

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی  
دانشکده مهندسی مکانیک  
گروه هوافضا  
گرایش سازه‌های هوایی

پایان‌نامه کارشناسی ارشد

عنوان:

## ارتعاشات پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی

استاد راهنما:

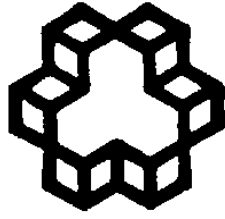
دکتر علی مظفری

دکتر علی اصغر جعفری

نگارش:

علی داور

بهمن‌ماه ۱۳۸۲



الکامیونیتی  
دانشکده مهندسی مکانیک  
گروه هوافضا  
گرایش سازه‌های هوایی

جلسه دفاعیه پروژه کارشناسی ارشد

عنوان:

# ارتعاشات پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی

اساتید (اهنما):

دکتر جعفری      دکتر مظفری

اساتید ممتن:

دکتر میرشمس ، دکتر شکریه

ارائه دهنده:

علی داور

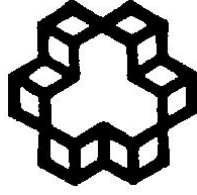
زمان:

ساعت ۴ بعد از ظهر

شنبه ۸۲/۱۱/۱۱

مکان:

سالن سمعی بصری



دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی  
دانشکده مهندسی مکانیک

تأییدیه هیأت داوران

آقای علی داور رساله کارشناسی ارشد خود را در تاریخ  
نسخه نهایی این رساله را از نظر فرم و محتوی تأیید و پذیرش آن را برای تکمیل درجه کارشناسی ارشد  
مهندسی هوافضا گرایش سازه‌های هوایی پیشنهاد می نمایند.

امضاء

نام و نام خانوادگی

اعضای هیأت داوران

- |           |                 |
|-----------|-----------------|
| آقای دکتر | ۱. استاد راهنما |
| آقای دکتر | ۲. استاد راهنما |
| آقای دکتر | ۳. استاد مشاور  |
| آقای دکتر | ۴. استاد ممتحن  |
| آقای دکتر | ۵. استاد ممتحن  |

## اظهارنامه دانشجو

موضوع پایان نامه : ارتعاشات پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی

اساتید راهنما : آقای دکتر علی اصغر جعفری و آقای دکتر علی مظفری

نام دانشجو : علی داور

شماره دانشجویی : ۸۰۱۳۹۵۰۰۱

اینجانب علی داور دانشجوی دوره کارشناسی ارشد مهندسی هوافضا گرایش سازه‌های هوایی دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، گواهی می‌نمایم که تحقیقات ارائه شده در این پایان‌نامه توسط شخص اینجانب انجام شده و صحت و اصالت مطالب نگارش شده مورد تأیید می‌باشد، و در موارد استفاده از کار دیگر محققان به مرجع مورد استفاده اشاره شده است. بعلاوه گواهی می‌نمایم که مطالب مندرج در پایان‌نامه تاکنون برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی توسط اینجانب یا فرد دیگری در هیچ‌جا ارائه نشده است و در تدوین متن پایان‌نامه چارچوب (فرمت) مصوب دانشگاه را بطور کامل رعایت کرده‌ام.

امضاء دانشجو :

تاریخ :

## فرم حق طبع و نشر و مالکیت نتایج

- ۱- حق چاپ و تکثیر این پایان نامه متعلق به نویسنده آن می باشد. هرگونه کپی برداری بصورت کل پایان نامه یا بخشی از آن، تنها با موافقت نویسنده یا کتابخانه دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی مجاز می باشد.  
ضمناً متن این صفحه نیز باید در نسخه تکثیر شده وجود داشته باشد.
- ۲- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی می باشد و بدون اجازه کتبی دانشگاه، به شخص ثالث قابل واگذاری نیست.  
همچنین استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

## تشکر و قدردانی

من لم یشکر المخلوق لم یشکر الخالق

با سپاس خالصانه از تمام اساتید عزیز، از آغاز تا انجام دوره کارشناسی ارشد که با نهایت بزرگواری، بنده را مرهون زحمات بی‌دریغ خود نمودند. به خصوص اساتید ارجمند، آقایان دکتر علی اصغر جعفری و دکتر علی مظفری که بنده را در انجام این پروژه بسیار یاری نمودند. همچنین از همه دوستانی که در انجام این پروژه به بنده کمک نمودند، خصوصا "آقای مهندس آذرافزا سپاسگزارم.

