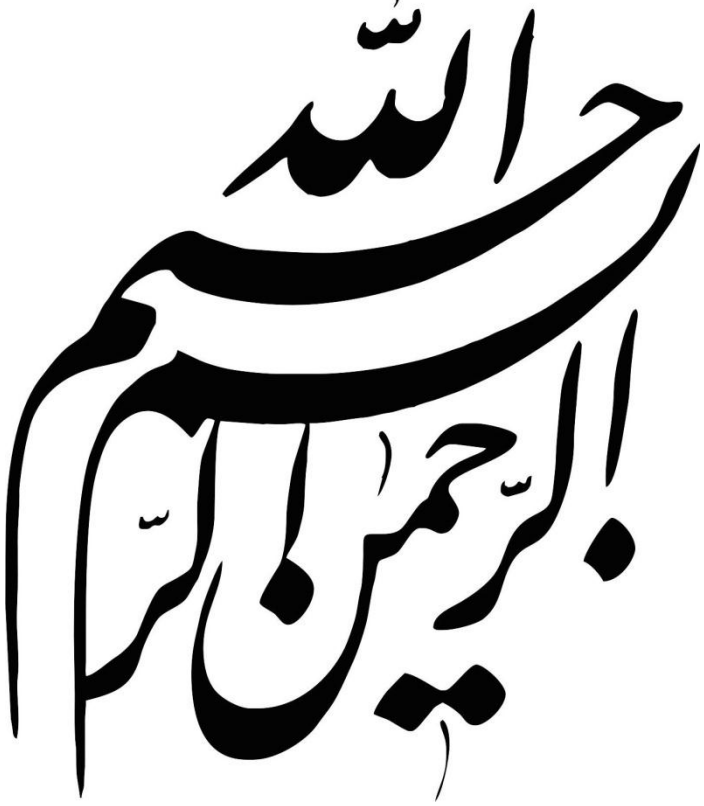
کد رهگیری ثبت پروپوزال: ۱۰۶۱۷۸۱

کد رهگیری ثبت پایان نامه: ۲۰۹۲۵۵۹


بسم الله الرحمن الرحیم

دانشکدهٔ علوم
گروه آموزشی فیزیک

پایان‌نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد در رشته فیزیک گرایش حالت جامد

عنوان:

پدیده‌های بحرانی در تراوش جهت‌دار

استاد راهنما:
دکتر فرهاد جعفرپور همدانی

استاد مشاور:
دکتر سیده راضیه مشعریان

نگارش:
رباب رازینی

۱۰ مهر ۱۳۹۱

کلیه امتیازهای این پایان‌نامه به دانشگاه بوعلی سینا تعلق دارد. در صورت استفاده از تمام یا بخشی از مطالب این پایان‌نامه در مجلات، کنفرانس‌ها و یا سخنرانی‌ها، باید نام دانشگاه بوعلی سینا یا استاد راهنمای پایان‌نامه و نام دانشجو با ذکر مأخذ و ضمن کسب مجوز کتبی از دفتر تحصیلات تکمیلی دانشگاه ثبت شود. در غیر این صورت مورد پیگرد قانونی قرار خواهد گرفت. درج آدرس‌های ذیل در کلیه مقالات خارجی و داخلی مستخرج از تمام یا بخشی از مطالب این پایان‌نامه در مجلات، کنفرانس‌ها و یا سخنرانی‌ها الزامی می‌باشد.

مقالات خارجی

……..……, Bu-Ali Sina University, Hamedan, Iran.

مقالات داخلی

.....، گروه .....، دانشکده .....، دانشگاه بوعلی سینا، همدان.

تقدیم به:

روح آسمانی پدر عزیزم،

شهدای عرصه ی علمی کشور

و تمام کسانی که عمر خود را وقف علم و ایمان کردند.

