بسم الله الرحمن الرحيم

دانشگاه حکیم سبزواری

دانشکده ریاضی و علوم کامپیوتر

پایان نامه جهت دریافت درجه کارشناسی ارشد

رشته ریاضی کاربردی گرایش کنترل و بهینه سازی

عنوان:

حل مسائل کنترل بهینه سیستم‌های تاخیر زمانی غیرخطی با استفاده از نظریه اندازه

استاد راهنما:

دکتر سیدابوالفضل علوی

استاد مشاور:

دکتر عبدالله قلی‌زاده

نگارش:

مصطفی شیخ‌زاده

تابستان ۱۳۹۲

سوگند نامه دانش آموختگان دانشگاه حکیم سبزواری

به نام خداوند جان و خرد کزین برتر اندیشه بر نگذرد

اینک که به خواست آفریدگار پاک، کوشش خویش و بهره گیری از دانش استادان و سرمایه‌های مادی و معنوی این مرز و بوم، توشه‌ای از دانش و خرد گرد آورده‌ام، در پیشگاه خداوند بزرگ سوگند یاد می‌کنم که در به کارگیری دانش خویش، همواره بر راه راست و درست گام بردارم. خداوند بزرگ، شما شاهدان، دانشجویان و دیگر حاضران را به عنوان داورانی امین گواه می‌گیرم که از همه دانش و توان خود برای گسترش مرزهای دانش بهره گیرم و از هیچ کوششی برای تبدیل جهان به جایی بهتر برای زیستن، دریغ نورزم. پیمان می‌بندم که همواره کرامت انسانی را در نظر داشته باشم و همنوعان خود را در هر زمان و مکان تا سر حد امکان یاری دهم. سوگند می‌خورم که در به کارگیری دانش خویش به کاری که با راه و رسم انسانی، آیین پرهیزگاری، شرافت و اصول اخلاقی برخاسته از ادیان بزرگ الهی، به ویژه دین مبین اسلام، مباینت دارد دست نیازم. همچنین در سایه اصول جهان شمول انسانی و اسلامی، پیمان می‌بندم از هیچ کوششی برای آبادانی و سرافرازی میهن و هم میهنانم فروگذاری نکنم و خداوند بزرگ را به یاری طلبم تا همواره در پیشگاه او و در برابر وجدان بیدار خویش و ملت سرافراز، بر این پیمان تا ابد استوار بمانم.

مصطفی شیخ‌زاده

تاییدیه‌ی صحت و اصالت نتایج

بسمه تعالی

اینجانب مصطفی شیخ‌زاده به شماره دانشجویی ۹۰۱۳۱۳۳۰۳۵ رشته ریاضی کاربردی گرایش تحقیق در عملیات مقطع تحصیلی کارشناسی ارشد تایید می‌نمایم که کلیه نتایج این پایان نامه حاصل کار اینجانب و بدون هرگونه دخل و تصرف و موارد نسخه برداری شده از آثار دیگران را با ذکر کامل مشخصات منبع ذکر کرده‌ام در صورت اثبات خلاف مندرجات فوق به تشخیص دانشگاه مطابق با ضوابط و مقررات حاکم (قانون حمایت از حقوق مولفان و مصنفان . قانون ترجمه و تکثیر کتب و نشریات و آثار صوتی ضوابط و مقررات آموزشی پژوهشی و انضباطی ...) با اینجانب رفتار خواهد شد. و حق هر گونه اعتراض در خصوص احقاق حقوق مکتسب و تشخیص و تعیین تخلف و مجازات را از خویش سلب می‌نمایم. در ضمن مسئولیت هر گونه پاسخگویی به اشخاص اعم از حقیقی و حقوقی و مراجع ذی صلاح (اعم از اداری و قضایی) به عهده اینجانب خواهد بود و دانشگاه هیچ گونه مسئولیتی در این خصوص نخواهد داشت.