علی داور

زمستان ۱۳۸۲

تقدیم بہ:

پدر عزیزم  
و  
مادر مہربانم

## چکیده

امروزه مواد کامپوزیتی به خاطر فواید زیادی که دارند از قبیل استحکام ویژه بالا، سفتی ویژه بالا، سبکی و خواص ضد خوردگی، به وفور در صنایعی مانند هوافضا، ساخت قطعات اتومبیل، زیردریایی‌ها، وسایل الکترونیکی، پزشکی و تجهیزات ورزشی مورد استفاده قرار می‌گیرند. پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی یکی از اجزای پرکاربرد در قطعات صنعتی هستند. مثلاً در صنایع هوافضا از پوسته‌های کامپوزیتی در ساخت بدنه موتور راکت استفاده می‌شود. در عمل، در بسیاری از موارد، پوسته تحت بار دینامیکی قرار دارد و ممکن است در اثر این بار دچار تغییر شکل بیش از حد مجاز گردد و یا در اثر اتفاق افتادن تشدید، تخریب شود. به این خاطر لازم است که خصوصیات ارتعاشی پوسته (فرکانس‌های طبیعی و شکل مودها) شناخته شوند و همچنین تغییر شکل پوسته در اثر اعمال بار دینامیکی محاسبه شود.

در این پایان نامه، معادلات تعادل پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی بر اساس تئوری کلاسیک پوسته‌ها نوشته شده‌اند. روابط کرنش-تغییر مکان و انحناء-تغییر مکان بر مبنای تقریب اول لاو نوشته در نظر گرفته شده‌اند. از تئوری کلاسیک لایه‌ها استفاده شده است. شرایط مرزی بررسی شده عبارتند از دو سر ساده، دو سر گیردار، دو سر آزاد، یک سر گیردار یک سر ساده، یک سر گیردار یک سر آزاد و یک سر آزاد یک سر ساده. تحلیل ارتعاشات آزاد پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی انجام شده، فرکانس‌های طبیعی و شکل مودها استخراج شده‌اند. همچنین پاسخ دینامیکی گذرای پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی با شرایط مرزی دو سر ساده تحت بار ضربه‌ای جانبی که بصورت گسترده و یکنواخت بر روی یک سطح مستطیلی وارد می‌شود، با استفاده از انتگرال کانولوشن و بر اساس روش جمع مودها به دست آمده است. اثر پارمترهای گوناگون بر روی فرکانس‌های طبیعی، شکل مودها و پاسخ دینامیکی پوسته بررسی شده است.

در مورد پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی با شرایط مرزی دو سر ساده، اثر بار محوری استاتیکی که بصورت فشاری و با مقدار کمتر از بار بحرانی کمانش بر پوسته وارد می‌شود، بر روی فرکانس‌های طبیعی و پاسخ دینامیکی پوسته بررسی شده است و این بررسی، بر اساس جستجوی انجام شده توسط مولف، در میان تحقیقات انجام شده تاکنون، مشاهده نشده است.



## فهرست مطالب

صفحه	عنوان
۱	فصل اول: مقدمه
۱۰	فصل دوم: ارتعاشات آزاد پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی
۱۰	۱-۲ معادلات تعادل پوسته‌های استوانه‌ای
۱۴	۲-۲ روابط حاکم بر پوسته‌های کامپوزیتی لایه‌ای
۱۸	۳-۲ پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی با دو سر تکیه‌گاه ساده
۱۸	۱-۳-۲ تحلیل استاتیکی کمانش محوری پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی با دو سر تکیه‌گاه ساده
۱۹	۲-۳-۲ ارتعاشات آزاد پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی
۲۰	۳-۳-۲ ارتعاشات آزاد پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی با دو سر تکیه‌گاه ساده تحت بار محوری
۲۲	۴-۲ پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی با شرایط مرزی دیگر
۲۴	۱-۴-۲ روش گالرکین برای حل معادلات دیفرانسیل
۲۵	۲-۴-۲ ارتعاشات آزاد پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی با شرایط مرزی دیگر
۲۶	۵-۲ نرمالیزه کردن مودهای ارتعاشی پوسته‌های استوانه‌ای
۲۹	۶-۲ مدل‌سازی و تحلیل در نرم‌افزار ANSYS
۲۹	۱-۶-۲ مدل‌سازی و تحلیل به منظور محاسبه فرکانس‌های طبیعی
۲۹	۲-۶-۲ مدل‌سازی و تحلیل به منظور محاسبه بارهای کمانشی
۳۲	فصل سوم: ارتعاشات اجباری پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی
۳۲	۱-۳ تعریف مسأله
۳۲	۱-۱-۳ محل اعمال بار ضربه‌ای و ابعاد سطح اعمال بار روی پوسته
۳۳	۲-۱-۳ تغییرات مقدار بار بر حسب زمان
۳۴	۲-۳ معادلات حاکم بر ارتعاشات اجباری پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی
۳۵	۱-۲-۳ پاسخ دینامیکی گذرای پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی با دو سر تکیه‌گاه ساده تحت بار محوری

