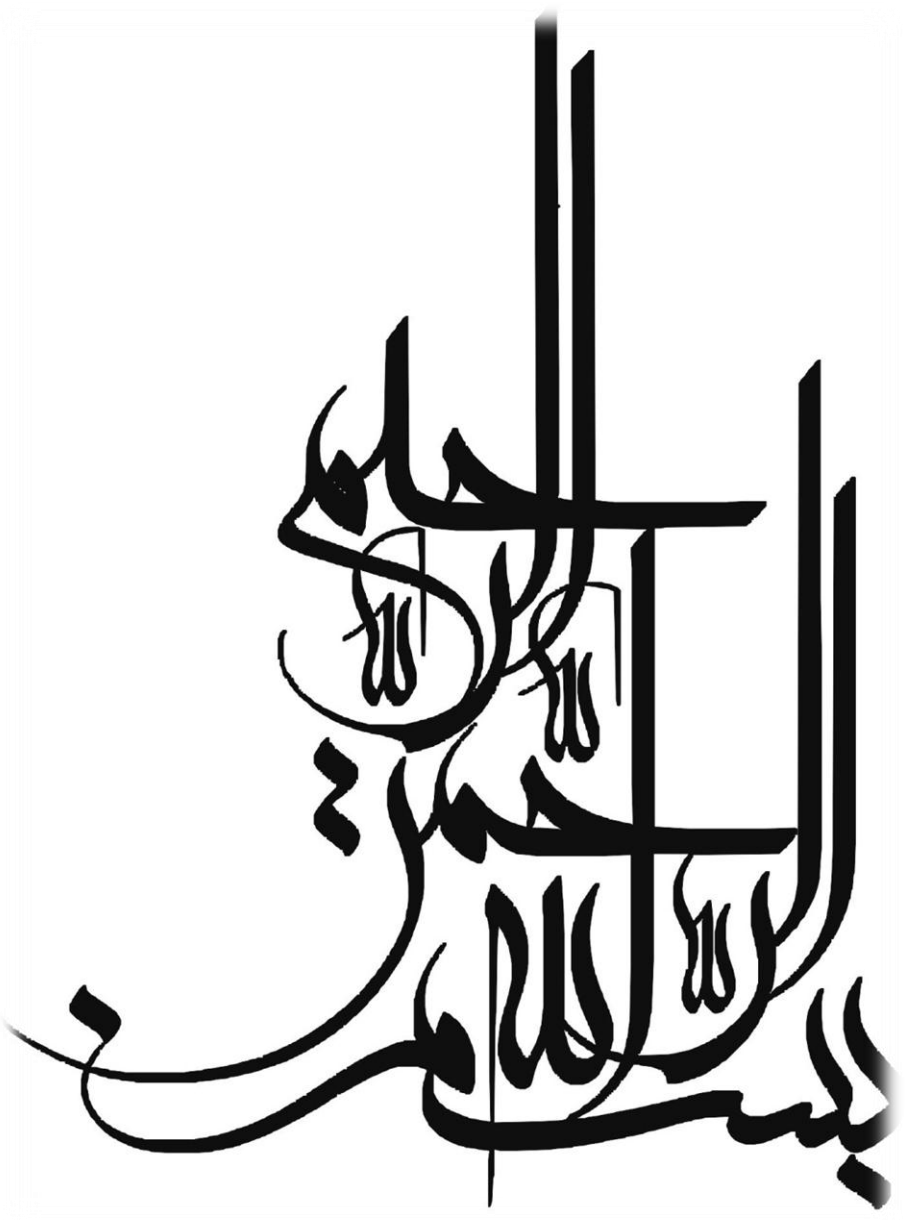

دانشکده‌ی علوم پایه

گروه آموزشی فیزیک

پایان‌نامه برای دریافت درجه‌ی کارشناسی ارشد

در رشته‌ی فیزیک **گرایش** هسته ای

عنوان:

محاسبه‌ی آهنگ تولید هسته‌ی دوترون حاصل از برخورد پروتون – نوترون در مهبانگ

استاد راهنما:

دکتر فرهاد ذوالفقارپور

پژوهشگر:

محمد کرمی

تابستان ۱۳۹۳

تعهدنامه‌ی اصالت اثر و رعایت حقوق دانشگاه

تمامی حقوق مادّی و معنوی مترتب بر نتایج، ابتکارات، اختراعات و نوآوری‌هایِ ناشی از انجام این پژوهش، متعلق به **دانشگاه محقق اردبیلی** می‌باشد. نقل مطلب از این اثر، با رعایت مقرّرات مربوطه و با ذکر نام دانشگاه محقق اردبیلی، نام استاد راهنما و دانشجو بلامانع است.