تقدیر و تشکر از:

استاد بزرگوارم جناب آقای دکتر جعفرپور و سرکار خانم دکتر مشعریان و تمام اساتیدی که در طول تحصیل یاریم کردند،

مادر مهربانم که دعای خیرش همواره پشتیبانم است

و همسر عزیزم که در تمام لحظات مرا همراهی کرد.

باسمه تعالی

صورت‌جلسه دفاع از پایان‌نامه کارشناسی ارشد

پایان‌نامه کارشناسی ارشد رشته فیزیک گرایش حالت جامد

با عنوان:

پدیده‌های بحرانی در تراوش جهت‌دار

جلسه دفاع از پایان‌نامه خانم **رباب رازینی** به ارزش ۶ واحد در روز **دو شنبه** مورخ ۱۳۹۱/۷/۱۰ ساعت ۱۷ در محل **آمفی تئاتر ۱** دانشکده **علوم پایه** در حضور هیأت داوران برگزار گردید که پس از بررسی‌های لازم، پایان‌نامه نامبرده با نمره به عدد **۱۹/۲۵** به حروف **نوزده و بیست و پنج** و با درجه **عالی** مورد ارزیابی قرار گرفت.

ردیف	نام و نام خانوادگی	سمت	مرتبه علمی	امضاء
۱	پروفسور فرهاد جعفر پور همدانی	استاد راهنما	استاد	
۲	دکتر سیده راضیه مشعریان	استاد مشاور	استادیار	
۳	دکتر سعید سهیلی	داور داخلی/خارجی	دانشیار	
۴	دکتر قاسم فروزانی	داور داخلی/خارجی	دانشیار	
۵	دکتر فرهاد آلیانی	★ مسئول تحصیلات تکمیلی دانشکده	دانشیار	

★ بدون حق رأی

دانشگاه بوعلی سینا

مشخصات رساله/پایان نامه تحصیلی

عنوان:

پدیده‌های بحرانی در تراوش جهت‌دار

نام نویسنده: رباب رازینی

نام استاد/اساتید راهنما: دکتر فرهاد جعفرپور همدانی

نام استاد/اساتید مشاور: دکتر سیده راضیه مشعریان

دانشکده : علوم	**گروه آموزشی: فیزیک**	
رشته تحصیلی: فیزیک	**گرایش تحصیلی: حالت جامد**	**مقطع تحصیلی: کارشناسی ارشد**
تاریخ تصویب پروپوزال: ۹۰/۸/۲۹	**تاریخ دفاع: ۹۱/۷/۱۰**	**تعداد صفحات: ۷۵**

چکیده:

از آنجایی که بیشتر پدیده‌ها در طبیعت تحت شرایط غیرتعادلی رخ می‌دهند، بررسی دستگاه‌های غیر تعادلی بسیار مهم است. در این حوزه، مانند فیزیک تعادلی، انتقال فاز به طور ویژه‌ای قابل توجه است. اما هنگام برخورد با دستگاه‌های غیرتعادلی نمی‌توان همان چارچوب نظریهکی تثبیت شده در مکانیک آماری تعادلی را به کار برد. بنابراین بررسی مفاهیمی از فیزیک تعادلی که می‌تواند به دستگاه‌های غیرتعادلی واگذار شود، قابل توجه است.

نظریه تراوش چندین دهه است که شناخته شده است و برای تعداد وسیعی از مسائل در حوزه‌های متنوعی به کار می‌رود. این یکی از ساده‌ترین مدل‌هایی است که یک گذر فاز را نمایش می‌دهد و وقوع یک پدیده‌ی بحرانی مرکز جاذبه‌ی تراوش است.

پس از اصول نظریه تراوش، تعیین احتمال‌های بحرانی یا نقاط گذار یک مسأله‌ی مهم و چالش‌انگیز بوده است. تا کنون، راه حل‌های دقیق فقط برای درختان قراردادی و تعداد کمی از گراف‌های دوره‌ای متناوب یافت شده است. برای گراف‌های دیگر، مسأله با شبیه‌سازی و تخمین تقریب زده می‌شود.

