

دانشگاه سمنان

دانشکده علوم پایه

« گروه فیزیک »

پایان نامه کارشناسی ارشد فیزیک

عنوان

مطالعه پراکندگی ناکشسان عمیق در فرآیند پراش

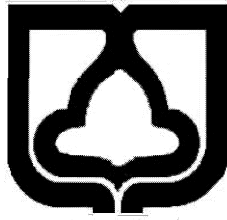
نگارش

فاطمه اربابی فر

استاد راهنما

دکتر علی خرمیان

شهریور ۱۳۸۸



دانشگاه سمنان

دانشگاه سمنان

دانشکده علوم پایه

گروه فیزیک

پایان نامه کارشناسی ارشد فیزیک

تحت عنوان

مطالعه پراکندگی ناکشسان عمیق در فرآیند پراش

ارائه شده توسط

فاطمه اربابی فر

در تاریخ ۲۶ شهریور ماه ۱۳۸۸ توسط کمیته تخصصی زیر مورد بررسی و تصویب نهایی قرار گرفت

دکتر علی خرمیان
دکتر مهرداد قمی نژاد
دکتر ابوالفضل میرجلیلی

۱- استاد راهنما
۲- داور داخلی
۳- داور خارجی

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

قدردانی

در این جا لازم است از کلیه ی افرادی که مرا در انجام این پروژه کمک نموده اند، خصوصاً استاد گرامی آقای «دکتر خرمیان» که در تمام مراحل انجام این پروژه با مساعدت ها و راهنمایی های بی دریغ خود مرا یاری کردند، تشکر کنم.

تقدیم به :

پدر و مادر مهربانم

و

همسرم که صمیمانه در این راه یاریم نمود

مطالعه پراکندگی ناکشسان عمیق در فرآیند پراش

چکیده

در این پایان نامه به بررسی فیزیک فرآیند پراش در پراکندگی ناکشسان ژرف خواهیم پرداخت. ابتدا عوامل مؤثر در شناخت این پدیده را از دیدگاه جنبشی شناسی و تئوری رز بررسی کرده و سپس به معرفی پراش نرم و پراش سخت می‌پردازیم. در خاتمه اشاره‌ای به توابع توزیع پارتون پراشیده کرده و نحوه محاسبه آن را مختصراً از نظر می‌گذرانیم.

واژه‌های کلیدی: پراکندگی ناکشسان ژرف، تئوری رز، پومرون، پراش سخت، تابع توزیع پارتون پراشیده

فهرست مندرجات

۶	۱ پراکندگی ناکشسان ژرف
۶	۱-۱ جنبش شناسی
۱۰	۲-۱ مدل پارتونی
۱۵	۳-۱ آزمایشات تجربی بر روی DIS
۱۷	۴-۱ DIS در x کوچک
۱۸	۲ جنبش شناسی فرآیند پراش
۱۸	۱-۲ فرآیندهای عمومی پراکندگی
۲۰	۲-۲ فرآیندهای دو-جسم
۲۰	۱-۲-۲ متغیرهای مندلستم
۲۱	۲-۲-۲ دستگاه مرکز-جرم
۲۴	۳-۲-۲ دستگاه آزمایشگاه
۲۵	۴-۲-۲ نواحی فیزیکی کانال های s ، t و u
۲۶	۳-۲ فرآیندهای فراگیر-واحد
۲۷	۴-۲ متغیر x فاینمن

- ۳۰ ۵-۲ تندی و گاف‌های تندی
- ۳۲ ۶-۲ جنبش‌شناسی گسستگی پراش

۳ تئوری ریژ

- ۳۴ ۱-۳ ایده قطب ریژ
- ۳۶ ۲-۳ همگرایی در بسط پاره موج
- ۳۸ ۳-۳ بررسی قطب‌های ریژ در مکانیک کوانتومی و فیزیک نسبیتی
- ۴۲ ۴-۳ مسیرهای ریژ
- ۴۶ ۵-۳ پومرون و اودرون

۴ بررسی پراش نرم

- ۵۰ ۱-۴ سطح مقطع کل
- ۵۳ ۲-۴ سطح مقطع کشسان
- ۵۵ ۳-۴ گسستگی پراش
- ۵۷ ۴-۴ پدیده شناسی پومرون
- ۵۷ ۱-۴-۴ یافته‌های گذشته
- ۵۸ ۲-۴-۴ پومرون در QCD