اینجانب محمد کرمی دانش‌آموخته‌ی مقطع کارشناسی ارشد رشته‌ی فیزیک گرایش هسته ای دانشکده‌ی فیزیک دانشگاه محقق اردبیلی به شماره‌ی دانشجویی ۹۱۲۲۳۷۳۱۰۴ که در تاریخ ۱۳۹۳/۶/۸ از پایان‌نامه‌ی تحصیلی خود تحت عنوان **محاسبه‌ی آهنگ تولید هسته‌ی دوترون حاصل از برخورد پروتون – نوترون در مهبانگ** دفاع نموده‌ام، متعهد می‌شوم که:

۱) این پایان‌نامه را قبلاً برای دریافت هیچ‌گونه مدرک تحصیلی یا به عنوان هرگونه فعالیت پژوهشی در سایر دانشگاه‌ها و مؤسسات آموزشی و پژوهشی داخل و خارج از کشور ارائه ننموده‌ام.
۲) مسئولیت صحّت و سقم تمامی مندرجات پایان‌نامه‌ی تحصیلی خود را بر عهده می‌گیرم.
۳) این پایان‌نامه، حاصل پژوهش انجام شده توسط اینجانب می‌باشد.
۴) در مواردی که از دستاوردهای علمی و پژوهشی دیگران استفاده نموده‌ام، مطابق ضوابط و مقرّرات مربوطه و با رعایت اصل امانتداری علمی، نام منبع مورد استفاده و سایر مشخصات آن را در متن و فهرست منابع و مآخذ ذکر نموده‌ام.
۵) چنانچه بعد از فراغت از تحصیل، قصد استفاده یا هر گونه بهره‌برداری اعم از نشر کتاب، ثبت اختراع و ... از این پایان‌نامه را داشته باشم، از حوزه‌ی معاونت پژوهشی و فنّاوری دانشگاه محقق اردبیلی، مجوزهای لازم را اخذ نمایم.
۶) در صورت ارائه‌ی مقاله‌ی مستخرج از این پایان‌نامه در همایش‌ها، کنفرانس‌ها، سمینارها، گردهمایی‌ها و انواع مجلات، نام دانشگاه محقق اردبیلی را در کنار نام نویسندگان (دانشجو و اساتید راهنما و مشاور) ذکر نمایم.
۷) چنانچه در هر مقطع زمانی، خلاف موارد فوق ثابت شود، عواقب ناشی از آن (منجمله ابطال مدرک تحصیلی، طرح شکایت توسط دانشگاه و ...) را می‌پذیرم و دانشگاه محقق اردبیلی را مجاز می‌دانم با اینجانب مطابق ضوابط و مقرّرات مربوطه رفتار نماید.

نام ونام خانوادگی دانشجو: محمد کرمی

امضا

تاریخ

دانشکده‌ی علوم پایه

گروه آموزشی فیزیک

پایان‌نامه برای دریافت درجه‌ی کارشناسی ارشد

در رشته‌ی فیزیک گرایش هسته ای

عنوان:

محاسبه‌ی آهنگ تولید هسته‌ی دوترون حاصل از برخورد پروتون – نوترون در مهبانگ

پژوهشگر:

محمد کرمی

ارزیابی و تصویب شده‌ی کمیته‌ی داوران پایان‌نامه با درجه‌ی بسیار خوب

نام و نام خانوادگی	مرتبه‌ی علمی	سمت	امضاء
فرهاد ذوالفقاریور	استادیار	استاد راهنما و رییس کمیته‌ی داوران	
قادر نجارباشی	استادیار	داور	
داوود منظوری	استادیار	داور	

تابستان ۱۳۹۳

تقدیم به:

پدر و مادر فداکارم و استاد بسیار مهربانم و همه شهیدان وطن که در راه تکامل علم به بنده اظهار لطف نمودند.

