستخرج از پایان‌نامه/ رساله و تمامی طرح‌های تحقیقاتی دانشگاه باید با هماهنگی استاد راهنما یا مجری طرح از طریق معاونت پژوهشی دانشگاه انجام گیرد.

ماده ٥- این اییننامه در ٥ ماده و یک تبصره در تاریخ ۸۷/٤/۱ در شورای پژوهشی و در تاریخ ۸۷/٤/۲۳ در هیات رئیسه دانشگاه به تایید رسید و در جلسه مورخ ۸۷/۷/۱٥ شورای دانشگاه به تصویب رسیده و از تاریخ تصویب در شورای دانشگاه لازم‌الاجرا است.

«اینجانب آزاد شیخی دانشجوی رشته ریاضی محض ورودی سال تحصیلی ۸۹-۹۰ مقطع کارشناسی ارشد دانشکده علوم ریاضی متعهد می شوم کلیه نکات مندرج در ائین نامه حق مالکیت مادی و معنوی در مورد نتایج پژوهش های علمی دانشگاه تربیت مدرس را در انتشار یافته های علمی مستخرج از پایان نامه / رساله تحصیلی خود رعایت نمایم، در صورت تخلف از مفاد ائین نامه فوق الاشعار به دانشگاه وکالت و نمایندگی می دهم که از طرف اینجانب نسبت به لغو امتیاز اختراع بنام بنده و یا هر گونه امتیاز دیگر و تغییر ان به نام دانشگاه اقدام نماید. ضمنا نسبت به جبران فوری ضرر و زیان حاصله بر اساس براورد دانشگاه اقدام خواهم نمود و بدینوسیله حق هر گونه اعتراض را از خود سلب نمودم»

امضا:

تاریخ: ۹۲/۸/۶

آیین نامه چاپ پایان‌نامه (رساله)های دانشجویان دانشگاه تربیت مدرس

نظر به اینکه چاپ و انتشار پایان نامه (رساله)های تحصیلی دانشجویان دانشگاه تربیت مدرس، مبین بخشی از فعالیتهای علمی - پژوهشی دانشگاه است بنابراین به منظور آگاهی و رعایت حقوق دانشگاه،دانش آموختگان این دانشگاه نسبت به رعایت موارد ذیل متعهد می‌شوند:

ماده ۱: در صورت اقدام به چاپ پایان نامه (رساله)ی خود، مراتب را قبلا به طور کتبی به «دفتر نشر آثارعلمی» دانشگاه اطلاع دهد.

ماده ۲: در صفحه سوم کتاب (پس از برگ شناسنامه) عبارت ذیل را چاپ کند:

«کتاب حاضر، حاصل پایان نامه کارشناسی ارشد/ رساله دکتری نگارنده در رشته ریاضی محض است که در سال شهریور ۹۲ در دانشکده ریاضی دانشگاه تربیت مدرس به راهنمایی سرکار خانم/جناب آقای دکتر عباس حیدری، مشاوره سرکار خانم/جناب آقای دکتر و مشاوره سرکار خانم/جناب آقای دکتر از آن دفاع شده است.»

ماده ۳: به منظور جبران بخشی از هزینه‌های انتشارات دانشگاه، تعداد یک درصد شمارگان کتاب (در هر نوبت‌چاپ) را به «دفتر نشر آثارعلمی» دانشگاه اهدا کند. دانشگاه می‌تواند مازاد نیاز خود را به نفع مرکز نشر درمعرض فروش قرار دهد.

ماده ۴: در صورت عدم رعایت ماده ۳، ۵۰٪ بهای شمارگان چاپ شده را به عنوان خسارت به دانشگاه تربیت‌مدرس، تأدیه کند.