۵ بررسی پراش سخت

- ۶۱ ۱-۵ مدل‌هایی برای پراش

۶۲ جنبش شناسی ۲-۵
۶۵ فاکتورشار پومرون ۳-۵
۶۶ ساختار پارتونی پومرون ۴-۵
۶۸ تحلیل QCD تابع ساختار پراشیده ۵-۵
۶۸ ۱-۵-۵ برازش رژ و یافتن عرض از مبدأ
۶۹ ۲-۵-۵ توابع توزیع پراشیده
۷۰ ۳-۵-۵ عملیات برازش

۷۳ A واژه‌نامه فارسی به انگلیسی

۷۸ B واژه‌نامه انگلیسی به فارسی

لیست اشکال

- ۱-۱ پراکندگی ناکشسان ژرف. ۷
- ۲-۱ دیاگرام تانسور هادرونی $W^{\mu\nu}$ ۱۱
- ۳-۱ توزیع‌های گلوئون و کوارک یکتا که از ZEUS استخراج شده است. ۱۶
- ۱-۲ الف) پراکندگی انحصاری دو جسم $۳ + ۴ \rightarrow ۱ + ۲$ ، ب) پراکندگی فراگیر
ذره-واحد $۳ + X \rightarrow ۱ + ۲$ ۱۹
- ۲-۲ الف) دستگاه مرکز جرم، ب) دستگاه آزمایشگاه. ۲۲
- ۳-۲ الف) ذره ۳ به عنوان پاره‌ای از ذره ۱ تولید شده است، ب) ذره ۳ به عنوان
پاره‌ای از ذره ۲ تولید شده است، ج) ناحیه مرکزی $x_F \simeq 0$ ۲۹
- ۱-۳ مسیرهای مزونی پیشرو، ρ ، f_2 ، a_2 ، ω و ۴۴
- ۲-۳ تبادل رزئون. ۴۶
- ۳-۳ مسیر پومرون با یک کاندیدای گلوئوبال. ۴۷
- ۱-۴ اختلاف $\Delta\sigma_{tot}$ بر حسب انرژی. ۵۴

- ۲-۴ الف) پراکندگی کشسان در مدل Landshoff-polkinghorne، ب) فرآیند
 اساسی: پراکندگی کوارک-کوارک به واسطهٔ پومرون. ۵۸
- ۱-۵ پراکندگی ناکشسان ژرف پراشیده. ۶۳
- ۲-۵ دیاگرام رژئون سه گانه. ۶۵
- ۳-۵ ساختار پارتونی پومرون. ۶۷
- ۴-۵ توزیع گلوئون و کوارک منفرد برای برازش A و B گروه H1. ۷۲

فصل ۱

پراکندگی ناکشسان ژرف

پراکندگی ناکشسان ژرف DIS^۱ یک مدل اولیه برای فرآیندهای هادرونی سخت است و یک آزمایش مهم و بسیار موفق برای QCD^۲ اختلالی و همچنین یک روش مستقیم برای کشف ساختار داخلی هادرون به شمار می رود. در این بخش ما به جنبه هایی از این فرآیند می پردازیم که به موضوع اصلی ما، یعنی فرآیند پراش، مرتبط است بنابراین روی پراکندگی ناکشسان ژرف در x کوچک متمرکز می شویم و پدیده های مرتبط با پراش را بررسی می کنیم.

۱-۱ جنبش شناسی

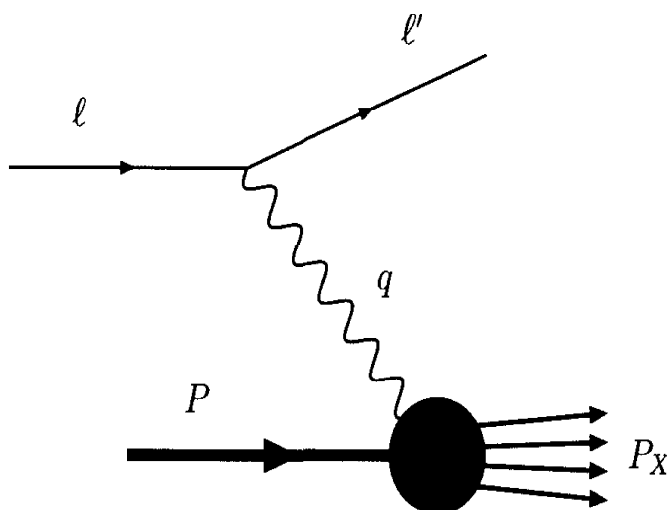
پراکندگی ناکشسان ژرف پراکندگی یک لپتون باردار یا خنثی از یک هادرون است (شکل ۱-۱) که در آن انتقال تکانه بالاست و انرژی و زاویه پراکندگی لپتون خروجی اندازه گیری می شود