مصطفی شیخ‌زاده

مجوز بهره برداری از پایان نامه

بهره برداری از این پایان نامه در چهار چوب مقررات کتابخانه و با توجه به محدودیتی که توسط استاد راهنما به شرح زیر تعیین می شود بلامانع است:

* بهره برداری از این پایان نامه برای همگان بلامانع است.
* بهره برداری از این پایان نامه با اخذ مجوز از استاد راهنما بلامانع است.
* بهره برداری از این پایان نامه تا تاریخ ..... ممنوع است.

استاد راهنما: آقای دکتر سید ابوالفضل علوی

تاریخ : امضاء:

تقدیم به:

آقای دکتر سید ابوالفضل علوی،

همه معلمان دلسوزم و همه کسانی که در راه اعتلای جامعه در تلاشند.

سپاس‌گزاری

سپاس خداوندگار حکیم را که با لطف بی‌کران خود، آدمی را به زیور عقل آراست.

وظیفه خود می‌دانم از زحمات بی‌دریغ استاد راهنمای عزیزم،جناب آقای «**دکتر سیدابوالفضل علوی**» صمیمانه تشکر و قدردانی کنم که قطعاً بدون راهنمایی‌های ارزنده، نظارت صبورانه و مساعدت‌های بی‌دریغ ایشان، این مجموعه به انجام نمی‌رسید. همچنین سپاس و قدردانی خود را به جناب آقای «**دکتر عبداللّه قلی‌زاده**» که زحمت مشاوره این پایان‌نامه را تقبل کردند، و استاد ارجمندم جناب آقای «**دکترمحمدتقی خداداد**» که داوری این پایان نامه را بر عهده گرفتند، تقدیم می‌کنم. از خداوند کریم برای ایشان سلامتی و بیشترین موفقیت‌ها را آرزومندم.

در پایان، بوسه می‌زنم بر دستان خداوندگاران مهر و مهربانی، پدرم که یادش بارانم می‌کند و مادرم که اسطوره شکیبایی و بردباری است، بعد از خدا، ستایش می‌کنم وجود مقدس‌شان را و تشکر می‌کنم از همسرم به پاس همراهی و همدلی بی‌ریا در این چند روز حیات.

مصطفی شیخ‌زاده

شهریور۱۳۹۲

فهرست مطالب

۱ مقدمه **۱**

۱-۱ انواع سیستم‌ها ۵

۱-۱-۱ سیستم‌های پارامتری-فشرده و پارامتر-توزیعی ۵

۱-۱-۲ سیستم‌های احتمالی و غیر احتمالی ٦

۱-۱-۳ سیستم‌های زمان-پیوسته، زمان-گسسته و ترکیبی ٦

۱-۱-٤ سیستم‌های خطی و غیرخطی ٦

۱-۱-۵ سیستم‌های زمان-ثابت و زمان-متغیر ٦

۱-۲ مفاهیم مقدماتی توپولوژی ۷

۱-۳ کنترل و کنترل بهینه ۱۰

۱-٤ خلاصه وجمع بندی ۱۸

۲ سیستم‌های تاخیر زمانی و مدل‌سازی آنها **۱۹**

۲-۱ مقدمه ۲۰

۲-۲ مدل ریاضی یک سیستم ۲۰

۲-۳ نمایش سیستم با فضای حالت ۲۱

۲-٤ حل سیستم‌ها به کمک انتقال ۲۵

۲-٤-۱ سیستم‌های تاخیر-زمانی با زمان-پیوسته ۲٦
۲-٤-۲ سیستم‌های تاخیر زمانی با زمان-گسسته ۲۸
۲-٤-۳ سیستم‌های ترکیبی(زمان پیوسته و زمان گسسته) ۳۱
۲-۵ خطی‌سازی سیستم‌های غیرخطی ۳۱
۲-٦ سیستم‌های تاخیر زمانی در ابعاد بزرگ تر ۳۳
۲-۷ خلاصه وجمع بندی ۳٤