یک مفهوم مهم فیزیک آماری تعادلی نظریه یانگ و لی برای ظهور رفتار غیرتحلیلی در انتقال فاز است. اخیراً این ایده فقط برای یک مدل غیر تعادلی انتگرال‌پذیر به کار برده شده است. ما نیز این روش را برای برآورد نقطه‌ی بحرانی شبکه‌ی بته به کار برده‌ایم.

واژه‌های کلیدی: نظریه تراوش، احتمال بحرانی، نظریه یانگ لی، شبکه‌ی بته

فهرست جداول

جدول ۱-۲. نماهای بحرانی اندازه‌گیری شده برای توزیع اندازه‌ی آتش سوزی جنگل و توزیع اندازه‌ی خوشه‌ی تراوش. ۳۶

جدول ۲-۲. آستانه‌ی تراوش جایگاهی شبکه‌ی مربعی. ۴۶

جدول ۳-۲. برونیابی برای صفرهای خطوط سیر شکل (۴-۲) برای تراوش پیوندی و جایگاهی. . ۵۳

فهرست اشکال

شکل ۱-۱. طرحی از ساختار یک سنگ متخلل دو بعدی ۵

شکل۲-۱. تصاویر تراوش پیوندی روی شبکه مربعی برای ۴ مقدار متفاوت p ۷

شکل۳-۱. تصاویر تراوش جایگاهی روی شبکه مربعی برای ۴ مقدار متفاوت p ۸

شکل۴-۱. رفتار برآورد شده‌ی احتمال تراوش θ ۱۰

شکل ۵-۱. یک خوشه‌ی محدود از شبکه‌ی مربعی که توسط مدار بازی از شبکه‌ی دوگان احاطه شده است ۱۲

شکل ۶-۱. شبکه مربعی خود-دوگان است. دوگان شبکه‌ی مثلثی شبکه‌ی شش گوشی است ... ۱۲

شکل۷-۱. مارپیچی از آینه‌ها ۱۷

شکل۸-۱. طرحی از شبکه‌ی الکتریکی تصادفی ۲۰

شکل۹-۱.یک طرح کلی از ریشه‌های $Z_\mu(T,V)=0$ در صفحه‌ی مختلط y ۲۵

شکل۱-۲. رسانندگی شبکه‌ی بته به عنوان تابعی از نسبت اجزای سازنده. ۳۹

شکل۲-۲. نمونه‌ای از شبکه‌ی یک بعدی ۴۱

شکل۳-۲. (الف) شبکه‌ی کاگومی (ب)شبکه‌ی مارتینی (ج) نمونه‌ای ازشبکه‌های باو-تای ۴۵

شکل۴-۲. نمونه‌ای از خوشه‌ی باقیمانده تا $t=3$ ۴۹

شکل۵-۲. صفرهای احتمال بقا $P(t)$ در صفحه‌ی مختلط. (الف) تراوش پیوندی جهت‌دار، (ب) تراوش جایگاهی جهت‌دار ۵۰

شکل ۶-۲. نزدیک شدن صفرها به نقطه‌ی بحرانی. سه خط سیر محاسبه و با خط تیره مشخص شده‌اند. الف) تراوش پیوندی جهت‌دار، (ب) تراوش جایگاهی جهت‌دار ۵۲

شکل ۱-۳. شبکه‌ی بته تا تراز سوم ۵۵

شکل ۲-۳. گراف‌های f و g برای مقادیر مختلف p ۶۱

شکل۳-۳. نمایش صفرهای احتمال بقا برای الف) شبکه‌ای با $z = 3$ و $t = 7$ و 8 و ب) شبکه‌ای با $z = 4$ و $t = 4$ و 5 ..... ۶۸