ماده ۵: دانشجو تعهد و قبول می کند در صورت خودداری از پرداخت بهای خسارت، دانشگاه می‌تواند خسارت مذکور را از طریق مراجع قضایی مطالبه و وصول کند؛ به علاوه به دانشگاه حق می‌دهد به منظور استیفای حقوق خود، از طریق دادگاه، معادل وجه مذکور در ماده ۴ را از محل توقیف کتابهای عرضه شده نگارنده برای فروش، تامین نماید.

ماده ۶: اینجانب آزاد شیخی دانشجوی رشته ریاضی مقطع کارشناسی ارشد تعهد فوق وضمانت اجرایی آن را قبول کرده، به آن ملتزم می شوم.

نام و نام خانوادگی: آزاد شیخی

تاریخ و امضا:

دانشگاه تربیت مدرس
دانشکده‌ی علوم ریاضی

پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد
گروه ریاضی محض

برگ‌بندی و خمینه‌های تقریبا سایا

نگارنده:
آزاد شیخی

استاد راهنما:
دکتر عباس حیدری

شهریور ۱۳۹۲

تقدیم به استاد گرانقدر دکتر سید محمد باقر کاشانی

سپاس گزاری...

پیش تر از همه از خانواده‌ی عزیزم که همواره بی دریغ یاور و پشتیبانم بوده‌اند، از پدرم، مادرم که فداکارانه خودشان را وقف آینده‌ی فرزندان‌شان نموده‌اند، از خواهران عزیز و مهربانم بیان، ژیان، نیان، هانا و از برادرم خالد که با تلاش خود امید بخش و قدردان عزیزان‌مان است، بی‌نهایت سپاسگزارم. امید است که بتوانم از عهده‌ی جبران خوبی‌هایشان برآیم.

از دوستان گرامی آقایان بابک جمشیدی، جمال رحمنی، هیوا احمدی، سهیل محمود زاده، مهدی آقایی و خانم شیوا حیدری به پاس توصیه‌های دلسوزانه، کمک‌های بی دریغ و مهربانی همواره‌ی ایشان نسبت به اینجانب سپاسگزارم.

از دوست عزیزم آقای کرم جوهری که با یاری برادرانه در حل مشکلم به نوعی یاری‌گر آغاز کار پایان‌نامه بودند، قدردانی می‌نمایم.

از جناب آقای کالین نویسنده مقاله اصلی به پاس راهنمایی های ارزنده ایشان تشکر می کنم.

برخود می‌دانم از استاد راهنمای عزیزم جناب آقای دکتر عباس حیدری که مهربانانه، صمیمانه، با صرف دقت، زمان و زحمات فراوان کار را آن‌چنان که باید سامان بخشیدند، کمال تشکر را داشته باشم.

در نهایت باری دگر بوسه می‌زنم بر دستان پدر و مادر خویش.

چکیده

روی خمینه‌های فرد بعدی یک ساختار تعریف شده است که تعمیم یافته‌ی چندین ساختار شناخته شده روی خمینه‌های تقریبا سایا مانند ساختارهای ساساکی، شبه-ساساکی، ترانس‌ساساکی، کنموتسو و شبه‌همتافته است. این ساختار، یک ساختار شبه‌ساساکی تعمیم یافته یا به طور مختصر ساختار $G.Q.S$ نامیده می‌شود که روی خمینه‌های متریک تقریبا سایا تعریف شده و در چندین شرط اضافی نیز صدق می‌کند. سپس توزیع $D_۱$ در نظر گرفته شده است که تجزیه‌ی مفیدی از کلاف مماس یک خمینه‌ی $G.Q.S$، M می‌دهد. شرط‌های لازم و کافی برای برای نرمال بودن ساختار کنج‌دار متمم روی توزیع $D_۱$ تعریف شده روی یک خمینه‌ی $G.Q.S$، مورد مطالعه قرار گرفته است. همچنین وجود برگ‌بندی روی خمینه‌های $G.Q.S$ و متریک‌های کلاف‌گون نیز ثابت شده است. نشان داده شده است که تحت شرایط معین یک برگ‌بندی جدید به دست می‌آید و ویژگی‌های آن نیز مورد بررسی قرار گرفته است. تعدادی مثال نیز برای نشان دادن این نتایج در فصل آخر مطرح خواهد شد.