۳ حل مسائل کنترل بهینه سیستم‌های تاخیر زمانی غیرخطی ۳۵

۳-۱ مقدمه ۳٦
۳-۲ بیان مسئله ۳۷
۳-۲-۱ توصیف سیستم غیرخطی با تاخیر در کنترل و تبدیل آن به مسئله بدون تاخیر ۳۷
۳-۲-۲ تجزیه و تحلیل شاخص عملکرد درجه دوم ۳۸
۳-۳ طراحی قانون کنترل بهینه ۳۹
۳-۳-۱ قانون کنترل بهینه زمان متناهی ۳۹
۳-۳-۲ قانون کنترل بهینه زمان نامتناهی ٤۱
۳-٤ مثال ٤۲
۳-۵ جمع بندی و نتیجه گیری ٤۳

٤ نظریه اندازه ٤٤

٤-۱ مقدمه ٤۵
٤-۲ کنترل بهینه کلاسیک ٤۵
٤-۳ انتقال مساله کنترل بهینه کلاسیک به فضای اندازه ٤۹

٤-٤ محاسبه اندازه بهینه با استفاده از یک مساله برنامه ریزی خطی ٥٣
٤-٥ محاسبه تابع کنترل بهینه با استفاده از اندازه بهینه ٥٩
٤-٦ روش عملی محاسبه کنترل بهینه ٦٠
٤-٧ خلاصه وجمع بندی ٦٤

٥ حل مسائل کنترل بهینه سیستم‌های تاخیر زمانی غیر خطی با نظریه اندازه ٦٥

٥-١ مقدمه ٦٦
٥-٢ معرفی مسئله ٦٧
٥-٣ تغییر فرمول بندی ٦٨
٥-٤ الگوریتم ٨٠
٥-٥ مثال‌ها ٨١
٥-٥-١ مثال ١ . . . . . ٨١
٥-٥-٢ مثال ٢ . . . . . ٨٥
٥-٦ خلاصه وجمع بندی ٨٩

فهرست منابع و ماخذ ٩١

فهرست علایم و نشانه‌ها

$C(\Omega)$ فضای توابع پیوسته روی Ω

$C^*(\Omega)$ فضای تابعک‌های خطی پیوسته روی $C(\Omega)$

$C^1(B)$ فضای تمام توابع حقیقی به طور پیوسته مشتق‌پذیر روی B

$C_1(B)$ زیرفضایی از $C(\Omega)$ شامل تمام توابع یک متغیره نسبت به زمان

$D(I^\circ)$ فضای تمام توابع حقیقی بی‌نهایت بار مشتق‌پذیر با تکیه‌گاه فشرده در I°

$M^+(\Omega)$ فضای تمام اندازه‌های رادون مثبت روی $C(\Omega)$

$\nabla_x f(.)$ ماتریس ژاکوبین تابع $f(.)$

فهرست نوشته‌های اختصاری

TD	تاخیر زمان
$MIMO$	سیستم چند-ورودی چند-خروجی
$SISO$	سیستم یک-ورودی یک-خروجی
$l.t.i$	سیستم‌های خطی زمان-ثابت
$CSTR$	سیستم رآکتور مخزن متحرک غیرخطی پیوسته
$TPBV$	مسئله مقدار مرزی غیرخطی دو نقطه‌ای
LP	برنامه‌ریزی خطی

فهرست تصاویر

۲-۱ نمودار یک سیستم با r ورودی و m خروجی ۲۲

۲-۲ نمودار مثال ۲-۲ . . . . . ۲۷

۳-۱ نمودار مثال۳-٤ . . . . . ٤۲

۵-۱ نمودار کنترل و رفتار حالت سیستم با استفاده از کنترل بهینه مربوط به مثال ۵-۵-۱ . . ۸٤

