



دانشکده مهندسی مکانیک

پایان نامه برای اخذ درجه کارشناسی ارشد

رشته: مهندسی مکانیک - هوافضا

عنوان:

**بررسی ارتعاشات ورق نازک مستطیلی مستقر روی
پایه الاستیک تحت تنش اولیه صفحه‌ای و تحت بار ضربه‌ای**

استاد راهنما:

دکتر شاهرخ حسینی هاشمی

دانشجو:

مرتضی رضوی کرمانشاهی

زمستان ۸۴

چکیده

این پروژه پاسخی دینامیکی ورقهای نازک مستطیلی که حداقل دو طرف آن دارای تکیه‌گاه ساده بوده و تحت بارگذاری مکانیکی مستقر روی فونداسیون الاستیک از نوع پسترنک باشد را بررسی می‌کند. بارهای مکانیکی شامل بارهای ضربه‌ای عمود بر سطح ورق و بارهای درون صفحه‌ای وارد بر لبه‌های ورق به صورت تنش تک محوری و دو محوری می‌باشد. آنالیز براساس روش حل دقیق می‌باشد در ابتدا ارتعاشات آزاد ورق بصورت تحلیلی بررسی شده و فرکانسهای طبیعی و کماتش بحرانی محاسبه می‌شوند.

از روش بسط توابع ویژه برای تعیین رفتار دینامیکی که تحت انواع بارگذاری قرار می‌گیرد استفاده می‌شود و مسائلی همچون کماتش نیز بصورت تحلیلی بررسی می‌گردند در نهایت اثر فونداسیون الاستیک، انواع بارگذاری، ناحیه اعمال بار، تنش غشایی اولیه بر پاسخ دینامیکی ورق درشش حالت بصورت حل دقیق بررسی می‌گردد.

این تحلیلها کاربردهای عمده‌ای در آنالیز تنش و طراحی روسازی بتنی فرودگاه، فونداسیون ماشین‌آلات صنعتی، ورقهای بکار رفته در پی ساختمان، محفظه احتراق موشک و ... دارند.

مقدمه

ورقهای نسبتاً ضخیم مستطیلی بطور وسیعی در مهندسی عمران استفاده می‌شوند یک نوع سازه که در آن از این نوع ورقها استفاده می‌شود روسازی بتنی فرودگاه می‌باشد که در این حالت ورقها در طی عمر کاریشان تحت فشار خارجی مخصوصاً بارهای ضربه‌ای مانند فرود آمدن هواپیما و بارهای درون صفحه‌ای در اثر اتصال با بلوکهای مجاور می‌باشند مسأله معمولاً ساده شده و بصورت یک ورق مستطیلی قرار گرفته روی فونداسیون الاستیک بررسی می‌شود به همین دلیل مطالعه رفتار دینامیکی ورقها تحت شرایط بارگذاری ترکیبی و مستقر روی فونداسیون الاستیک یک موضوع قابل توجه در طراحی روسازی بتنی فرودگاه می‌باشد.

ورقها بصورت گسترده‌ای در صنعت بویژه صنایع هوا فضایی کاربرد دارند به طور مثال هنگام بررسی سازه موشک باید فرکانس‌های طبیعی آن محاسبه شده و مشخص باشند تا در اثر بارهای تحریک ناشی از سیستمهای دوار داخلی مانند پمپ، توربین، ژنراتور و ... موشک دچار پدیده تشدید نشده و سیستم کنترل موشک مختل نگردد. و یا بطور خاص می‌توان محفظه احتراق یک موشک سوخت مایع را نام برد که در معرض گازهای داغ ناشی از احتراق قرار دارد و ممکن است در اثر نوسانات سیستم تغذیه دچار پدیده ناپایداری احتراق شود که به انفجار موشک در لحظات ابتدایی پرتاب می‌انجامد.

پی‌ها سازه‌هایی هستند که برای انتقال بارهای وارده از سازه روئی به خاک زیرین، طراحی و ساخته می‌شوند خاصیت الاستیک خاک با یک فنر معادل می‌گردد تفاوت پی ماشین آلات با انواع دیگر پی‌ها تفاوت در نوع بارگذاری و محدودیت شدید تغییر مکانهای مجاز می‌باشد اغلب ماشین آلات بر پی‌ها بارهای دینامیکی وارد می‌کنند که این بارها بصورت تابعی از زمان تغییر می‌یابند بارهای دینامیکی موجب ایجاد پاسخ بصورت تابعی از زمان در پی‌ها می‌شوند. بار وارده از ماشین آلات ممکن است بصورت بارهای پرودیک یا منظم، بصورت بارهای رفت و برگشتی و یا بارهای گذرا باشد بدلیل طبیعت دینامیکی مساله پی ماشین آلات بررسی پدیده تشدید و محاسبه فرکانس‌های طبیعی از اهمیت خاصی برخوردار است در فرکانس‌های کاری نزدیک فرکانس‌های تشدید سیستم تغییر مکانها به مقادیر بسیار بزرگی می‌رسند و در