سپاسگزاری:

سپاس فراوان از استاد ذوالفقار پور عزیز که در راه تکامل پایان نامه مرا با استعانت از خداوند متعال راهنمایی فرمودند و همچنین با تشکر از پدر و مادر و خواهر و برادر عزیزم و نیز همه اساتید مهربان و دوستان عزیزم که در این راه به من روحیه داده و کمک کردند.

نام خانوادگی دانشجو: کرمی	نام: محمد
عنوان پایان‌نامه: محاسبه‌ی آهنگ تولید هسته‌ی دوترون حاصل از برخورد پروتون – نوترون در مهبانگ	
استاد (اساتید) راهنما: دکتر فرهاد ذوالفقارپور استاد (اساتید) مشاور:	
مقطع تحصیلی: **کارشناسی ارشد**	رشته: فیزیک
گرایش: هسته ای	دانشگاه: **محقق اردبیلی**
دانشکده: علوم پایه	تاریخ دفاع: ۱۳۹۳/۶/۸ تعداد صفحات: ۸۱

چکیده:

هسته‌ی دوترون در برخورد نوترون به پروتون در واکنش $^{1}\mathrm{H}(\mathrm{n},\gamma)\mathrm{d}$ تولید شده و نرخ تولید وابسته به انرژی برخورد می‌باشد. با توجه به این که بعد از انفجار اولیه، پلاسمای هادرونی شامل نوترون‌ها و پروتون‌ها است، می‌توان با در نظر گرفتن نسبت فراوانی پروتون و نوترون، در صد فراوانی دوترون تولید شده را حساب نمود **و در** صورت همخوانی نتایج بدست آمده **با** نتایج تجربی، به مطالعه‌ی ماده‌ی باریونی در زمان اولیه پرداخت. در این پروژه با توجه به اینکه سطح مقطع پراکندگی پروتون - نوترون به صورت کامل اندازه گیری شده است، آن را در محاسبه‌ی متوسط کمیت $<\sigma v>$ که در آن σ سطح مقطع واکنش و v سرعت نسبی پروتون و نوترون در دستگاه مرکز جرم است، بکار خواهیم **برد**. در این متوسط گیری توزیع سرعت و انرژی ذرات را نیز وارد کرده و آن را در یک دمای خاص بدست می‌آوریم. از روی متوسط گیری کمیت فوق روی دما و در صورت مرتبط کردن آن به زمان با استفاده از روابط موجود در نسبیت عام می توان نرخ تولید در واحد زمان یا مقدار کل دوترون تولید شده را با متوسط گیری روی زمان بدست آورد. محاسبات لازم برای این کار را با برنامه‌نویسی فرترن انجام داده و نتایج حاصل را با داده های اندازه گیری شده-ی موجود، مقایسه می‌کنیم.

کلید واژه‌ها: نرخ واکنش – سطح مقطع - BBN - تولید دوترون - انفجار بزرگ - تشکیل هسته ها