$$l(l) + N(P) \rightarrow l'(l') + X(P_X) \quad (1-1)$$

در اینجا X یک سیستم هادرونی کشف نشده است و چهاربردارهای تکانه داخل پراش نوشته شده است.

^۱ Deep Inelastic Scattering

^۲ Quantum Chromo Dynamics



شکل ۱-۱: پراکندگی ناکشسان ژرف.

واکنش بالا با سه متغیر جنبشی توصیف می‌شود، یکی از آنها (انرژی لپتون ورودی E یا مجذور انرژی مرکز جرم $s = (l + p)^2$) با شرایط آزمایشگاهی ثابت نگه داشته می‌شود و دو تای دیگر متغیرهای وابسته ای هستند که معمولاً از میان متغیرهای زیرانتخاب می‌شوند [۱]

$$q^2 = -Q^2 = (l - l')^2 \quad (2 - 1)$$

$$W^2 = (P + q)^2 \quad (3 - 1)$$

$$\nu = \frac{P \cdot q}{m_N} = \frac{W^2 + Q^2 - m_N^2}{2m_N} \quad (4 - 1)$$

$$x = \frac{Q^2}{2P \cdot q} = \frac{Q^2}{2m_N \nu} = \frac{Q^2}{Q^2 + W^2 - m_N^2} \quad (\text{Bjorken's } x) \quad (5 - 1)$$

$$y = \frac{P \cdot q}{P \cdot l} = \frac{W^2 + Q^2 - m_N^2}{s - m_N^2} \quad (6 - 1)$$

در چارچوب هدف ساکن، ν انرژی منتقل شده است: $\nu = E - E'$ (توجه داشته باشید که E و E' انرژی لپتون اولیه و انرژی لپتون نهایی است) و y (گاهی اوقات ناکشسانی نامیده می‌شود) کسری از انرژی لپتون فرودی است که توسط فوتون حمل می‌شود، $y = \frac{\nu}{E}$. یک رابطه مفید که x ، y و Q^2 را به هم مربوط می‌کند بدین صورت است

$$xy = \frac{Q^2}{s - m_N^2} \sim \frac{Q^2}{s} \quad (۷ - ۱)$$

از آنجاییکه $W^2 \geq m_N^2$ است (W^2 مربع جرم ناوردای سیستم هادرونی X است) متغیر x بیورکن (و همچنین y) مقادیر بین ۰ تا ۱ را می‌گیرد. اگر m_{NV} و Q^2 هر دو، خیلی بزرگتر از m_N^2 باشند و x ثابت و محدود باشد، آنگاه می‌توان گفت که در ناحیه ناکشسان ژرف قرار داریم و در این ناحیه به راحتی می‌توان از جرم نوکلئون صرف نظر کرد. سطح مقطع برای چنین فرآیندی به این صورت است [۲]

$$d\sigma = \frac{1}{4(l.P)} \frac{1}{2} \sum_{s_1, s'_1} \frac{1}{2} \sum_S \sum_X \int \frac{dP_X}{(2\pi)^3 2P_X^0} (2\pi)^4 \times \delta^4(P + l - P_X - l') |M|^2 \frac{d^3 l'}{(2\pi)^3 2E'} \quad (۸ - ۱)$$

از آنجاییکه ما DIS غیر قطبیده را در نظر گرفتیم، در معادله (۸-۱) روی اسپین لپتون اولیه و اسپین نوکلئون میانگین گرفتیم و روی اسپین لپتون نهایی جمع زدیم. دامنه مربعی در (۸-۱) بدین صورت است

$$|M|^2 = \frac{e^4}{q^4} [\bar{u}_\nu(l', s'_1) \gamma_\mu u_l(l, s_1)]^* [\bar{u}_\nu(l', s'_1) \gamma_\nu u_l(l, s_1)] \times \langle X | J^\mu(\circ) | P, S \rangle^* \langle X | J^\nu(\circ) | P, S \rangle \quad (۹ - ۱)$$

که در اینجا $u_l(l, s_l)$ و $\bar{u}_\nu(l', s'_1)$ به ترتیب اسپینور الکترون ورودی و خروجی هستند و خط دوم رابطه، فرآیند $X \rightarrow \gamma + p$ را توصیف می‌کند.