۳۹	۲-۲-۳ تابع زمانی پاسخ تغییر مکان پوسته
۴۱	فصل چهارم: بررسی نتایج
۴۱	۱-۴ پیشگفتار
۴۲	۲-۴ بررسی نتایج ارتعاشات آزاد پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی
۴۲	۱-۲-۴ مقایسه فرکانسهای طبیعی با مراجع و نرم‌افزار ANSYS
۴۶	۲-۲-۴ بررسی پارامترهای موثر بر فرکانسهای طبیعی
۵۰	۳-۲-۴ بررسی پارامترهای موثر بر شکل موده‌های طبیعی
۵۳	۴-۲-۴ رسم شکل مود سه بعدی
۵۳	۳-۴ بررسی نتایج تحلیل استاتیکی کمانش پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی با دو سر تکیه‌گاه ساده
۵۵	۱-۳-۴ مقایسه بار کمانش با مراجع و نرم‌افزار ANSYS
۵۶	۲-۳-۴ بررسی بعضی از پارامترهای موثر بر بارهای کمانش
۵۷	۴-۴ بررسی اثر بار محوری بر فرکانسهای طبیعی پوسته با دو سر تکیه‌گاه ساده
۶۰	۵-۴ بررسی نتایج ارتعاشات اجباری پوسته استوانه‌ای با دو سر تکیه‌گاه ساده
۶۱	۱-۵-۴ مقایسه پاسخ دینامیکی با مراجع
۶۱	۲-۵-۴ پاسخ فرکانسی پوسته با استفاده از تبدیل فوریه
۶۲	۳-۵-۴ پدیده ضربان
۶۴	۴-۵-۴ بررسی بعضی پارامترهای موثر بر پاسخ دینامیکی گذرای پوسته
۶۷	۵-۵-۴ بررسی اثر بار محوری بر پاسخ دینامیکی گذرای پوسته
۷۰	۶-۵-۴ بررسی اثر نحوه بارگذاری بر پاسخ دینامیکی گذرای پوسته
۷۵	۷-۵-۴ رسم تغییر شکل‌های متغیر با زمان پوسته در مقاطع طولی و عرضی
۷۸	فصل پنجم: نتیجه‌گیری و پیشنهادات
۷۸	۱-۵ بحث روی نتایج
۷۹	۲-۵ پیشنهادات
۸۰	منابع

## فهرست جداول

صفحه	جدول
۲۴	جدول (۱-۲): مقادیر $\alpha_i$ و روابط $\lambda$ و $\sigma$ به ازای شرایط مرزی مختلف
۴۲	جدول (۱-۴): خواص مواد مورد استفاده
۴۲	جدول (۲-۴): ابعاد پوسته مورد استفاده
۵۵	جدول (۳-۴): مقایسه بار بحرانی کمانش برای شرایط مرزی دو سر ساده
۶۴	جدول (۴-۴): فرکانس‌های پایه پوسته مورد بررسی در شکل (۴-۳۳)
پیوست د	جدول (د-۱): مقادیر $\lambda$ و $\sigma$ به ازای شرایط مرزی $C-SS$ و $F-SS$
پیوست د	جدول (د-۲): مقادیر $\lambda$ و $\sigma$ به ازای شرایط مرزی $C-F$
پیوست د	جدول (د-۳): مقادیر $\lambda$ و $\sigma$ به ازای شرایط مرزی $C-C$ و $F-F$