شکل۴-۳. منحنی‌های $P(t)$ نسبت به p در زمان‌های مختلف، الف) شبکه‌ای با $z = 3$ و $t = 1$ تا $t = 8$ و ب) شبکه‌ای با $z = 4$ و $t = 1$ تا $t = 5$ ۶۹

فهرست مطالب

مقدمه I

۱ مفاهیم و کلیات **۱**

۱-۱ نظریه تراوش ۲

۱-۱-۱ تاریخچه‌ی نظریه تراوش ۲

۱-۱-۲ مفاهیم و تعاریف اولیه ۴

۱-۱-۳ انواع تراوش ۶

۱-۱-۴ پدیده‌های بحرانی ۹

۱-۱-۵ نماهای بحرانی ۱۳

۱-۱-۵-۱ تعریف نمای بحرانی ۱۳

۱-۱-۵-۲ نماهای بحرانی تراوش ۱۳

۱-۱-۶ تراوش و مدل‌های وابسته ۱۵

۱-۱-۶-۱ مدل اپیدمی ۱۵

۱-۱-۶-۲ روشنایی پر پیچ و خم منعکس کننده‌ها ۱۶

۱-۱-۶-۳ فرومغناطیس و مدل خوشه‌ی تصادفی ۱۷

۱-۱-۶-۴ آتش سوزی جنگل ۱۸

۱-۱-۶-۵ حوزه‌های نفتی ۱۹

۱-۱-۶-۶ شبکه‌ی الکتریکی نامنظم ۲۰

۱-۱-۶-۷ انعقاد و پولیمریزاسیون(ترکیب و تراکم ذرات) ۲۱

۱-۲ نظریه یانگ-لی برای گذر فاز تعادلی و غیر تعادلی ۲۱

۱-۲-۱ گذر فاز تعادلی و غیر تعادلی ۲۱

۲-۲-۱ گذر فاز تعادلی و حد ترمودینامیکی ۲۳
۲-۲-۱ بررسی اجمالی نظریه یانگ-لی گذر فاز تعادلی ۲۴
۲-۲-۴-۱ تابع پارش دستگاه غیرتعادلی ۲۶
۲-۲-۴-۱ کاربردهای نظریه یانگ-لی در گذر فاز غیر تعادلی ۲۸

۲ مروری بر کارهای پیشین ۳۱

۲-۱ نظریه تراوش و مدل‌های وابسته ۳۲
۲-۱-۱ تراوش و اپیدمی ۳۲
۲-۱-۲ تراوش و آتش سوزی جنگل ۳۳
۲-۱-۳ تراوش و محیط‌های متخلل ۳۶
۲-۱-۴ تراوش و شبکه‌ی الکتریکی ۳۸
۲-۱-۵ تراوش و اقتصاد ۳۹
۲-۲ نقطه‌ی بحرانی یا آستانه‌ی تراوش ۴۰
۲-۲-۱ آستانه‌ی تراوش در شبکه‌ی یک بعدی ۴۱
۲-۲-۲ آستانه‌ی تراوش در ابعاد بالاتر ۴۳
۲-۳ تراوش جهت‌دار ۴۷
۲-۳-۱ صفرهای یانگ-لی برای تراوش جهت‌دار ۴۸

۳ تراوش در شبکه‌ی بته یا درخت کیلی ۵۴

۳-۱ معرفی شبکه‌ی بته ۵۵
۳-۲ محاسبه‌ی تراوش در شبکه‌ی بته به روش تحلیلی ۵۶
۳-۲-۱ قضایا در شبکه‌ی بته ۵۷
۳-۲-۲ احتمال بحرانی شبکه‌ی بته ۵۸