این پایان نامه به تشریح مطالب بازبرد [۱] می‌پردازد.

واژگان کلیدی:

متریک کلاف‌گون، توزیع چرخشی، ساختار کنج‌دار متمم، ساختارهای سایا، ساختار تقریبا ضربی، ساختار $(G.Q.S)$، خط-میدان، همتافته وابرسان.

فهرست مطالب

لیست تصاویر

لیست جداول

فصل ۱

کلیات

۱.۱ مقدمه

مطلب‌های این بخش برگرفته از [۲] می‌باشد.

بر سر دروازه‌ی تمدن نیز، حکایت، حکایت سر در آکادمی افلاطون[۱] است. دانش هندسه همانند سرزمین زادگاهش، عطیه‌ی نیل است. بخش کردن زمین‌ها پس از طغیان نامورترین رود جهان، نیازمند دانش پیمایش زمین، ژئومتری، هندسه بود. فرزانه‌ی شهر میلیتوس [۲]، تالس[۳]، بنای استدلال در هندسه را نهاد و اقلیدس[۴]، سه سده پیش از زادن مسیح، این جنبش سیصدساله رادر کتاب اصول[۵] خود اصول‌بندی کرد و هندسه علم شد. فرمانروایی اقلیدس بر هندسه بیش از ۲۱۰۰ سال پایید تا اینکه یانوش بویوئی[۶]، یک جوان مجارستانی،

[۱] Plato

[۲] Miletus

[۳] Thales

[۴] Euklides

[۵] Elements

[۶] Janos Bolyai

در عصر انقلاب‌ها، انقلاب کوپرنیک[۷] ، انقلاب داروین[۸]، و بعدتر انقلاب فروید[۹] ، با ایده‌ای انقلابی موجبات فروپاشی اصول هندسه‌ی کلاسیک و دمیدن روح تازه‌ای در کالبد هندسه را فراهم کرد و هندسه‌ی نا اقلیدسی را بنا نهاد. او تحول انقلابی خود را اینگونه تشریح می‌کند که"من از هیچ، دنیایی تازه و شگفت انگیز آفریده‌ام." اما همه‌ی ما امروزه نام هندسه‌ی فضا زمان نگره‌ی نسبیت اینشتین[۱۰] را شنیده ایم. در واقع هندسه‌ی پیوستار فضا زمان به حدی به هندسه نا اقلیدسی وابسته است که آگاهی از این هندسه ها شرط لازم برای جهانشناسی نسبیتی است. جالب است وقتی بستر برای ظهور اندیشه‌ی نوینی مناسب است، آن اندیشه در نزد چند کس، کم و بیش همزمان، پدیدار می‌شود. همانند کشف حساب دیفرانسیل و انتگرال در سده‌ی هیجدهم به وسیله نیوتون[۱۱] در انگلستان ولایبنیتس[۱۲] در آلمان، کشف هندسه‌ی نا اقلیدسی نیز مستثنی از این قاعده‌ی طبیعی نبود و نباید تلاشهای گاوس[۱۳] را نادیده گرفت. در این نمایشنامه‌ی تاریخی بازیگر دیگری هم برای ربودن گوی شهرت از بویوئی و گاوس قد بر افراشت، ریاضیدان روسی نیکولای ایوانوویچ لباچفسکی[۱۴]. وی نخستین کسی بود که عملا مقاله‌ای در زمینه‌ی هندسه‌ی نا اقلیدسی منتشر کرد(۱۸۲۹)، اما به دلیل انتشار اثر خود به زبان روسی چندان مورد توجه قرار نگرفت چرا که ریاضیدانان روسی سخت خرده‌گیر بودند. تلاشهای ارزشمند این مثلث اندیشه، هندسه هذلولوی را پایه گذاری کرد و دیری نپایید که ریمان[۱۵] با رویکردی تازه