## فهرست اشکال

شکل	صفحه
شکل (۱-۲): پوسته استوانه‌ای و مختصات مرجع	۱۱
شکل (۲-۲): یک المان از پوسته با نیروها و گشتاورهای گسترده وارد بر آن	۱۲
شکل (۳-۲): چیدمان لایه‌های پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی	۱۴
شکل (۴-۲): بعضی از مودهای ارتعاشی طولی و محیطی پوسته استوانه‌ای	۲۰
شکل (۵-۲): بعضی از مودهای ارتعاشی متقارن و نامتقارن محوری پوسته استوانه‌ای	۲۰
شکل (۶-۲): ساختار المان <i>Shell-99</i>	۳۰
شکل (۷-۲): مدل‌سازی چیدمان لایه‌ها در نرم افزار	۳۰
شکل (۸-۲): مدل مورد استفاده در نرم افزار به منظور تحلیل کماتش (شرایط مرزی دو سر ساده)	۳۱
شکل (۱-۳): بار وارده بر یک سطح مستطیلی	۳۳
شکل (۲-۳): نمودار فشار بر حسب زمان پالس‌های مختلف	۳۴
شکل (۱-۴): فرکانس‌های شعاعی، پیچشی و طولی پوسته با شرایط مرزی <i>C-F</i> بر حسب تعداد موج محیطی، ...	۴۳
شکل (۲-۴): مقایسه فرکانس‌های طبیعی پوسته با شرایط مرزی <i>SS-SS</i> ، ...	۴۳
شکل (۳-۴): مقایسه فرکانس‌های طبیعی برای شرایط مرزی <i>C-F</i> ، ...	۴۴
شکل (۴-۴): مقایسه فرکانس‌های طبیعی برای شرایط مرزی <i>C-C</i> ، ...	۴۴
شکل (۵-۴): مقایسه فرکانس‌های طبیعی برای پوسته با شرایط مرزی <i>C-SS</i> ، ...	۴۵
شکل (۶-۴): مقایسه فرکانس‌های طبیعی برای پوسته با شرایط مرزی <i>F-F</i> ، ...	۴۵
شکل (۷-۴): مقایسه فرکانس‌های طبیعی برای پوسته با شرایط مرزی <i>F-SS</i> ، ...	۴۶
شکل (۸-۴): اثر شرایط مرزی بر روی فرکانس طبیعی، $m=1$ لایه چینی $[60/-60/60]$	۴۷
شکل (۹-۴): اثر زاویه الیاف روی فرکانس طبیعی برای شرایط مرزی $m=1$ ، <i>C-F</i>	۴۷
شکل (۱۰-۴): اثر زاویه الیاف روی فرکانس طبیعی برای شرایط مرزی $m=1$ ، <i>C-C</i>	۴۸
شکل (۱۱-۴): اثر ضخامت پوسته بر روی فرکانسهای طبیعی بر حسب تعداد موج محیطی، ...	۴۹
شکل (۱۲-۴): اثر پارامتر $L/R$ روی فرکانس طبیعی بر حسب تعداد موج محیطی، ...	۴۹
شکل (۱۳-۴): اثر شرایط مرزی مختلف بر شکل مود پوسته در جهت طولی، لایه چینی $[0/0/0]$	۵۰
شکل (۱۴-۴): اثر شرایط مرزی مختلف بر شکل مود پوسته در جهت محیطی، لایه چینی $[0/0/0]$	۵۱
شکل (۱۵-۴): اثر شرایط مرزی مختلف بر شکل مود پوسته در جهت شعاعی، لایه چینی $[0/0/0]$	۵۱
شکل (۱۶-۴): اثر زاویه الیاف بر روی شکل مود طولی برای شرایط مرزی <i>C-C</i>	۵۲
شکل (۱۷-۴): اثر زاویه الیاف بر روی شکل مود محیطی برای شرایط مرزی <i>C-C</i>	۵۲