حال تانسور هادرونی $W^{\mu\nu}$ را به این صورت تعریف می‌کنیم

$$W^{\mu\nu} = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{2} \sum_S \sum_X \int \frac{d^3 P_X}{(2\pi)^3 2P_X^0} (2\pi)^4 \delta^4(P + q - P_X) \times \langle P, S | J^\mu(\circ) | X \rangle \langle X | J^\nu(\circ) | P, S \rangle$$

$$= \frac{1}{4\pi} \int d^4z e^{iq \cdot z} \langle N | J^\mu(z) J^\nu(0) | N \rangle \quad (10-1)$$

که در اینجا میانگین اسپین در حالت نوکلئون $|N\rangle$ قرار گرفته است. تانسور لپتونی $L_{\mu\nu}$ نیز اینگونه نمایش داده می‌شود

$$\begin{aligned} L_{\mu\nu} &= \frac{1}{4} \sum_{s_l, s'_l} [\bar{u}_l(l', s'_l) \gamma_\mu u_l(l, s_l)]^* [\bar{u}_l(l', s'_l) \gamma_\nu u_l(l, s_l)] \\ &= \frac{1}{4} \text{Tr}[\ell \gamma_\mu \ell' \gamma_\nu] \\ &= 2(l_\mu l'_\nu + l_\nu l'_\mu - g_{\mu\nu} l \cdot l'). \end{aligned} \quad (11-1)$$

اگر رابطه (۹-۱) را در (۸-۱) جایگذاری کنیم و از روابط (۱۰-۱) و (۱۱-۱) نیز استفاده کنیم، سطح مقطع دیفرانسیلی در چارچوب مرجع هدف ساکن، که در آن $(l \cdot P) = m_N E$ برقرار است، به این صورت نوشته می‌شود ($\Omega = (\nu, \phi)$) زاویه‌ای است که راستای لپتون خروجی را مشخص می‌کند.

$$\frac{d\sigma}{dE' d\Omega} = \frac{\alpha_{em}^2}{4 m_N Q^4} \frac{E}{E'} L_{\mu\nu} W^{\mu\nu} \quad (12-1)$$

تانسور هادرونی $W_{\mu\nu}$ به این صورت می‌تواند پارامتری شود

$$\begin{aligned} \frac{1}{4 m_N} W_{\mu\nu} &= (-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2}) W_1(P, q, q^2) \\ &+ \frac{1}{m_N} [(p_\mu - \frac{P \cdot q}{q^2} q_\mu)(p_\nu - \frac{P \cdot q}{q^2} q_\nu)] W_2(P, q, q^2) \end{aligned} \quad (13-1)$$

بنابراین سطح مقطع DIS غیرقطبیده را بر حسب دو تابع ساختار W_1 و W_2 می‌توان اینگونه نوشت

$$\frac{d\sigma}{dE' d\Omega} = \frac{4\alpha_{em}^2 E'^2}{Q^4} [2W_1 \sin^2 \frac{\nu}{2} + W_2 \cos^2 \frac{\nu}{2}] \quad (14-1)$$

همانطور که دیده می‌شود سطح مقطع DIS غیرقطبی به زاویه پراکندگی ν بستگی دارد، نه به زاویه سمتی ϕ که بتوان روی آن انتگرال گرفت. مرسوم است که توابع ساختار بدون بعد زیر را تعریف کنیم [۳]

$$F_1(x, Q^2) = m_N W_1(\nu, Q^2)$$

$$F_{\nu}(x, Q^{\nu}) = \nu W_{\nu}(\nu, Q^{\nu}) \quad (15-1)$$

بیورکن (۱۹۶۹) ثابت کرد که در حدهای $x = \frac{Q^{\nu}}{\nu m_{N\nu}} = C$ و $\nu, Q^{\nu} \rightarrow \infty$ و F_{ν} و F_{λ} باید توزین شوند. این حد متغیرها به حد بیورکن معروف است.