[۷]Nicolaus Copernicus

[۸]Charles Darwin

[۹]Sigmund Freud

[۱۰]lrAlbert Einstein

[۱۱]Isaac Newton

[۱۲]Gottfried Wilhelm von Leibniz

[۱۳]Carl Friedrich Gauss

[۱۴]Nikolai Lobachevsky

[۱۵]Bernhard Riemann

هندسه بیضوی را بنا نهاد. از مهمترین شاخه‌های هندسه‌ی بیضوی می‌توان به هندسه‌ی ریمان اشاره کرد چرا که به مطالعه‌ی خمینه‌های مجهز به متر ریمان می‌پردازد، یعنی متری که ضرب داخلی در فضای مماس بر هر نقطه خمینه به طور هموار تغییر می‌کند.

در سالهای اخیر تلاش ریاضیدانان در زمینه‌ی هندسه‌ی برگ‌بندی روی خمینه‌ی ریمانی به عنوان بخشی از مطالعات هندسه‌ی ریمانی همواره چشمگیر بوده است.

پیتیس[۱۰]، پنگ[۱۱]، لیبرمن[۱۲]، بیجانکو وفاران[۶] به مطالعه‌ی برگ‌بندی‌هایی روی خمینه‌ی ریمانی پرداخته‌اند که تنها با استفاده از دو هموستار خطی سازگار تعریف شده اند. مفهوم متریک کلاف‌گون روی خمینه‌ی ریمانی به وسیله‌ی رینهارت[۷] معرفی شد و مشتاقانه به وسیله‌ی ریاضیدانان متعددی از جمله توندر [۸] مورد مطالعه قرار گرفت، و متقاعبا ثابت شد که یک متریک کلاف‌گون روی خمینه‌ی ریمانی (M,g) وجود دارد که دارای دو توزیع انتگرال‌ناپذیر متمم متعامد می‌باشد[۶]. بلیر[۲۲] مفهوم ساختار کنج‌دار متمم روی خمینه‌ی ریمانی(M,g) را معرفی کرد. این مفهوم برای خمینه های مجهز به یک f-ساختار تعریف شده است که در واقع مقایسه‌ای از ساختار کیلر [۱۶] در حالت تقریبا مختلط و ساختار شبه‌ساساکی در حالت تقریبا سایا می‌باشد[۲۲]. چندین نتیجه‌ی مهم نیز در این زمینه به وسیله‌ی گولدبرگ و یانو به دست آمد [۲۳].

۲.۱ تعریف‌ها

برای درک بهتر فصل‌های آینده، در این فصل به بیان مفاهیم و تعریف‌های اولیه می‌پردازیم.

تعریف ۱.۲.۱. (قطبی سازی) یک قطبی سازی از ماتریس غیرتکین A، تجزیه‌ی این ماتریس به حاصل‌ضرب یک ماتریس متعامد F و یک ماتریس متقارن مثبت معین G

[۱۶] Kahlel

است. همچنین مجموعه‌ی تمام ماتریسهای $n \times n$ متقارن مثبت معین را با $H(n)$ نشان می‌دهیم و مجموعه‌ی تمام ماتریسهای متعامد، همان گروه شناخته شده‌ی $O(n)$ است.

تعریف ۲.۲.۱. (هموستار). هموستار D روی خمینه هموار M تابع

$$D : \chi(M) \times \chi(M) \longrightarrow \chi(M)$$

است بطوریکه:

۱. $D_V W$ نسبت به V، $C^\infty(M)$ خطی باشد.

۲. $D_V W$ نسبت به W، R خطی باشد.