- شکل (۴-۱۸): اثر زاویه الیاف بر روی شکل مود شعاعی برای شرایط مرزی  $C-C$  ۵۳
- شکل (۴-۱۹): شکل مود پوسته با شرایط مرزی  $C-F$  در  $m=2$  و  $n=5$  (نمای ایزومتریک) ۵۴
- شکل (۴-۲۰): شکل مود پوسته با شرایط مرزی  $C-F$  در  $m=2$  و  $n=5$  (نمای از بالا) ۵۴
- شکل (۴-۲۱): شکل مود پوسته با شرایط مرزی  $C-F$  در  $m=2$  و  $n=5$  (نمای از جلو) ۵۵
- شکل (۴-۲۲): اثر زاویه الیاف بر بار کماتش برای پوسته دو سر ساده،  $m=1$  ۵۶
- شکل (۴-۲۳): اثر نسبت ضخامت به شعاع  $h/R$  روی بار بحرانی کماتش پوسته دو سر ساده ۵۷
- شکل (۴-۲۴): بار کماتش پوسته با شرایط مرزی دوسر ساده بر حسب تعداد موج محیطی، ... ۵۸
- شکل (۴-۲۵): اثر بار محوری فشاری بر روی فرکانس طبیعی پوسته دو سر ساده، ... ۵۸
- شکل (۴-۲۶): اثر بار محوری فشاری بر روی فرکانس طبیعی پوسته دو سر ساده، ... ۵۹
- شکل (۴-۲۷): فرکانس طبیعی پوسته با شرایط مرزی دوسر ساده بر حسب تعداد موج محیطی، ... ۵۹
- شکل (۴-۲۸): اثر بار محوری فشاری مساوی  $0/8$  بار بحرانی کماتش پوسته با شرایط مرزی دوسر ساده، ... ۶۰
- شکل (۴-۲۹): مقایسه پاسخ زمانی پوسته با شرایط مرزی دوسر ساده، ... ۶۱
- شکل (۴-۳۰): پاسخ فرکانسی پوسته مورد بررسی در شکل (۴-۲۹) ۶۲
- شکل (۴-۳۱): فرکانسهای طبیعی پوسته دو سر ساده بر حسب تعداد موج محیطی، ... ۶۳
- شکل (۴-۳۲): نمایش پدیده ضربان در پاسخ زمانی پوسته با شرایط مرزی دو سر ساده، ... ۶۳
- شکل (۴-۳۳): اثر زاویه الیاف بر پاسخ زمانی پوسته با شرایط مرزی دو سر ساده، ... ۶۵
- شکل (۴-۳۴): پاسخ فرکانسی پوسته مورد نظر در شکل (۴-۳۳) با لایه چینی  $[90/0/0]$  ۶۵
- شکل (۴-۳۵): اثر نسبت  $L/R$  بر پاسخ زمانی پوسته با شرایط مرزی دو سر ساده، ... ۶۶
- شکل (۴-۳۶): اثر نسبت  $h/R$  بر پاسخ زمانی پوسته با شرایط مرزی دو سر ساده، ... ۶۶
- شکل (۴-۳۷): اثر بار محوری بر تغییرات زمانی جابجایی شعاعی پوسته با شرایط مرزی دو سر ساده، ... ۶۸
- شکل (۴-۳۸): نمودار جابجایی شعاعی ماکزیمم پوسته مورد بررسی در شکل (۴-۳۷)،  
بر حسب مقدار بار محوری فشاری اعمال شده ۶۸
- شکل (۴-۳۹): اثر بار محوری بر تغییرات زمانی کرنش محیطی پوسته با شرایط مرزی دو سر ساده، ... ۶۹
- شکل (۴-۴۰): اثر بار محوری بر تغییرات زمانی کرنش طولی پوسته با شرایط مرزی دو سر ساده، ... ۶۹
- شکل (۴-۴۱): مقایسه تغییرات جابجایی شعاعی با زمان پوسته دوسر ساده برای پالس‌های مختلف، ... ۷۰
- شکل (۴-۴۲): مقایسه تغییرات کرنش شعاعی با زمان پوسته دوسر ساده برای پالس‌های مختلف، ... ۷۱
- شکل (۴-۴۳): مقایسه تغییرات کرنش محیطی با زمان پوسته دوسر ساده برای پالس‌های مختلف، ... ۷۱
- شکل (۴-۴۴): مقایسه تغییرات کرنش طولی با زمان پوسته دوسر ساده برای پالس‌های مختلف، ... ۷۲
- شکل (۴-۴۵): اثر مدت زمان اعمال بار ضربه‌ای (بصورت ضربی از پیوند طبیعی) بر روی سطح پوسته با  
شرایط مرزی دو سر ساده، بر تغییرات جابجایی شعاعی بر حسب زمان، ... ۷۳