فهرست مطالب

شماره و عنوان مطالب **صفحه**

فصل اول: انفجار بزرگ

۱-۱-مقدمه..... ۲

۱-۲-شکل گیری نظریه‌ی مهبانگ..... ۳

۱-۳-متریک رابرتسون-واکر..... ۵

۱-۴-پارامتر هابل و پارامتر کند شوندگی..... ۷

۱-۵-معادلات فریدمان..... ۱۰

۱-۶- مراحل تحول عالم..... ۱۴

۱-۷- کیهان‌شناسی مهبانگ داغ..... ۲۰

۱-۸-برهمکنش‌های ذره ای و هسته‌ای در کیهان اولیه..... ۲۳

فصل دوم: سنتز هسته ای و فرآیند تولید هسته‌ها در انفجار بزرگ و ستارگان

۲-۱-مقدمه..... ۳۱

۲-۲-نوکلئوسنتز اولیه‌ی عناصر سبک..... ۳۳

۲-۳-آغاز همجوشی هسته‌ها در ستارگان..... ۴۲

۲-۴-غول قرمز یا ابرغول..... ۴۴

۲-۵-سحابی سیاره‌ای یا ابر نواختر..... ۴۵

۲-۶- تشکیل هسته‌ها ($A<60$) در ستارگان..... ۵۴

۲-۷- تشکیل هسته‌ها ($A>60$) در ستارگان..... ۵۷

۲-۸-ستارگان با خطوط فلزی..... ۵۹

فصل سوم: اندازه‌گیری و تولید دوترون از واکنش **n+p** در آزمایشگاه

۳-۱-مقدمه..... ۶۳

۳-۲-سطح مقطع فرآیند جذب پرتوزا..... ۶۴

۳-۳-اندازه‌گیری‌های فراوانی نسبی دوترون در کیهان..... ۶۷

فصل چهارم: محاسبه‌ی آهنگ تولید هسته‌ی دوترون حاصل از برخورد پروتون – نوترون در مهبانگ و بحث و نتیجه‌گیری

۴-۱-مقدمه..... ۷۲
۴-۲- نرخ واکنش گرما هسته‌ای..... ۷۲
۴-۳- مقایسه‌ی فراوانی نظری وتجربی دوترون در کیهان..... ۷۷
۴-۴-نتیجه‌گیری..... ۷۸
فهرست منابع و مآخذ..... ۸۰

فهرست جدول‌ها

شماره و عنوان جدول **صفحه**

جدول ۳-۱: فراوانی نسبی مشاهده شده‌ی دوترون در اجرام کیهانی برحسب ppm.....۶۸

فهرست شکل‌ها

شماره و عنوان شکل **صفحه**

شکل ۱-۱: فاکتور مقیاس بر حسب زمان..... ۱۲

شکل ۱-۲: شکل بسط کیهانی بعد از مهبانگ..... ۱۸

شکل ۱-۳: ساختار کروی جهان متورم..... ۱۹

شکل ۱-۴: مراحل تحول عالم..... ۲۰

شکل ۱-۵: چگالی انرژی ماده ρ_M، تابش ρ_R و خلأ ρ_Λ (ثابت فرض شده)، بر حسب دمای $\boldsymbol{T}$..... ۲۲

شکل ۱-۶ : فرآیند تعادل ماده و پادماده..... ۲۷

شکل ۲-۱: تشکیل عناصر سبک از پروتون‌ها و نوترون‌های حاصل از مهبانگ..... ۳۳

شکل ۲-۲: تشکیل عناصر سبک در ستارگان و مهبانگ..... ۳۴

شکل ۲-۳: فراوانی عناصر سبک بر حسب دما در نسبت باریون به فوتون $\eta = 3 \times 10^{-10}$..... ۳۵

شکل ۲-۴: فراوانی کسری عناصر سبک بر حسب نسبت باریون به فوتون η..... ۳۷

شکل ۲-۵: زنجیره‌های pp و تشکیل هلیوم در ستارگان..... ۳۹

شکل ۲-۶: تکامل ستارگان گونه‌های طیفی مختلف در قدر مطلق و دماهای مختلف..... ۴۳

شکل ۲-۷: ساختار لایه‌ای ستارگان حجیم در پایان مرحله‌ی غول قرمزبرحسب لگاریتم دما و چگالی..... ۴۵

شکل ۲-۸: انفجار یک نوع سوپرنوای Ia در انتهای بازوی مارپیچی کهکشان..... ۴۸

شکل ۲-۹: درخشندگی سوپرنوای SNIa بر حسب زمان و تولید عناصر سنگین..... ۵۲

شکل ۲-۱۰: شبکه‌ی واکنش‌های هسته‌ای در ستارگان..... ۵۶

شکل ۲-۱۱: فراوانی کیهانی نسبی عناصر بر حسب عدد اتمی..... ۶۰

شکل ۳-۱: فراوانی نسبی دوترون بر حسب زمان در مدل استاندارد BBN..... ۶۹

شکل ۴-۱: سطح مقطع تجربی نوترون – پروتون که منجر به تولید دوترون می گردد..... ۷۴

شکل ۴-۲: σv بر حسب E برای دوترون..... ۷۵

شکل ۴-۳: $<\sigma v>$ برحسب kT برای دوترون..... ۷۶

شکل ۴-۴: $<\sigma v>$ بر حسب t برای دوترون..... ۷۷

شکل ۴–۵: مقایسه‌ی فراوانی استاندارد BBN و فراوانی نظری بدست آمده برای دوترون در این پایان-نامه.....۷۸