۳. $D_V(fW) = (Vf)W + fD_V(W)$ برای $f \in C^\infty(M)$

تعریف ۳.۲.۱. (هموستار لوی چویتا). روی خمینه ی شبه ریمانی M یک هموستار یگانه وجود دارد که برای $X, Y, V, W \in \chi(M)$

۱. $[V, W] = D_V(W) - D_W(V)$

۲. $X\langle V, W\rangle = \langle D_V X, W\rangle + \langle V, D_W X\rangle$ و آن را هموستار لوی چویتا نامیم.

تعریف ۴.۲.۱. (خمیدگی) روی خمینه‌ی ریمانی M یک تانسور خمیدگی عبارت است از نگاشت $R : \chi(M) \times \chi(M) \times \chi(M) \longrightarrow \chi(M)$ که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$R(X, Y)Z = \nabla_X \nabla_Y Z - \nabla_Y \nabla_X Z - \nabla_{[X,Y]} Z.$$

تعریف ۵.۲.۱. (کلاف تاری) یک کلاف تاری شامل

۱. سه خمینه‌ی هموار E، M و F ، که E فضای کل، M فضای پایه و F تار نمونه‌ی نامیده می‌شود؛

۲. نگاشت هموار پوشای $\pi : E \longrightarrow M$، که نگاشت تصویر نامیده می‌شود ؛

۳. یک پوشش باز$\mathcal{U}$روی M، که برای هر U متعلق به $\mathcal{U}$ یک نگاشت $\phi : \pi^{-1}U \longrightarrow F$ وجود داشته باشد چنانکه $(\pi, \phi) : \pi^{-1}U \longrightarrow U \times F$ یک وابرسانی باشد، نگاشت (π, ϕ) معمولا کارت کلافی رویUنامیده می‌شود و ϕ را اغلب قسمت اصلی کارت کلافی گوییم؛

می‌باشد.

تعریف ۶.۲.۱. (کلاف برداری) فرض کنید $\mathbb{F}$ یکی از میدانهای برداری $\mathbb{R}$ یا $\mathbb{C}$ باشد، و فرض کنید $\mathbb{V}$ یک فضای برداری m -بعدی روی $\mathbb{F}$ باشد،کلاف تاری E روی M را یک کلاف برداری (کلاف $\mathbb{F}$ -برداری) گوییم هرگاه تار نمونه‌ی آن $\mathbb{V}$ باشد.

تعریف ۷.۲.۱. فرض کنید (M, g) یک خمینه‌ی شبه-ریمانی باشد، گوییم میدان برداری X روی M کیلینگ [۱۷] است اگر

$$\mathfrak{L}_X g = g(D_V X, W) + g(D_W X, V) = 0 \quad \forall V, W \in \Gamma(TM), \tag{۱.۱}$$

که D هموستار لوی-چویتا و $\mathfrak{L}$ مشتق لی روی M می‌باشد.

تعریف ۸.۲.۱. (کلاف اصلی) فرض کنید M یک خمینه‌ی مشتق‌پذیر و G یک گروه لی باشد. یک G-کلاف اصلی روی M شامل کلاف تاری $\pi : P \longrightarrow M$ به همراه عمل راست G روی P می‌باشد که در شرایط زیر صدق می‌کند

۱. $\pi(ua) = \pi(a)$ برای تمام $u \in P$ و $a \in G$.

۲. P موضعا بدیهی است است، یعنی، برای هر $x \in M$ یک همسایگی U شامل x و وابرسانی $\psi : \pi^{-1}(U) \longrightarrow U \times G$ وجود دارد چنانچه $\psi(u) = (\pi(u), \varphi(u))$ که

[۱۷] Killing

نگاشت $\varphi : \pi^{-1}(u) \longrightarrow G$ در رابطه‌ی $\varphi(ua) = (\varphi(u))a$ صدق می‌کند برای تمام $u \in \pi^{-1}(u)$ و $a \in G$.

کلاف کنج FM روی خمینه‌ی هموار M با گروه ساختاری $GL(m, R)$ نمونه‌ای از یک کلاف اصلی است که از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است، برای جزئیات بیشتر فصل ۱ [۱۵] مشاهده شود.