- ۷۳ شکل (۴-۴۶): اثر مقدار  $f_0$  بر تغییرات جابجایی شعاعی بر حسب زمان پوسته دو سر ساده،...
- ۷۴ شکل (۴-۴۷): نمودار جابجایی شعاعی ماکزیمم پوسته مورد بررسی در شکل (۴-۴۶)،  
بر حسب ماکزیمم فشار وارد شده بر سطح پوسته ( $f_0$ ) در پالس سینوسی
- ۷۵ شکل (۴-۴۸): اثر محل اعمال بار ضربه‌ای ( $x_L = XL, \varphi_L = 0 \text{deg}$ ) در تغییرات جابجایی شعاعی بر  
حسب زمان پوسته دو سر ساده،...
- ۷۶ شکل (۴-۴۹): نمودار تغییرات جابجایی شعاعی بر حسب زمان پوسته دو سر ساده،...
- ۷۷ شکل (۴-۵۰): نمودار خیز شعاعی پوسته مورد نظر در شکل (۴-۴۹) بر حسب طول، در مقطع طولی با موقعیت  
زاویه‌ای  $\varphi = 0 \text{deg}$ ، در زمان‌های مختلف پس از اعمال بار ضربه‌ای
- ۷۷ شکل (۴-۵۱): نمودار خیز شعاعی پوسته مورد نظر در شکل (۴-۴۹) در مقطع عرضی واقع در موقعیت طولی  
 $x = 3m$  و در زمان‌های مختلف پس از اعمال بار ضربه‌ای (تغییر شکلها ۱۵۰ برابر شده‌اند).

## فهرست علائم

### توضیحات

### علامت

شعاع پوسته استوانه‌ای	$R$
ضخامت پوسته استوانه‌ای	$h$
طول پوسته استوانه‌ای	$L$
مختصه مکانی در جهت محوری	$x$
مختصه مکانی در جهت محیطی	$\varphi$
مختصه مکانی در جهت شعاعی	$z$
نیروی وارد بر المان پوسته در جهت محوری	$P_x$
نیروی وارد بر المان پوسته در جهت محیطی	$P_y$
نیروی وارد بر المان پوسته در جهت شعاعی	$P_z$
منتجه نیرو در جهت محوری	$N_x$
منتجه نیرو در جهت محیطی	$N_\varphi$
منتجه نیرو در جهت برشی	$N_{x\varphi}$
منتجه ممان در جهت محوری	$M_x$
منتجه ممان در جهت محیطی	$M_\varphi$
منتجه ممان در جهت برشی	$M_{x\varphi}$
مولفه تغییر مکان پوسته در جهت محوری	$u$
مولفه تغییر مکان پوسته در جهت محیطی	$v$
مولفه تغییر مکان پوسته در جهت شعاعی	$w$
منتجه نیروی برشی در جهت محوری	$Q_x$
منتجه نیروی برشی در جهت محیطی	$Q_\varphi$
بار محوری کماتش	$N_a$
بردار تنش دوبعدی (تنش صفحه‌ای)	$\sigma$
بردار کرنش دوبعدی (تنش صفحه‌ای)	$\varepsilon$
ماتریس سفتی تبدیل یافته کاهش یافته	$\bar{Q}$
تنش عمودی در جهت محوری	$\sigma_x$
تنش عمودی در جهت محیطی	$\sigma_\varphi$

تنش برشی	$\sigma_{x\varphi}$
کرنش عمودی در جهت محوری	$\varepsilon_x$
کرنش عمودی در جهت محیطی	$\varepsilon_\varphi$
کرنش برشی	$\varepsilon_{x\varphi}$
ماتریس سفتی کاهش یافته	$Q$
ماتریس تبدیل	$T$
زاویه الیاف نسبت به محور استوانه	$\theta$
مدول یانگ در جهت‌های اصلی تک لایه کامپوزیت	$E_{11}, E_{22}$
ضرایب پواسون	$\nu_{12}, \nu_{21}$
مدول برشی	$G_{12}$
کرنش عمودی سطح میانی پوسته در جهت محوری	$\varepsilon_x^\circ$
کرنش عمودی سطح میانی پوسته در جهت محیطی	$\varepsilon_\varphi^\circ$
کرنش برشی سطح میانی پوسته	$\varepsilon_{x\varphi}^\circ$
انحنای سطح میانی پوسته در جهت محوری	$k_x^\circ$
انحنای سطح میانی پوسته در جهت محیطی	$k_\varphi^\circ$
پیچش سطح میانی پوسته	$k_{x\varphi}^\circ$
ماتریس سفتی صفحه‌ای	$A_{ij}$
ماتریس سفتی کوپل	$B_{ij}$
ماتریس سفتی خمشی	$D_{ij}$
ضخامت لایه $k$ ام	$h_k$
ماتریس سفتی کاهش نظیر لایه $k$ ام	$Q_{ij}^k$
تعداد لایه‌ها	$nl$
اپراتورهای دیفرانسیلی	$L_{ij}$
زمان	$t$
تعداد نیم موج‌های طولی پوسته	$m$
تعداد موج‌های محیطی پوسته	$n$
توابع زمانی در مختصات تعمیم‌یافته	$T_{mn}(t)$
ثابت شکل مود پوسته در جهت محوری	$A_{mn}$
ثابت شکل مود پوسته در جهت محیطی	$B_{mn}$