۳-۳ محاسبه‌ی تراوش در شبکه‌ی بته به روش یانگ-لی. ۶۲

نتیجه‌گیری **۷۰**

فهرست منابع **۷۱**

چکیده به زبان انگلیسی **۷۵**

مقدمه

یکی از نظریه‌هایی که در حوزه‌ی مکانیک آماری قرار می‌گیرد، نظریه تراوش است. مفاهیم فیزیک آماری مانند نظریه مقیاس‌گذاری، باز بهنجارش، گذر فاز، پدیده‌های بحرانی و فرکتال‌ها مفاهیمی هستند که ویژگی‌های تراوش را توصیف می‌کنند. این نظریه در شاخه‌های مختلف، مانند فیزیک و شیمی و علم مواد و ... کاربرد دارد. در طول ۵ دهه‌ی گذشته، نظریه تراوش به عنوان یک مدل ریاضیاتی گسترده، درک و تکنیک‌های جدیدی را در طیف گسترده‌ای از موضوعات شامل فیزیک، علم مواد، شبکه‌های پیچیده، اپیدمیولوژی و همچنین در جغرافیا به ارمغان آورده است.

تراوش به دو مدل اصلی تقسیم می‌شود. در نوع اول پیوندها بین هر دو جایگاه همسایه‌ی یک شبکه‌ی نامتناهی تعریف می‌شوند و هر اتصال با احتمال p وجود دارد. این تراوش، تراوش پیوندی نام دارد. در نوع دوم که تراوش جایگاهی است، جایگاه‌ها در نقاط شبکه با احتمال p موجودیت می‌یابند. در هر دو مورد، ساختار نقاط متصل که خوشه نامیده می‌شود، با توجه به احتمال p شکل می‌گیرد. همان طور که p افزایش می‌یابد، خوشه ها بزرگتر می‌شوند. سرانجام یک خوشه که تمام دستگاه را در بر می‌گیرد، ایجاد می‌شود. مقدار p که به ازای آن این خوشه تشکیل می‌شود، احتمال بحرانی نامیده می‌شود. این نقطه‌ی بحرانی نشان دهنده‌ی یک گذر فاز در دستگاه است. یعنی رفتار دستگاه در حین گذار تغییر می‌کند به طوری که در زیر نقطه‌ی بحرانی با فاز غیر تراوا و در بالای آن با فاز تراوا روبه‌رو هستیم. بنابراین یافتن نقطه‌ی گذار یا آستانه‌ی تراوش از اهمیت زیادی برخوردار است. بررسی نظریه تراوش به طور برجسته‌ای روی پدیده‌های بحرانی فراگیر که در مجاورت آستانه ظاهر می‌شوند، متمرکز شده‌است. اما با مطالعات تحلیلی فقط نتایج دقیق اندکی در این زمینه به دست آمده است و بیشتر نتایج با استفاده از شبیه‌سازی‌های کامپیوتری حاصل شده‌اند.

نظریه یانگ-لی که یک روش محاسبه‌ی نقطه‌ی گذار دستگاه‌های تعادلی و دور از تعادل است، برای تراوش جهت‌دار به عنوان یک فرآیند دور از تعادل قابل استفاده می‌باشد. در این پایان نامه، پس از معرفی تراوش و کاربردهای آن در فصل اول، به این نظریه پرداخته‌ایم و آن را در دستگاه‌های تعادلی و غیرتعادلی بررسی نموده‌ایم.

در فصل دوم برخی از کارهای انجام شده در زمینه‌ی کاربردهای تراوش و همچنین نقطه‌ی بحرانی را بیان کرده‌ایم. همچنین ارتباط بین تراوش جهت‌دار و نظریه یانگ-لی را با بررسی مقاله‌ای در این زمینه تشریح نموده‌ایم.

در فصل سوم به معرفی شبکه‌ی بته به عنوان شبکه‌ای با حل تحلیلی دقیق پرداخته‌ایم. سپس با استفاده از نظریه یانگ-لی آستانه‌ی تراوش در این شبکه را برآورد کرده‌ایم.