تانسور هادرونی بر حسب F_{ν} و F_{λ} به این صورت نوشته می‌شود

$$W_{\mu\nu} = 2(-g_{\mu\nu} + \frac{q_{\mu}q_{\nu}}{q^2})F_{\lambda}(x, Q^{\nu})$$

$$+ \frac{2}{P \cdot q} [(p_{\mu} - \frac{P \cdot q}{q^2} q_{\mu})(p_{\nu} - \frac{P \cdot q}{q^2} q_{\nu})] F_{\nu}(x, Q^{\nu}) \quad (16-1)$$

و سطح مقطع DIS به صورت تابعی از x و y ، به این شکل است:

$$\frac{d\sigma}{dx dy} = \frac{4\pi\alpha_{em}^2 s}{Q^4} xy^{\nu} F_{\lambda}(x, Q^{\nu}) + (1 - y - \frac{xy m_N^2}{s}) F_{\nu}(x, Q^{\nu}) \quad (17-1)$$

در نهایت تابع ساختار طولی و انتقالی را تعریف می‌کنیم

$$F_T = 2xF_{\lambda} \quad (18-1)$$

$$F_L = F_{\nu} - 2xF_{\lambda} \quad (19-1)$$

توجه داشته باشید که $F_{\nu} = F_L + F_T$.

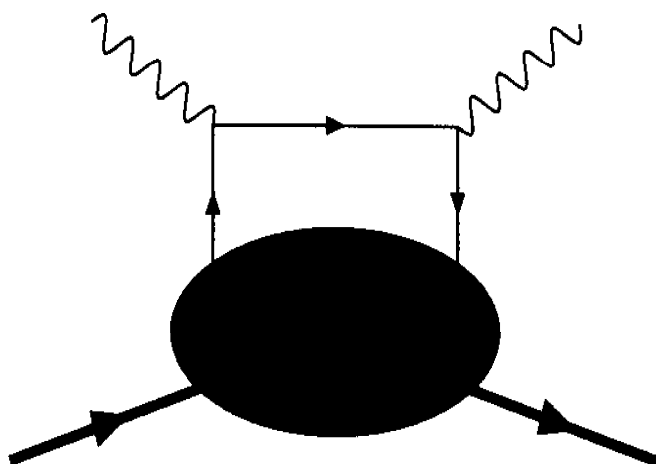
۲-۱ مدل پارتونی

اساس مدل پارتونی بر این فرض است که فوتون مجازی از محتویات درون نوکلئون، که به صورت ذرات آزاد رفتار می‌کنند، به صورت واگرا پراکنده می‌شود.

در این صورت تانسور هادرونی $W^{\mu\nu}$ به صورت دیاگرامی که در شکل ۲-۱ آمده است نشان

داده می‌شود [۴]

$$W^{\mu\nu} = \frac{1}{2\pi} \sum_a e_a^{\nu} \sum_X \int \frac{d^{\nu} P_X}{(2\pi)^{\nu} 2P_X^0} \int \frac{d^{\nu} k}{(2\pi)^{\nu}} \int \frac{d^{\nu} k}{(2\pi)^{\nu}} \delta(k^2)$$



شکل ۱-۲: دیاگرام تانسور هادرونی $W^{\mu\nu}$.

$$\times [\bar{u}(k)\gamma^\mu \phi(k, P)]^* [\bar{u}(k)\gamma^\mu \phi(k, \rho)]$$

$$\times (\sqrt{2\pi})^4 \delta^4(P - k - P_X) (\sqrt{2\pi})^4 \delta^4(k + q - \kappa) \quad (20 - 1)$$

که در این رابطه \sum_a جمع روی طعم کوارک ها و e_a بار کوارک است، همچنین تابع برداری کوارک - نوکلئون نیز معرفی شده است

$$\phi(k, P) = \langle X | \psi(\circ) | N \rangle \quad (21 - 1)$$

ماتریس همبستگی کوارک - کوارک $\phi(k, P)$ را اینگونه معرفی می کنیم

$$\phi(k, P) = \sum_X \int \frac{d^3 P_X}{(2\pi)^3 2P_X^0} (\sqrt{2\pi})^4 \delta^4(P - k - P_X) \phi(k, P) \bar{\phi}(k, P) \quad (22 - 1)$$