ثابت شکل مود پوسته در جهت شعاعی	$C_{mn}$
ریشه معادلات غیرخطی	$\lambda$
توابع شکل مود در جهت محوری	$\bar{A}_{mn}$
توابع شکل مود در جهت محیطی	$\bar{B}_{mn}$
توابع شکل مود در جهت شعاعی	$\bar{C}_{mn}$
جرم بر واحد سطح پوسته	$I_1$
چگالی هر لایه	$\rho_k$
بردار ثوابت شکل مود	$\{\Delta\}_{mn}$
بردار توابع شکل مود	$\{\bar{\Delta}\}_{mn}$
ماتریس سفتی پوسته	$[k]_{mn}$
فرکانس طبیعی	$\omega_{mn}$
ماتریس جرم پوسته	$[M]_{mn}$
توابع مودال تیری در جهت محوری	$\eta_i(x)$
توابع مثلثاتی در جهت محیطی	$\phi_i(\varphi)$
زاویه ابتدای سطح اعمال بار نسبت به مبدأ	$\psi_1$
زاویه انتهای سطح اعمال بار نسبت به مبدأ	$\psi_2$
فاصله ابتدای سطح اعمال بار نسبت به مبدأ	$x_1$
فاصله انتهای سطح اعمال بار نسبت به مبدأ	$x_2$
تابع زمانی بار اعمال شده	$f(t)$
مقدار ماکزیمم بار اعمال شده	$f_0$
زمان انتهای اعمال بار	$t_1$
تحریک خارجی در جهت محوری	$q_x$
تحریک خارجی در جهت محیطی	$q_y$
تحریک خارجی در جهت شعاعی	$q_z$
ضرایب ثابت فوریه	$P_{mn}$
نیروهای تعمیم یافته	$G_{mn}(t)$

فصل اول:

مقدمه

پوسته‌های استوانه‌ای یکی از پرکاربردترین اشکال بکار رفته در قطعات صنعتی می‌باشند. این پوسته‌ها ممکن است در توربین‌های گاز، کوره‌های دوار، بدنه هواپیماها، موشکها، زیردریایی‌ها و تانکرها مورد استفاده قرار گیرند. در اکثر موارد گفته شده، پوسته تحت بارهای دینامیکی قرار دارد و ممکن است دچار ارتعاش، کمانش و خستگی شود. همچنین لازم است که نسبت استحکام به وزن پوسته تا حد امکان بالا باشد تا سازه طراحی شده به لحاظ صرفه جویی در مصرف مواد، انرژی و هزینه بهینه باشد.

به منظور بالا بردن نسبت استحکام به وزن پوسته، راه‌های متعددی وجود دارد که از جمله آنها می‌توان به موارد زیر اشاره کرد [۵۵]:

- ۱- انتخاب جنس پوسته از موادی که این شرایط را دارا می‌باشند مانند آلیاژهای با نسبت استحکام به وزن بالا
- ۲- استفاده از مواد مرکب (کامپوزیت)
- ۳- تقویت کردن پوسته توسط المان‌های تیر مانند
- ۴- استفاده از سه روش فوق به طور همزمان

روشی که در این گزارش مورد بررسی قرار گرفته است، مورد دوم از موارد فوق است. در میان نیازهای مطرح شده در طراحی یک سازه بهینه مواردی چون وزن کم، استحکام بالا و توانایی بهره‌وری خوب و کارکرد مطمئن را می‌توان نام برد. مجموعه این موارد بطور قابل ملاحظه‌ای با انتخاب مواد و تکنولوژی ساخت سازه در ارتباط می‌باشند. در عصر حاضر مواد مرکب (کامپوزیت) رضایت خاطر نسبی در ارتباط با ملزومات فوق را تامین نموده‌اند. حجم تولید مواد مرکب در کشورهای صنعتی هر ساله افزایش یافته و بسیاری از دانشمندان معتقدند که قرن بیست و یکم قرن مواد مرکب می‌باشد [۵۵].