صورت نبودن میرایی مقادیر تغییر مکانها به سمت بی‌نهایت میل می‌کنند. بنابراین برآورد فرکانس‌های طبیعی سیستم شالوده و در نظر گرفتن حاشیه اطمینان بین فرکانس کاری و فرکانس طبیعی سیستم از مراحل مهم طراحی به شمار می‌رود در پی اغلب ماشین آلات محدودیت‌های خاصی برای تغییر مکانهای مجاز وجود دارد تغییر مکانهای پی در صورتیکه از مقدار معینی تجاوز کنند می‌توانند موجب اختلال در عملکرد ماشین شده و یا موجب ایجاد اشکال در اتصال مابین ماشین و سایر دستگاهها گردد لذا حد مجاز حرکات پی برای جلوگیری از خرابی ماشین و تاثیر آن بر انسان بصورت گراف و دستورالعملهای ایمنی ارائه می‌گردد تغییر مکانهای بیش از حد مجاز اغلب موجب بهم خوردن دقت دستگاهها می‌شود و در بسیاری از ماشین آلات که از طریق لوله‌هایی به قسمتهای دیگر متصل هستند ایجاد تغییر مکانهای ناهمگن موجب قطع این اتصالات می‌گردد.

صفحات به دو دسته نازک و ضخیم تقسیم می‌شوند که ورقهای نازک خود به دو دسته ورق نازک با خیز کوچک و دیگری ورق نازک با خیز بزرگ (خیز برابر یا بزرگتر از ضخامت) تقسیم می‌شوند که در حالت ورقهای نازک باید نسبت ضخامت به طول دهانه کوچکتر کمتر از $\frac{1}{4}$ باشد. همچنین نیروهای خارج وارد بر ورق نیز به دو دسته نیروهای سطحی و نیروهای حجمی تقسیم می‌شوند که نیروهای سطحی به یک نقطه و یا مساحت وارد می‌شود ولی نیروهای حجمی به میدانهایی مانند جاذبه و مغناطیس و یا در حال حرکت مانند اینرسی و لختی نسبت داده می‌شود.

کارهای زیادی در زمینه ارتعاشات آزاد و اجباری ورقهای ایزوتروپیک و کامپوزیت انجام شده است. تحلیل‌های دینامیکی ارائه شده برای شرایط مرزی گوناگون مانند ورق به چهار تکیه‌گاه ساده (حللهای ناویز) یا ورق با دو تکیه‌گاه موازی ساده (حللهای لوی) انجام شده‌اند برای انواع دیگر شرایط مرزی که ۲۱ حالت می‌باشد فقط نتایج عددی وجود دارد که روش ریلی رتیز یکی از روشهاست و برای تعیین فرکانس‌های طبیعی با هر شرایط تکیه‌گاهی بکار می‌رود مطالعه ارتعاشی صفحات اولین بار توسط کلدنی (*Chladni*) به صورت کارهای آزمایشی در اوایل قرن نوزدهم آغاز شد که بعدها در سال ۱۸۱۱ توسط سوفی جرمن توضیحات تئوری آن به اثبات رسید و بعدها در سال ۱۸۱۶ سوفی جرمن و لاگرانژ اولین تئوری صحیح صفحات را ارائه کردند و بعدها در سال ۱۸۵۰ کیرشف - کلون این تئوری را کامل کردند باید اشاره کرد که اولین حل کامل و دقیق را ناویر برای صفحات مستطیلی با شرایط تکیه‌گاهی ساده لوی بری صفحات با

دو لبه موازی ساده و دو لبه دیگر با شرایط مرزی اختیاری ارائه کردند که بعدها تئوری کلاسیک ورق نازک توسط کامن و ریزنر و میندلین بهبود یافت.

یکی دیگر از روشهای حل روش المان محدود می باشد اگرچه به نظر می رسد عبارات ماتریس جرم و سختی که مسایل مقدار ویژه را در روش المان محدود مشخص می کند مانند عبارات روش ریلی رتیز می باشد. اولین کسانی که از این روش استفاده کردند ملوش - چانگ و زینکیو ویک می باشند.

عمده ترین کار انجام شده روی ورقهای نازک مستطیلی توسط لیسا در سال ۱۹۶۹ می باشد [۱] همچنین می توان به کارهای بعدی لیسا در مراجع [۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷] اشاره کرد عمده ترین کار لیسا در این زمینه تحلیل ارتعاشات آزاد ورقهای نازک مستطیلی برای تمام ۲۱ شرط مرزی کلاسیک می باشد [۸].