بنابراین تانسور هادرون را می توان به این صورت باز نویسی کرد

$$W^{\mu\nu} = \sum_a e_a^2 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \delta(k^2) (\sqrt{2\pi})^4 \delta^4(k + q - k) Tr[\Phi \gamma^\mu k \gamma^\nu]$$

$$= \sum_a e_a^\gamma \int \frac{d^4 k}{2\pi^4} \delta((k+q)^\gamma) Tr[\Phi \gamma^\mu (k+q) \gamma^n] \quad (23-1)$$

با استفاده از تعریف ماتریس همبستگی در رابطه (۱-۲۱) و کامل بودن ویژه حالت های $|X\rangle$ ، می توان ماتریس همبستگی Φ را با رابطه زیر بطور شفاف تر باز نویسی کرد

$$\Phi_{ij}(k, P) = \int d^4 \xi e^{ik \cdot \xi} \langle N | \bar{\psi}_j(\circ) \psi_i(\xi) | N \rangle \quad (24-1)$$

حال دو شبه بردار p^μ و n^μ را معرفی می کنیم بطوری که این شرایط را برآورده کنند: $p^- = n^+ = 0$ ، $p \cdot n = 1$ ، $p^\gamma = n^\gamma = 0$ می تواند بدین صورت نوشته شود

$$A^\mu = \alpha p^\mu + \beta n^\mu + A_+^\mu = (A \cdot n) p^\mu + (A \cdot p) n^\mu + A_+^\mu \quad (25-1)$$

که در اینجا $A_+^\mu = (0, A_+, 0)$ در صفحه ای قرار دارد که بر $\gamma^* N$ (محور z) عمود است. تکانه نوکلئون، P ، را می توان بر حسب n و p تجزیه کرد

$$P^\mu = p^\mu + \frac{m_N^\gamma}{2} n^\mu \quad (26-1)$$

که اگر از جرم نوکلئون صرف نظر شود (این حالت در حدود پراکندگی ناکشسان ژرف برقرار است) تکانه نوکلئون با p برابر است

$$P^\mu = p^\mu \quad (27-1)$$

تکانه فوتون مجازی نیز به این صورت نوشته می شود

$$q^\mu \sim (P \cdot q) n^\mu - x p^\mu \quad (28-1)$$

و در نهایت شبه بردار تکانه کوراک بدین صورت تجزیه می شود

$$k^\mu = \alpha p^\mu + \frac{k_\pm^\gamma + k_\pm^\gamma}{2\alpha} n^\mu + k_+^\mu \quad (29-1)$$

در مدل پارتونی k_\pm^γ و k_\pm^γ کوچک در نظر گرفته می شوند، بنابراین می توان k^μ را به این صورت تقریب زد

$$k^\mu \sim \alpha p^\mu \quad (30-1)$$

کوآرک خارج شده در رابطه (۱-۲۹) ایجاب می کند که

$$\delta((k+q)^2) \sim \delta(-Q^2 + 2\alpha P \cdot q) = \frac{1}{2P \cdot q} \delta(\alpha - x) \quad (31-1)$$

بنابراین:

$$k^\mu \sim xP^\mu \quad (32-1)$$

و متغیر x بیورکن کسری از تکانه طولی پروتون است که توسط کوآرک ضربه خورده حمل می شود

$$x = \frac{k^+}{P^+} \quad (33-1)$$

حال به تانسور هادرونی بازمی گردیم، اتحاد

$$\gamma^\mu \gamma^\rho \gamma^\nu = (g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma} + g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho} - g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma}) \gamma_\sigma - ie^{\mu\rho\nu\sigma} \gamma_\sigma \gamma_5 \quad (34-1)$$

که در مرجع [۴] آمده است، اجازه می دهد که تانسور $W^{\mu\nu}$ به دو قسمت متقارن (S) و پادمقارن (A) تحت تبدیل $\mu \Leftrightarrow \nu$ شکسته شود که تنها $W_{\mu\nu}^{(S)}$ در پراکندگی ناکشسان ژرف غیرقطبیده شرکت می کند. از آنجاییکه در این مورد تانسور لیتونی متقارن است، بنابراین $W_{\mu\nu}^{(S)}$ به این صورت نوشته می شود

$$\begin{aligned} W_{\mu\nu}^{(S)} &= \frac{1}{2(P \cdot q)} \sum_a e_a^2 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \delta(x - \frac{k^+}{P^+}) \\ &\times [(k_\mu + q_\mu) Tr(\Phi \gamma_\nu) + (k_\nu + q_\nu) Tr(\Phi \gamma_\mu) \\ &- g_{\mu\nu} (k^r + q^r) Tr(\Phi \gamma_r)] \end{aligned} \quad (35-1)$$