فهرست علائم اختصاری

مفهوم یا توضیح	علامت اختصاری
تورم کیهانی	Inflation
انفجار بزرگ	Big Bang
سنتز هسته‌ای انفجار بزرگ	BBN

فصل اول:

انفجار بزرگ

۱-۱-مقدمه

جهان اولیه نمایانگر عالیترین شتابدهنده‌ی ذرات است که در آن انرژی و چگالی ذرات بیشتر از آن چیزی است که می‌توانیم‌امیدوارباشیم. واکنش‌ها با آهنگ و تنوع غیر قابل تصوری انجام گرفته اند، اما با مطالعه‌ی محصولات نهایی واکنش‌ها می‌توانیم در مورد جزئیات این واکنش‌ها که روی زمین قابل اندازه گیری نیستند، بررسی کنیم. مبنای درک این واکنش‌های تکاملی، خصوصیات شناخته شده‌ای است که در آزمایشگاه‌ها قابل اندازه گیری اند. چیزی که در حال حاضر مدل‌استاندارد مهبانگ‌داغ کیهانشناسی گفته می‌شود، یک چارچوب کلی است که بر پایه‌ی نظریه‌ی نسبیت عام، خواص هسته‌ای و ذرات که مستقیماً قابل اندازه‌گیری اند، برداشت‌هایی از مدل استاندارد ذرات بنیادی وتعمیم‌هایی بر اساس فرضیات قابل قبول استوار است. داده‌های ورودی باید نتایجی بدهند که با مشاهدات توافق داشته باشد. مشاهدات اولیه، میزان نسبی ایزوتوپ‌های سبک گوناگون است که در آغاز دوران اولیه تولید شده‌اند. فراوانی‌های مورد مشاهده را می‌توان به صورت قیدهایی روی فرآیندهای اصلی واکنش‌هایی که منجر به تولید هسته ها می‌شود، در زمان تولید، اعمال و توضیح داد.

از مشاهدات مربوط به تابش زمینه‌ی‌ریزموج، آشکار شده است که جهان اولیه در اوایل تحولش بسیار یکنواخت بوده است. روی هم رفته، خواص بزرگ مقیاس کیهان در مکان ها و راستاهای مختلف یکسان هستند. به بیان دیگر، عالم در مقیاس های بزرگ همگن و همسانگرد است. این خاصیت به اصل کیهان شناختی معروف است. از نظر فیزیکی، می‌توانیم همگنی و همسانگردی عالم را مشابه گاز تشکیل شده از مولکول‌ها در نظر بگیریم. زمانی که یک گاز در مقیاس های اتمی و زیر اتمی مورد مطالعه قرار گیرد، افت‌وخیزهای با دامنه‌ی بسیار بزرگ در چگالی های جرم و بار وجود خواهد داشت. به همان

ترتیب، هر قدر مقیاس های کوچکتری در جهان مد نظر قرار گیرند، دامنه‌ی چگالی و کمیت‌های فیزیکی محلی بیشتر خواهد بود (کرین، ۱۹۸۸).