۵-۲ مدل سیستم راکتور مخزن متحرک غیر خطی پیوسته $CSTR$ ۸٦

۵-۳ نمودار مثال۵- ۲ . . . . . ۸۹

فصل ۱

مقدمه

تاریخچه معادلات تاخیر زمانی، کنترل و کنترل بهینه آنها را به اختصار مرور می‌کنیم. معادلات تأخیر زمانی ابتدا در قرن هجدهم به وسیله برنولی [۱] ، اویلر [۲] و کاندورکت [۳] معرفی شدند [٤]. طراحی و تثبیت کنترل سیستم‌های تأخیر زمانی بر اساس روش لیاپانوف- کراسوفسکی [٤] توسط فریدمن [٥] در سال ۲۰۰۱ مورد بررسی قرار گرفت [٥]. چن و همکارانش [٦] در سال ۲۰۰۳ نیز بر اساس توابع لیاپانوف- راسیومیخین [۷] راه حلی برای آن ارائه دادند [٦]. در نهایت مالاخوفسکی و میرکین [۸] در سال ۲۰۰٦ راه حلی برای آن بر اساس چندجمله‌ای‌های کوشی ارائه دادند [۷]، در حقیقت کراسوفسکی روش لیابانوف را با معرفی توابع لیاپانوف در سال‌های ۱۹٥٦-۱۹٦۳ توسعه داد [۲٥]-[۸]، و راسیومیخین نظریه توابع لیاپانوف کنونی را بدست آورد. در دو دهه اخیر پژوهش‌های زیادی در آنالیز و تلفیق سیستم‌های تأخیر زمانی انجام گرفته است پژوهشگران بر اساس تئوری لیاپانوف به نتایج متعددی رسیده‌اند. همچنین طی دو دهه اخیر روش‌های زیادی بر پایه برنامه‌ریزی خطی برای طراحی جواب بهینه با شیوه‌های متفاوت ارائه شده است منجمله: طراحی کنترل بهینه برای معادلات انتشار چندبعدی توسط روبیو [۹] و همکاران در سال ۱۹۹٥ و۲۰۰۰ [۱۱]-[۱۰]، معادله موج خطی توسط فراهی و همکاران در سال ۲۰۰٥ [۱۲] ، مسائل کوتاهترین مسیر توسط ضمیریان و همکاران در سال ۲۰۰۷ [۱۳] و مسائل کنترل بهینه غیرخطی توسط کامیاد و همکاران در سال ۲۰۰۷ [۱٤].

---

[۱] Bernoulli

[۲] Euler

[۳] Condorcet

[٤] Lyapunov Krasovskii

[٥] Fridman

[٦] Gu, Kharitonov, and Chen

[۷] Lyapunov Razumikhin

[۸] Malakhovski and Mirkin

[۹] Rubio

حال به اختصار به تشریح تاخیر زمان و دلایل به وجود آمدن آن می‌پردازیم.

تعریف ۱-۱. سیستم‌های تاخیر زمانی [۱۰] سیستم‌هایی هستند که تاخیر زمان در بین عامل ورودی یا کنترل و اثر نتایج‌شان بر سیستم وجود دارد.

تاخیر یا تاخیرها به دلایل زیر در یک سیستم اتفاق می‌افتند:

۱. ویژگی‌های فیزیکی ذاتی اجزای سیستم،

۲. اندازه متغیرهای سیستم،

۳. سیگنال انتقال.

و تاخیرها به دو صورت قابل مشاهده هستند:

۱. تاثیر زمان انتقال در سیستم مانند:

(آ) امواج لرزشی در زمین،

(ب) هورمون‌ها در جریان خون،

(ج) سیالات در فرایندهای شیمیایی،

(د) تشعشع الکترومغنانیس در فضا،

(ه) ... ،

۲. زمان محاسبه مانند:

(آ) پردازش بیرونی تصویر با چشم،

(ب) تحلیل تصویر تلویزیون با یک روبات،

[۱۰] time-delay systems (TD)=time-lag systems = retarded systems

(ج) ارزیابی کردن خروجی یک الگوریتم کنترل دیجیتال،

(د) آنالیز یک ترکیب شیمیایی،

(ه) ... [۱۵].