از رابطه (۱-۲۸) و (۱-۳۲) داریم: $k_\mu + q_\mu \sim (P \cdot q) n_\mu$ ، بنابراین رابطه (۱-۳۵) به این صورت درمی آید

$$\begin{aligned} W_{\mu\nu}^{(S)} &= \frac{1}{2(P \cdot q)} \sum_a e_a^2 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \delta(x - \frac{k^+}{P^+}) \\ &\times [n_\mu Tr(\Phi \gamma_\nu) + n_\nu Tr(\Phi \gamma_\mu) - g_{\mu\nu} n^\rho Tr(\Phi \gamma_\rho)] \end{aligned} \quad (36-1)$$

در اینجا مناسب است که نماد جدید $\langle \Gamma \rangle$ را به صورت زیر معرفی کنیم [۴]

$$\begin{aligned} \langle \Gamma \rangle &= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \delta(x - \frac{k^+}{P^+}) Tr(\Gamma \Phi) \\ &= P^+ \int \frac{d\xi^-}{2\pi} e^{ixP^+\xi^-} \langle N | \bar{\psi}(\circ) \Gamma \psi(\circ, \xi^-, o_+) | N \rangle \\ &= \int \frac{d\tau}{2\pi} e^{i\tau x} \langle N | \bar{\psi}(\circ) \Gamma \psi(\tau n) | N \rangle \end{aligned} \quad (37-1)$$

قابل ذکر است که $\langle \Gamma \rangle$ تابعی از متغیر x بیورکن می‌باشد، بنابراین $W_{\mu\nu}^{(s)}$ را به این صورت می‌توان نوشت

$$W_{\mu\nu}^{(s)} = \sum_u \frac{e_a^\gamma}{\gamma} [n_\mu \langle \gamma_\nu \rangle + n_\nu \langle \gamma_\mu \rangle - g_{\mu\nu} n^\rho \langle \gamma_\rho \rangle] \quad (38-1)$$

حال باید $\langle \gamma^\mu \rangle$ که یک کمیت بردار است، عامل بندی شود (یادآوری: در مرتبه محاسبات ما $n^\mu = O(\frac{1}{P^+})$ ، $p^\mu = P^\mu$ و $k^\mu \sim xP^\mu$ است).

$$\begin{aligned} \langle \gamma^\mu \rangle &= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \delta(x - \frac{k^+}{P^+}) Tr(\gamma^\mu \Phi) \\ &= \int \frac{d\tau}{2\pi} e^{i\tau x} \langle N | \bar{\psi}(\circ) \gamma^\mu \psi(\tau n) | N \rangle \\ &= 2 f_q(x) P_\mu \end{aligned} \quad (39-1)$$

که در اینجا f_q چگالی تعداد کوارکهاست، ضرب (۳۹-۱) در n_μ فرم صریحی از $f_q(x)$ را می‌دهد.

$$f_q(x) = \int \frac{d\xi^-}{4\pi} e^{ixP^+\xi^-} \langle N | \bar{\psi}(\circ) \gamma^+ \psi(\circ, \xi^-, o_\perp) | N \rangle \quad (40-1)$$

که در اینجا $\gamma^+ = (\gamma^0 + \gamma^3)/\sqrt{2}$ است. با قرار دادن (۳۹-۱) در (۳۸-۱) این رابطه برای تانسور هادرونی به دست می‌آید (یادآوری $P.n = 1$)

$$W_{\mu\nu}^{(S)} = \sum_a (n_\mu p_\nu + n_\nu p_\mu - g_{\mu\nu}) f_q(x) \quad (41-1)$$

تابع ساختار F_1 و F_2 می‌تواند به وسیله دو پروژکتور \wp_1 و \wp_2 از $W^{\mu\nu}$ خارج شود [۵] (از جملات مرتبه $\frac{1}{Q^2}$ صرف نظر شده است).

$$F_1 = \wp_1^{\mu\nu} W_{\mu\nu} = \frac{1}{4} (\frac{4x^2}{Q^2} P_\mu P_\nu - g^{\mu\nu}) W_{\mu\nu} \quad (42-1)$$