۱-۲-شکل گیری نظریه‌ی مهبانگ

نظریه‌ی مهبانگ از مشاهدات ساختار جهان و بررسی های نظری شکل گرفت. در سال ۱۹۱۲ وستو اسلیفر[۱] نخستین اثر دوپلر را در یک کهکشان مارپیچی مشاهده‌کرد و به‌زودی کشف‌کرد که تمام این کهکشان ها در حال دور شدن از زمین هستند. او جنبه های کیهان‌شناختی این کشف را درک نکرده بود. در واقع در آن زمان بحثی داغ پیرامون اینکه این کهکشان ها ممکن است جهان‌های جزیره‌ای دیگری باشند، در جریان بود. ده سال بعد یک کیهان‌شناس و ریاضیدان روسی به نام الکساندر فریدمان بر پایه‌ی معادلات میدان نسبیت عام انیشتین، معادلات فریدمان را ارائه کرد که نشان می‌داد برخلاف مدل جهان ایستا که انیشتین از آن حمایت می‌کرد، جهان ممکن است در حال انبساط باشد. در سال ۱۹۲۴ اندازه‌گیری فاصله‌ی‌بزرگ‌ما تا نزدیک‌ترین‌کهکشان‌مارپیچی توسط ادوین هابل نشان داد که آن اجسام کهکشان هستند. در سال ۱۹۲۷ ژرژ لومتر[۲] فیزیکدان و کشیک کاتولیک با نتیجه گیری از معادلات فریدمان پیشنهاد داد که دور شدن کهکشان‌ها ناشی از انبساط کیهان است.

در سال ۱۹۳۱ لومتر پا را فراتر نهاد و پیشنهاد کرد که انبساط جهان را در زمان به عقب برگردانیم هرچه به عقب‌تر رویم، جهان کوچکتر می‌شود و در نهایت در یک زمان محدود در گذشته ، کل جهان در یک نقطه متمرکز می‌شود؛ یک اتم اولیه در جایی و زمانی که در آن ساختار فضا و زمان به‌وجود آمد.

ادوین هابل از سال ۱۹۲۴ با استفاده از تلسکوپ‌های‌هوکر۱۰۰ میلیمتری شروع به ایجاد نشانگرهای فاصله در رصدخانه‌ی کوه ویلسون نمود. با این کار او سرعت عقب‌نشینی این کهکشان‌ها رابطه ای

---

[۱] Vesto Slipher
[۲] Georges Lemaître

وجود دارد که این کشف، امروزه به نام قانون هابل شناخته می‌شود. لومتر قبلاً با استفاده از اصل کیهان-شناسی نشان‌داده‌بود که این موضوع قابل‌پیش‌بینی بود.

در دهه‌های ۱۹۲۰ و ۱۹۳۰ تقریباً تمام کیهان‌شناسان برجسته نظریه حالت پایدار و جهان ابدی را ترجیح می‌دادند و گروهی نیز شکایت داشتند که ایده‌ی آغاز زمان که از نظریه‌ی مهبانگ نتیجه‌گیری می-شود، مفاهیم مذهبی را وارد فیزیک نموده است. این اعتراض بعدها نیز توسط طرفداران نظریه‌ی حالت پایدار دوباره مطرح شد. این واقعیت که ژرژ لومتر، بنیانگذار اصلی نظریه‌ی مهبانگ یک کشیک کاتولیک بود، نیز این شبهه را تقویت می‌نمود. آرتور ادینگتون[۳] با ارسطو در این موضوع هم‌نظر بود که جهان نقطه‌ی شروعی در زمان ندارد و ماده‌ی ابدی است. شروع زمان برای وی غیر قابل قبول می‌نمود.

اما لومتر بر این باور بود که اگر دنیا از یک کوانتوم تنها شروع شده باشد، مفاهیم زمان و مکان نمی-توانند در آغاز معنایی داشته باشند. آن‌ها تنها زمانی می‌توانند معنا داشته باشند که کوانتوم اولیه به تعداد کافی از کوانتاها تقسیم شده باشد. اگر این پیشنهاد درست باشد، آغاز دنیا کمی قبل از شروع زمان و مکان رخ داده است.

در خلال دهه ۱۹۳۰ نظریه های دیگری همچون کیهان‌شناسی‌های غیر استاندارد برای توضیح مشاهدات هابل مطرح شدند که که از جمله‌ی این مدل‌ها می‌توان به مدل میلن[۴]، مدل چرخه ای(که در ابتدا توسط فریدمان مطرح شد اما توسط انیشتین و ریچارد تولمان[۵] حمایت شد) و فرضیه‌ی نور خسته فریتز زوئیکی[۶] اشاره کرد. پس از جنگ جهانی دوم دو احتمال متمایز بوجود آمد. یکی مدل حالت پایدار فرد هویل[۷] بود که بنا بر این نظریه طی انبساط جهان ماده جدید بوجود می‌آید. در این مدل جهان تقریبا در همه‌ی زمان‌ها یکسان است. احتمال دیگری نظریه‌ی مهبانگ ژرژ لومتر بود که توسط جرج گاموف[۸]