افزایش روزافزون مواد کامپوزیتی در سازه‌های گوناگون شامل سازه‌های فضایی، زیردریایی‌ها قطعات اتومبیل، وسایل الکترونیکی و پزشکی و تجهیزات ورزشی منجر به افزایش تحقیقات در زمینه تعیین خواص مکانیکی، مدل سازی سازه‌ای، تعیین شکست و نوع تخریب این گونه مواد شده است. با وجود اینکه مواد کامپوزیتی خصوصیات سازه‌ای مطلوب بسیاری را دارند، مشکلات فنی بحث برانگیزی را، نیز در زمینه درک رفتار سازه‌ای، ساخت، مدهای شکست و تخریب ایجاد می‌کنند [۵۵].

کامپوزیتهای لایه‌ای در مقیاس وسیع و در زمینه‌های گوناگون مورد استفاده قرار می‌گیرند. این گونه کامپوزیتهای شامل لایه‌هایی می‌شوند که حداقل از دو ماده مختلف چسبیده به هم تشکیل می‌گردند. از لایه چینی برای ترکیب لایه‌های موجود به منظور دستیابی به یک ماده مفیدتر استفاده

می‌گردد. خواصی که توسط لایه چینی قابل تقویت هستند عبارتند از استحکام، سفتی، وزن کم، مقاومت به خوردگی و سایش، زیبایی، جذابیت و عایق حرارتی.

از انواع سازه‌های کامپوزیتی، پوسته‌های استوانه‌ای هستند که از کاربرد زیادی در صنعت برخوردارند مانند فضاپیماها، خودرو، مخازن تحت فشار و بسیاری صنایع دیگر. دانش خصوصیات ارتعاشات پوسته‌های لایه‌ای، هم برای درک عمومی از مبانی رفتار یک پوسته و هم بمنظور فهم کاربردهای صنعتی پوسته‌ها بسیار مهم است. در ارتباط با مفهوم کاربرد صنعتی، بایستی فرکانس‌های طبیعی پوسته بمنظور جلوگیری از اثر تشدید شناخته شوند. اهمیت پیشگویی دقیق خواص ارتعاشی بخاطر صرفه‌جویی در وزن، بطور فزاینده‌ای در طراحی سازه‌های هوافضایی کامپوزیتی رو به رشد است. همچنین گاهی اوقات در صنعت مواردی پیش می‌آید که لازم است مقدار تغییر شکلها و تغییر مکانهای سازه را تحت اثر یک نیروی محرک خارجی بدانیم. بعنوان مثال المانهای هدایت و کنترل داخل قفسه هدایت موشک را می‌توان نام برد. بعضی از این المانها به شدت نسبت به ارتعاش حساس می‌باشند. در چنین مواردی باید تحلیل ارتعاشات اجباری انجام شود و پاسخ زمانی سازه (از قبیل شتاب، سرعت و تغییر مکان) به تحریک مورد نظر محاسبه و بررسی شود. بنابراین بحث ارتعاشات پوسته‌های استوانه‌ای به دو بخش کلی تقسیم می‌شود:

– ارتعاشات آزاد پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی

– ارتعاشات اجباری پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی

در مورد ارتعاشات آزاد پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی، تاکنون کارهای زیادی انجام شده‌اند که به تعدادی از آنها اشاره می‌شود:

در سال ۱۹۹۲ هاوکس و سولداتوس [۱] ارتعاشات متقارن محوری سه بعدی استوانه‌های توخالی لایه‌ای *Cross-Ply* و ارتوتروپیک را مطالعه کردند. با استفاده از حل نوع ناویر، مسأله را با استفاده از یک روش تقریب متوالی حل کردند. استوانه توخالی را بصورت  $N$  استوانه هم محور متوالی جدارنازک در نظر گرفتند. از کنار هم گذاشتن همه جوابهای دقیق بدست آمده، و با استفاده از شرایط پیوستگی صحیح، جواب نظیر معادله حاکم دقیق، بطور متوالی با افزایش مقدار  $N$  به جواب دقیق نزدیک می‌شود. فرکانسهای طبیعی و شکل مودهای ارتعاشی استوانه‌های *Cross-Ply* دو لایه خاص مانند استوانه‌های همگن و ارتوتروپ را ارائه کردند.

در سال ۱۹۹۵ لام و لوی [۲] اثر شرایط مرزی و جهات الیاف را بر روی فرکانسهای طبیعی پوسته‌های استوانه‌ای چند لایه ارتوتروپیک جدار نازک بررسی کردند. از تئوری تقریب مرتبه اول لاو و روش ریلی-ریتز استفاده کردند. شرایط مرزی مورد توجه عبارتند از دوسر گیردار، یکسر گیردار-یکسر ساده، یکسر گیردار-یکسر لغزشی و یکسر گیردار-یکسر آزاد.