حل دقیق معادلات مشخصه ورقهای نازک مستطیلی با دو لبه موازی دارای تکیه گاه ساده را می توان در کارهای ارائه شده توسط لیسا در سال ۱۹۷۳ پیدا کرد همچنین کانگ و سینگ با استفاده از روش ریلی رتیز در سال ۱۹۸۸ ارتعاشات ورقهای مستطیلی مستقر روی تکیه گاههای درون صفحه ای ویسکوالاستیک را مورد بررسی قرار دارند.

اشدین، لامبورگ و چاین در سال ۱۹۹۹ میدان صوتی گذرا ناشی از ورق تحت ضربه را به دو روش شبیه سازی عددی و تجربی بررسی کردند.

چانگ و زود در سال ۲۰۰۰ فرکنسهای طبیعی ورقهای نازک را که روی حفره مستطیلی شکل حاوی سیال قرار داشته و رابطه حاکم با معادلات سیال کوپل می باشند را بدست آوردند.

لم - وانگ در سال ۲۰۰۰ حل دقیقی برای خمش - کمانش و ارتعاشات ورقهای لوی مستقر روی فونداسیون به روش تابع گرین بدست آوردند.

گورمن در سال ۲۰۰۰ ارتعاشات کمانش ورقهای مستطیلی با دو لبه آزاد که لبه آزاد تحت بارهای درون صفحه ای است را به روش جمع آثار بدست آوردند.

کوی - هاوچنگ در سال ۲۰۰۱ پاسخ کمانش دینامیکی ورقهای مستطیلی که تحت بار ضربه ای داخلی قرار گرفته اند را به روش عددی بدست آوردند همچنین روسی و گاتیرزو لاورا در سال ۲۰۰۱ ارتعاشات اجباری ورقهای مستطیلی تحت بارهای هارمونیک توزیع شده در یک ناحیه مستطیلی روی ورق را به روش المان محدود مورد بررسی قرار دارند.

هانگ در سال ۲۰۰۱ ارتعاشات آزاد ورقهای مستطیلی روی پایه الاستیک را به روش المان محدود تحلیل نمود همچنین لیسا و هن کانگ در سال ۲۰۰۲ حل دقیقی برای ارتعاشات و کمانش ورق مستطیلی شکل با شرط مرزی SCSC تحت تنشهای درون صفحه‌ای خطی بدست آوردند.

وانگ و زیانگ نیز حل دقیق برای ارتعاشات و کمانش ورق نازک یا دو لبه موازی در سال ۲۰۰۲ ارائه کردند.

شن در سال ۲۰۰۳ به تحلیل ورق نازک تحت ضربه پرداخت همچنین زیانگ وردی در سال ۲۰۰۳ حل دقیقی برای ارتعاشات طبیعی ورقهای مستطیلی با دو لبه موازی ساده ارائه کردند.

حسینی هاشمی و ارسنجانی حل دقیق برای ۶ حالت از ورقهای مستطیلی ضخیم با دو لبه موازی ساده بدست آوردند اما در تمام کارهای گفته شده ورق فاقد فونداسیونهای الاستیک و تنش تک محوری و دو محوری به صورت همزمان می‌باشد. در پروژه حاضر به حل دقیق برای ورقهای نازک مستطیلی مستقر روی پایه الاستیک از نوع پسترنک که تحت تنش تک محوری و دو محوری می‌باشد و همچنین متاثر از تاثیر بار ضربه‌ای می‌باشد می‌پردازیم که این تحلیل برای شش حالت که دارای دو لبه موازی ساده می‌باشد و لبه‌های دیگر ترکیبی از تکیه‌گاههای مختلف ساده و گیردار و یا آزاد می‌باشد محدود می‌باشد ارتعاشات آزاد به کمک روش جداسازی متغیر بررسی شده و بعد از بدست آوردن معادله مشخصه ورق برای هر شش حالت به کمانش ورق‌ها می‌پردازیم که بعد از بدست آوردن مقدار کمانش متاثر از ابعاد و پایه الاستیک فرکانس‌های طبیعی برای هر کدام از حالتها به ازای مقادیر مختلف کمانش در حالت‌های مختلف بدست می‌آید که در نهایت پس از بدست آوردن شکل مودها ورق تحت تاثیر نیروهای ضربه‌ای مختلف مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد و تغییر شکل‌های آن به ازای مقادیر مختلف k در زمانهای مختلف بدست می‌آید نیروهای نرم‌افزار مورد استفاده در این پروژه *Mathematica* می‌باشد که قابلیت بالایی در انجام محاسبات ریاضی دارد پروژه حاضر در شش فصل گردآوری شده است که در هر کدام از این فصلها به مطالب زیر پرداخته می‌شود.