---

۳ Arthur Eddington
۴ Milne Model
۵ Richard Tolman
۶ Fritz Zwicky
۷ Fred Hoyle
۸ George Gamow

حمایت شد و توسعه یافت. گاموف فردی بود که هسته‌زایی مهبانگ را معرفی نمود. و همکاران او ، رالف الفر و رابرت هرمان[۹]، تابش زمینه‌ی کیهانی را پیش بینی نمودند. این هویل بود که واژه‌ی Big Bang را برای اشاره به نظریه‌ی لومتر به کار برد. او این واژه را در یک برنامه‌ی رادیویی بی بی سی در مارس ۱۹۴۹ در حالیکه از نظریه‌ی لومتر به عنوان ((این ایده‌ی انفجار بزرگ)) یاد می‌کرد، ابداع نمود. تا مدتی حمایت دانشمندان بین این دو نظریه تقسیم شده بود اما در نهایت شواهد تجربی رای به برتری نظریه‌ی مهبانگ داد. کشف و تاییدتابش‌زمینه‌ی‌کیهانی در سال ۱۹۶۴ جایگاه نظریه‌ی مهبانگ را به عنوان بهترین نظریه در آغاز و تکامل کیهان مستحکم نمود. بخش بزرگی از تلاش های امروز در زمینه‌ی کیهان‌شناسی صرف فهمیدن چگونگی شکل‌گیری کهکشان‌ها در نظریه‌ی مهبانگ، درک فیزیک جهان در زمان‌های قبل‌تر و هماهنگ‌سازی مشاهدات با نظریه‌ها می‌شود.

به دلیل پیشرفت در فناوری تلسکوپ‌ها و تحلیل داده‌های ماهواره‌هایی همچون کاوشگر زمینه‌ی کیهان، تلسکوپ فضایی هابل و دبلیومپ[۱۰] از اواخر دهه‌ی ۱۹۹۰ به بعد پیشرفت‌های قابل توجهی در کیهان‌شناسی مهبانگ حاصل شده است. اکنون کیهان‌شناسان اندازه‌گیری‌های نسبتاً دقیقی از بسیاری از پارامترهای مدل مهبانگ در دست دارند و متوجه این واقعیت غیر منتظره شده‌اند که سرعت انبساط جهان رو به افزایش است (لومیتر، ۱۹۹۶).

۱-۳-متریک رابرتسون-واکر

می‌توان نشان داد که متریک زیر عمومی ترین متریکی است که جهان همگن و همسانگرد را توصیف می‌کند[۱۱]:

$$\mathrm{ds}^2 = -c^2\mathrm{dt}^2 + R^2(t)[\frac{\boldsymbol{dr^2}}{1-kr^2} + r^2(\mathrm{d}\theta^2 + sin^2\theta\mathrm{d}\varphi^2)]$$

---

[۹] Ralph Alpher and Robert Hermann

[۱۰] WMAP

[۱۱] برای اثبات و بحثی مفصل به فصل ۱۳ واینبرگ (۱۹۷۲) رجوع کنید.

این‌جا R(t) ضریب مقیاس کیهان نامیده می‌شود و k یک عدد صحیح است که مقادیر صفر و ±1 را می‌گیرد. این متریک به متریک رابرتسون – واکر (RW) معروف است.

ضریب مقیاس R(t) تحولات هندسی ((مقاطع)) یا ((ابرسطوح)) t=constant را تعیین می‌کند که t زمان‌کیهانی می‌باشد. زمان کیهانی به طور موضعی به زمان معمولی که ما در فیزیک به‌کارمی‌بریم، منطبق می‌شود. مختصات همراه $(\mathbf{r}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi})$، به‌طور شهودی مشابه مختصات کروی است، اما تفاوت های مهمی وجود دارد که باید به آنها توجه کنیم. مختصه‌ی r یک کمیت بدون بعد است که برای هر جسم کیهان‌شناختی که در انبساط کیهانی آزاد شرکت می‌کند، ثابت باقی می‌ماند. بنابراین مختصات $(\mathbf{r}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi})$ یک کهکشان فقط وقتی که کهکشان از جریان هابل منحرف شود با t تغییر می‌کند. چنین انحرافی می‌تواند حاصل کشش گرانشی خوشه‌ی کهکشانی میزبان یا یک همنشین نزدیک باشد.