مدل سازی ریاضی یک سیستم تاخیر زمانی منجر به تشکیل معادلات دیفرانسیل تاخیری [11] خواهد شد. یک کلاس کاربردی از این معادلات، معادلات دیفرانسیل انتگرالی [12] ، اولین بار توسط ولترا[13] مطالعه و بررسی شد [۱٦، ۱۷] که یک نظریه برای آن‌ها به‌دست آورد و پدیده‌های تاخیر زمانی را به روش جدیدی تفسیر کرد. پژوهشگرانی مانند تونلی[14] [۱۸] و ایبید [15] [۱۹] سهم معنی‌داری در توسعه نظریه کلی معادلات دیفرانسیل تابعی از نوع ولترا داشته‌اند. نوع دیگری از معادلات دیفرانسیل-تاخیری، معادلات دیفرانسیل-تفاضلی [16] هستند. بیشترین پیشرفت‌های اولیه در این بخش توسط بلمن[17] و همکاران [۲۰، ۲۱]، السگولت [18] [۲۲]، هان [19] [۲۳]، هالانای [20] [۲٤]، کراسوفسکی [۹]، رایت [21] [۲٦، ۲۷] و زوبو [22] [۲۸] انجام شد. فرایندهای کنترلی با تاخیر زمان نخستین بار توسط کالندر [23] و همکاران [۲۹] مطالعه و بررسی شدند. یک گزارش تاریخی از نظریه کنترل و ربط تاخیر زمان به آن در [۳۰] نیز آمده است. دو لیست خوب از محققان توسط وایز [24] [۳۲] و چوسکی [25] [۳۳] با توجه به ویژگی‌های ظاهری متفاوت سیستم‌های تاخیر زمانی تا سال ۱۹۵۹ فهرست شده

[11] delay-differential equations
[12] integri-differential equations
[13] Volterra
[14] Tonelli
[15] ibid
[16] differential-difference equations
[17] Bellman
[18] Elsgolts
[19] Hahn
[20] Halanay
[21] Wrigth
[22] Zubov
[23] Callender
[24] Weiss
[25] Chosky

است. از آن به بعد تاکنون تعداد زیادی مقاله در نشریات مختلف توسط پژوهشگران در زمینه تاخیر زمانی به چاپ رسیده است.

تعداد قابل توجهی از پژوهشگران ویژگی‌های دیگری از سیستم‌های تاخیر زمانی را مورد توجه قرار داده‌اند، نتایج این پژوهش‌ها در نشریات مختلف صنعتی پراکنده است. در تعدادی از کتاب‌ها (مانند: [۲٤] ، [۳٤] و [۳۵]) درباره سیستم‌های تاخیر زمانی فقط از نقطه نظر ریاضی بحث شده است و به کاربردهای چنین سیستم‌هایی نپرداخته‌اند. تعدادی از کتابها (مانند: [۳٦]) به کاربردهای سیستم‌های تاخیر زمانی پرداخته‌اند. همچنین نقطه ضعف دیگر (در بعضی کتاب‌ها مانند: [۳۷]) تحلیل سیستم‌های تاخیر زمانی با توجه به دامنه فراوانی آن‌هاست. در این میان در کتاب [۳۸] به آنالیز، بهینه‌سازی و کاربرد سیستم‌های تاخیر زمانی پرداخته شده است که کتاب کاملی در این زمینه تاکنون می‌باشد.

از این به بعد منظور از کلمه سیستم نمایش ریاضی یک سیستم فیزیکی است. در ادامه به بررسی انواع سیستم‌ها می‌پردازیم و تقسیم‌بندی سیستم‌ها را بر اساس نوع معادلاتی که برای نمایش آنها به کار می‌رود به صورت زیر انجام می‌دهیم:

۱-۱ انواع سیستم‌ها

۱-۱-۱ سیستم‌های پارامتری-فشرده و پارامتر-توزیعی

سیستم‌های پارامتر-توزیعی [۲٦] سیستم‌هایی هستند که آن‌ها را می‌توان با معادلات دیفرانسیل معمولی توصیف کرد. در مقابل سیستم‌های پارامتری-فشرده [۲۷] آن‌هایی هستند که با معادلات دیفرانسیل جزئی توصیف می‌شوند.