تعریف ۹.۲.۱. میدان تانسوری ناصفر f، از نوع $(۱, ۱)$ از رتبه‌ی ثابت r روی خمینه‌ی m-بعدی M را یک f-ساختار نامیم هرگاه

$$f^{۳} + f = ۰.$$

۳.۱ چشم انداز فصل های آینده

در فصل دوم پس از معرفی توزیع روی خمینه‌ها، به مقایسه و تحلیل هموستارهای خطی و ذاتی روی توزیع‌های شبه‌ریمانی خواهیم پرداخت. فصل سوم به مفهوم برگ‌بندی روی یک خمینه می‌پردازد و همچنین رابطه بین برگ‌بندی و توزیع پذیری و در نهایت قضیه‌ی انگشت‌نمای فروبنیوس [۱۸] مطرح می‌شود. در فصل چهار به معرفی ساختارهای مختلف روی خمینه‌ها خواهیم پرداخت و در این راستا خمینه‌های سایا، تقریبا سایا، ساساکی، شبه‌ساساکی، ترانس-ساساکی، همتافته و شبه‌همتافته به اختصار شرح داده می‌شوند. همچنین مفهوم خمینه‌ی شبه‌ساساکی تعمیم یافته (به طور مختصر $G.Q.S$) به عنوان یک خمینه به همراه ساختار متریک تقریبا سایای دارای خاصیت (۴.۴)، معرفی می‌شود. فصل پنجم به مطالعه‌ی وجود و نرمال بودن یک ساختار کنج‌دار متمم می‌پردازد. همچنین وجود یک ساختار کنج‌دار متمم و شرط لازم و کافی برای وجود این ساختار ثابت شده است. در ادامه نشان داده شده است که وجود ساختار کنج‌دار متمم نرمال وجود یک

[۱۸] Frobenius

برگ‌بندی جدید را نتیجه می‌دهد. وجود متریک کلاف‌گون و برگ‌بندی مینیمال نیز مورد مطالعه قرار گرفته است.

فصل ۲

هندسه‌ی توزیع‌های روی یک خمینه

در این فصل ابتدا به مطالعه‌ی توزیع‌های روی یک خمینه خواهیم پرداخت و همچنین به معادل بودن مفهوم توزیع انتگرال‌پذیر و توزیع چرخشی می‌پردازیم. مفهوم هموستار خطی سازگار روی خمینه‌ی تقریبا ضربی مطرح خواهد شد همچنین اشاره به هموستار اتسوکی کرده‌ایم که در مطالعه‌ی ما بسیار مفید واقع می‌شود به مقایسه‌ی هموستارهای ذاتی و القایی روی یک خمینه‌ی شبه ریمانی می‌پردازیم. قضیه‌ی مهم بیجانکو–فاران مطرح می‌شود و با معرفی مفهوم متریک کلاف‌گون فصل را به پایان می‌بریم. مطالب این فصل برگرفته از [۶] و [۴] است.

۱.۲ توزیعها روی یک خمینه

فرض کنید M یک خمینه‌ی هموار پیرافشرده $(n+p)$-بعدی و TM کلاف مماسی روی آن باشد. π نگاشت تصویر TM روی M و T_xM تار M $x \in M$ باشد، یعنی $T_xM = \pi^{-1}(x)$. دستگاه مختصات (کارت موضعی) M به صورت $\{(\mathcal{U}, \phi) : (x^1, ..., x^{n+p})\}$ یا به طور مختصر $\{(\mathcal{U}, \phi) : (x^\alpha)\}$ نمایش می‌دهیم، که U یک زیر مجموعه‌ی باز M و $\phi : \mathcal{U} \longrightarrow \mathbb{R}^{n+p}$ یک وابرسانی از U بروی $\phi(\mathcal{U})$ می‌باشد که برای هر $x \in \mathcal{U}$ تساوی