فصل اول:

مفاهیم و کلیّات

۱-۱-نظریه تراوش[۱]

۱-۱-۱- تاریخچه نظریه تراوش

نظریه تراوش شاخه‌ای از نظریه احتمالات است که با خواص محیط‌های تصادفی سروکار دارد. در ابتدا تصور می‌شد که تراوش به کریستال‌ها، مسیرهای پر پیچ و خم و محیط‌های تصادفی برمی‌گردد، اما هم اکنون در حوزه‌هایی مثل مهندسی نفت، آب‌شناسی، ریاضیات فرکتال و فیزیک چگالی شار مغناطیسی ظاهر شده است. همان طور که توسط بنیان گذاران تراوش (برادبنت[۲] و هامرسلی[۳] ، ۱۹۵۷) توضیح داده شده است، به نظر می‌رسد که تراوش و انتشار[۴] هر دو می‌توانند (در یک دید کلی) با سیالات در یک محیط سروکار داشته باشند، اما تفاوت آن‌ها در اهمیت‌شان است: در انتشار، تصادفی بودن متعلق به سیال است در حالی که در نظریه تراوش اهمیت روی تصادفی بودن محیط است.

ریاضیات تراوش می‌تواند ردپایی از فلوری[۵] (۱۹۴۱) و استاکمایر[۶] (۱۹۴۳) را در پشت داشته باشد که تلاش کردند فرایندهای انعقاد را توضیح دهند، اینکه مولکول‌های کوچک به هم می‌چسبند تا در نهایت به شکل یک ماده چسبنده ژلاتینی درآیند. به خاطر اینکه مولکول‌ها نمی‌توانند روی خودشان تشکیل حلقه دهند، فقط شاخه های محدودی دارند و یک خانواده خاصی از شبکه‌ها با عنوان درخت کیلی[۷] یا شبکه بته[۸] را تشکیل می‌دهند. این درخت ها که فقط یک مسیر اتصال ممکن بین هر دو جایگاه دارند، بیشتر به عملیات ریاضی متمایل هستند. به عنوان یک پیامد، بیشتر

---

۱ Percolation Theory
۲ Broadbent
۳ Hammersley
۴ Diffusion
۵ Flory
۶ Stockmayer
۷ Cayley tree
۸ Bethe lattice

ریاضیات نظریه تراوش روی درختان کیلی توسعه یافت (در فصل سوم به طور کامل به شبکه‌ی بته خواهیم پرداخت). قالب تراوش که به عنوان یک سیال جاری در یک مسیر پر پیچ و خم تصور می‌شود توسط برادبنت و هامرسلی ایجاد شد[۱]. به دنبال ارائه مقاله ای روی روش‌های مونت کارلو توسط هامرسلی و مرتن[۱] به انجمن آماری سلطنتی در سال ۱۹۵۴، برادبنت بحث زیر را ارائه داد:

«یک شبکه مربعی(در دو بعد) یا مکعبی(در سه بعد) شامل سلول‌های متصل شده توسط مسیرهایی است که یا باز هستند و یا بسته. احتمال اینکه مسیری که به صورت تصادفی انتخاب شده باز باشد p است. یک مایع (که نمی‌تواند به سمت بالا جاری شود) یا یک گاز (که در تمام جهات حرکت می‌کند) به مسیرهای باز نفوذ می‌کند و یک نسبت $\lambda_{\mathrm{r}}(p)$ از سلول‌ها را در مرحله r ام پر می نماید. مسأله تعیین $\lambda_{\mathrm{r}}(p)$ برای یک شبکه بزرگ است. به طور واضح این یک تابع غیر کاهشی از p است و مقدار صفر را در $p = 0$ و یک را در $p = 1$ می‌گیرد .

هنگامی که $\mathrm{r} \to \infty$ ، $\lambda_{\mathrm{r}}(p)$ به طور کاملاً یکنواخت به $\Lambda(p)$، یک نسبت ثابت و منحصر به فرد از سلول‌های اشغال شده و مستقل از روشی که مایع یا گاز به اولین مرحله وارد می‌شوند، میل می‌کند ...»