توجه داشته باشید که متریک رابرتسون – واکر در مقیاس های کوچک $(kr^2 \ll 1)$ و بازه‌های زمانی کوچک که $R(t)=R(t_0)=constant$ باشد، به فضا–زمان مینکوفسکی میل می‌کند که t_0 زمان کیهانی کنونی است. برای دیدن این تناظر، $r' = R(t_0)r$ را قرار دهید تا فضا–زمان مینکوفسکی معمولی در مختصات کروی به دست آید.

در هر زمان ثابت t_1 ، متریک فوق فضای سه بعدی با حداکثر تقارن (یعنی همگن و همسانگرد) را توصیف می‌کند:

$$ds^2 = R^2(t_1)\left[\frac{\boldsymbol{dr^2}}{1-kr^2} + r^2\left(d\theta^2 + sin^2\theta d\varphi^2\right)\right]$$

حجم کل این فضا به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$V_{3=}\int \sqrt{g_3}\, dr\, d\theta\, d\varphi$$

که g_3 دترمینان متریک سه بعدی به صورت زیر می‌باشد:

$$g_3 = \frac{R^6(t_1)r^4 sin^2\theta}{1-kr^2}$$

برای k=0,-1 انتگرال مربوط به حجم آشکارا واگرا می‌شود، و این نشان می‌دهد که این دو مورد، منطبق بر مدل های باز یا نامتناهی می‌باشند. با این وجود، مورد k=+1 فشرده یا بسته است، به این معنی که حجمش متناهی و به شکل زیر است:

$$V_{3=}4\pi R^3(t_1)\int_0^1 \frac{r^2 dr}{\sqrt{1-kr^2}} = \pi^2 R^3(t_1)$$

مادامی‌که $R(t_1)$ با t_1 افزایش یابد، این حجم با زمان انبساط پیدا می‌کند.

در هر زمان ثابت t_1، فاصله‌ی شعاعی بین دو نقطه‌ی (r_1, θ, φ) و $(r_2, \grave{e}, \boldsymbol{\varphi})$ با جاگذاری $dt = d\theta = d\varphi = 0$ در متریک رابرتسون – واکر و انتگرال‌گیری از ds به دست می‌آید:

$$\Delta s = R(t_1)\int_{t_1}^{t_2} \frac{dr}{\sqrt{1-kr^2}}$$

که خواهد بود:

$$\Delta \boldsymbol{s} = R(t_1)[\, sin^{-1} r_2 - sin^{-1} r_1]$$
$$\Delta \boldsymbol{s} = R(t_1)[\, r_2 - r_1]$$
$$\Delta \boldsymbol{s} = R(t_1)[\, sinh^{-1} r_2 - sinh^{-1} r_1]$$

این روابط به ترتیب برای k=0,-1,0,+1 می‌باشند. توجه داشته باشید که فواصل فیزیکی تنها برای مورد k=0 ، یا در حد $r \to 0$ برای هر سه مورد، متناسب با r می باشند (ریاضی، ۱۳۸۸؛ مارتین، ۱۹۸۹).

۱-۴-پارامتر هابل و پارامتر کند شوندگی

هابل با اندازه‌گیری فاصله تا کهکشان‌های مجاور از روی‌قدرمطلق‌متغیرهای قیفاووسی نه تنها طبیعت فراکهکشانی آنها را تایید کرد، بلکه یک رابطه‌ی خطی بین فواصل کهکشانی و سرعت‌های شعاعی آنها کشف نمود. مطالعات نمونه‌ی اولیه توسط هابل شامل پنج یا شش کهکشان بود که توسط خود او و هوماسون[۱۲] صورت گرفته بود. بعدها او فواصل چهار کهکشان در خوشه‌ی سنبله و ۲۲

[۱۲] Humason