[۲٦] Lumped-Parameter Systems

[۲۷] Distributed-Parameter Systems

۱-۱-۲ سیستم‌های احتمالی و غیر احتمالی

در سیستم‌های غیر احتمالی [۲۸] تمامی پارامترها قطعی هستند. ولی در سیستم‌های احتمالی [۲۹] یکی یا تعدادی از پارامترها احتمالی هستند یعنی به صورت تصادفی انتخاب می‌شوند.

۱-۱-۳ سیستم‌های زمان-پیوسته، زمان-گسسته و ترکیبی

در سیستم‌های زمان پیوسته [۳۰] پارامترهای وابسته به زمان در یک بازه پیوسته شامل زمان ابتدایی تا بی‌نهایت تعریف می‌شوند. سیستم‌های زمان گسسته [۳۱] با کمک معادلات تفاضلی توصیف می‌شوند. سیستم‌های ترکیبی [۳۲] متغیرهایی از هر دو حالت را دارند.

۱-۱-٤ سیستم‌های خطی و غیرخطی

سیستم‌های خطی با معادلات تفاضلی و یا معادلات دیفرانسیل خطی توصیف می‌شوند. و هر سیستمی که خطی نباشد غیرخطی [۳۳] خواهد بود.

۱-۱-۵ سیستم‌های زمان-ثابت و زمان-متغیر

در سیستم‌های زمان-ثابت [۳٤] یا پایدار همه پارامترهای آن نسبت به زمان ثابت‌اند، چنین سیستم‌هایی با معادلات تفاضلی یا معادلات دیفرانسیل ضریب ثابت [۳۵] توصیف می‌شوند. و اگر یک یا چند متغیر از سیستم به زمان وابسته باشد سیستم زمان-وابسته [۳٦] یا ناپایدار نامیده می‌شود.

---

[۲۸] Deterministic Systems

[۲۹] Stochastic Systems

[۳۰] Continuous-Time Systems

[۳۱] Descrete-Time Systems

[۳۲] Hybrid Systems

[۳۳] NonLinear Systems

[۳٤] Time-Invariant Systems

[۳۵] constant coefficient differential or difference equations

[۳٦] Time-Varying Systems

در ادامه به مفاهیم و تعاریفی که برای یادآوری تئوری اندازه لازم است می‌پردازیم.

۱-۲ مفاهیم مقدماتی توپولوژی

تعریف ۱-۲. فرض کنید S یک گردایه ناتهی از زیر مجموعه‌های مجموعه ناتهی X باشد. S یک جبر مجموعه‌ها نامیده می‌شود اگر دارای خواص زیر باشد:

اولاً: اگر $A, B \in S$ آنگاه $A \cap B \in S$.

ثانیاً: اگر $A \in S$ آنگاه $A^c \in S$.

تعریف ۱-۳. اگر S یک جبر مجموعه‌ها باشد، آنگاه S یک σ-جبر نامیده می‌شود اگر اجتماع هر گردایه شمارش پذیر از اعضای S نیز در S باشد.

تعریف ۱-٤. اگر S یک σ-جبر روی X باشد، (X, S) را یک فضای اندازه‌پذیر می‌نامند.

تعریف ۱-۵. فرض کنید X یک مجموعه‌ی ناتهی باشد گردایه τ از زیر مجموعه‌های X را یک توپولوژی روی X می‌نامیم هر گاه در شرایط زیر صدق کند:

الف) $X, \emptyset \in \tau$،

ب) اگر $V_i \in \tau$ برای $i = ۱, \ldots, n$، آنگاه $\bigcap_{i=۱}^{n} V_i \in \tau$،

ج) اگر $\{V_i : i \in I\}$ خانواده‌ای از اعضای τ باشد، آنگاه $\bigcup_{i \in I} V_i \in \tau$،

در این صورت (X, τ) را یک فضای توپولوژی می‌نامیم.

تعریف ۱-٦. اعضای σ-جبر تولید شده توسط مجموعه‌های باز از یک فضای توپولوژی را مجموعه بورل گویند.

تعریف ۱-۷. اگر (X, τ) یک فضای توپولوژی باشد آنگاه هر عضو از τ را یک مجموعه باز گویند و مجموعه $A \subseteq X$ را بسته گویند هر گاه A^c باز باشد.