این مدل با کارهای برادبنت در انجمن بهره برداری زغال سنگ ایجاد شد[۲]. در آن زمان او درگیر طراحی ماسک گاز برای استفاده از معادن زغال سنگ بود. این ماسک‌ها با استفاده از دانه‌های ریز کربن متخلل با پاکسازی توسط جذب سطحی به عنوان فیلتر هوا عمل می‌کردند. اگر فضای روزنه‌ها در داخل دانه‌های ریز به حد کافی به هم پیوسته بودند، گاز می توانست در داخل آن نفوذ کند، در غیر این صورت دانه‌های ریز به اندازه مناسب نفوذپذیر نبودند و ماسک به خوبی کار نمی‌کرد. هامرسلی به مسأله‌ی برادبنت علاقمند شد و آن را Percolation نامید، چرا که او تصور می‌کرد جریان سیال به داخل مسیر پر پیچ و خم مشابه جریان قهوه در میان تفاله‌های آن در قهوه‌جوش[۲]

---

[۱] Morton
[۲] Percolator

است[۱]. همکاری های بعدی آن‌ها به فرمولبندی آشکاری از مدل تراوش و مجموعه‌های برجسته‌ای از مقالات شامل چند روش عمده برای دریافت آن منجر شد[۲].

۲-۱-۱-مفاهیم و تعاریف اولیه

فرض کنید یک سنگ پر منفذ بزرگ را در آب فرو ببریم. احتمال اینکه مرکز سنگ خیس شود چقدر است؟ در دو بعد مدل برادبنت و هامرسلی بدین صورت بیان می‌شود: اجازه دهید Z^2 سطح شبکه مربعی باشد و p یک عدد بین صفر و یک. در ابتدا هر لبه‌ی Z^2 را آزمایش می‌کنیم و بیان می‌کنیم که این لبه مستقل از لبه‌های دیگر با احتمال p باز و در غیر این صورت بسته است. لبه‌های Z^2 راهروهای درونی سنگ را نشان می‌دهند و پارامتر p نسبت گذرگاه‌هایی است که برای عبور آب از میان آن‌ها به اندازه کافی پهن هستند. ما سنگ مدل شده را یک قسمت متناهی بزرگ از Z^2 در نظر می‌گیریم (شکل ۱-۱). در غوطه‌وری سنگ در آب یک رأس x در داخل سنگ خیس است اگر و فقط اگر یک راه در سطح Z^2 از لبه x به بعضی از رئوس روی مرز سنگ با لبه‌های فقط باز وجود داشته باشد. نظریه تراوش به طور عمده به موجودیت چنین راه‌های بازی وابسته است.

غیر منطقی نیست که فرض کنیم ساختار گذرگاه‌های درونی سنگ در مقایسه با اندازه کلی آن ناچیزند. در چنین شرایطی احتمال اینکه یک رأس نزدیک مرکز با نفوذ آب به داخل سنگ خیس شود نسبتاً شبیه به احتمال این است که این رأس، رأس آخر یک مسیر بی نهایت از لبه‌های باز Z^2 باشد. این مطلب بیان می‌کند که نفوذ بزرگ مقیاس آب در سنگ به وجود خوشه‌های متصل نامحدودی از لبه‌های باز وابسته است.

چه موقع چنین خوشه‌های بی‌نهایتی می‌تواند وجود داشته باشد؟ شبیه‌سازی‌ها شاخص‌های قابل استفاده‌ای برای ساختارهای تصادفی هستند. شکل ۲-۱ شامل چنین تصاویری برای ۴ مقدار مختلف p است. وقتی p کوچک است، خوشه‌های پیوسته از لبه‌های باز، مجزا و کوچک هستند. با افزایش p