در فصل اول کاربرهای ورق در زمینه طراحی - روسازی بتنی فرودگاه - طراحی پی ماشین‌آلات جهت کنترل ارتعاشات توضیح داده خواهد شد.

در فصل دوم به تحلیل ورقهای نازک مستقر روی پایه الاستیک تحت تنش تک محوری و دو محوری که دارای دو لبه موازی ساده باشد می‌پردازیم و معادلات حاکم و فرمولهای بدون بعد آن را استخراج می‌کنیم در این فصل برای شش حالت ارتعاشات آزاد بصورت تحلیلی حل شده و معادله مشخصه و فرکانس‌های طبیعی بدست می‌آید همچنین مقدار کماتش ورق برای شش حالت و تحت تاثیر تنش تک محوری و دو محوری و همچنین تغییرات پایه الاستیک بدست می‌آید.

در فصل سوم به بررسی روابط ارتعاشات اجباری ورق تحت انواع بارگذاری مکانیکی می‌پردازیم و به کمک روش بسط توابع ویژه پاسخ دینامیکی ورق را نسبت به اعمال نیروی قائم بدست می‌آوریم رابطه مذکور برحسب زمان و نیروی بدون بعد می‌باشد که به کمک آن می‌توان جابجایی عرضی ورق را در زمانهای مختلف محاسبه نمود

فصل چهارم - بررسی نتایج حاصل از ارتعاشات آزاد که شامل فرکانسهای طبیعی و کماتش حاصل از تغییرات پارامتریک پایه الاستیک و تنش‌های تک محوری و دو محوری برای شش حالت می‌باشد می‌پردازد.

فصل پنجم - به بررسی نتایج ارتعاشات اجباری ورق به ازاد تغییر پارامترهای مختلف ورق اختصاص دارد همچنین در این فصل نتایج حاصل از تغییرات پارامتریک برای هر شش حالت و گنجانده شده است. درضمن برای بدست آوردن مقدار نسبتاً دقیق جابجایی عرضی ورق یک تست همگرایی انجام می‌شود.

فصل ششم - بحث و نتیجه‌گیری می‌باشد که در آن به ارائه پیشنهاد و کارهای قابل انجام پرداخته می‌شود.

۱-۱- طراحی پی جهت کنترل ارتعاشات

تا اوائل قرن بیستم برای طراحی پی ماشین آلات از روشهای صرفاً تجربی استفاده می شد و طراحی بدون برآورد دامنه نوسانات و محاسبه فرکانس های طبیعی (تشدید) صورت می گرفت. در این روشهای تجربی، عموماً بر استفاده از بلوکهای سنگین پی تاکید می گردید. بعنوان نمونه برای کاهش تغییر مکان ایجاد شده، وزن پی حداقل ۳ تا ۵ برابر وزن ماشین در نظر گرفته می شد. استفاده از پی های سنگین، شاید در ابتدا منطقی و در جهت اطمینان به نظر برسد ولی با توجه به رفتار دینامیکی سیستم، ایرادات این نوع رویکرد به مساله پی ماشین آلات آشکار می گردد. در واقع در این نوع طراحی از تمامی پارامترهای نوسان نظیر نوع تحریک و بار وارده و طبیعت و نوع خاک زیرین اغماض شده و تنها پارامتر موثر وزن ماشین در نظر گرفته می شود. با در نظر گرفتن وزن زیاد برای پی، فرکانس طبیعی (تشدید) افزایش و میرایی کاهش می یابد.

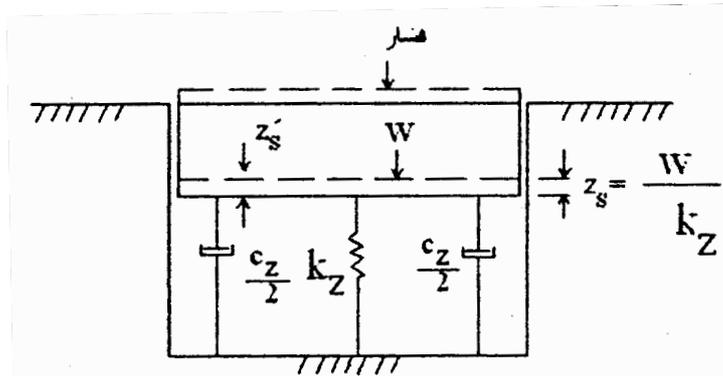
میرایی در کاهش میزان نوسانات در نزدیکی فرکانس های طبیعی نقش مهمی دارد. بعلاوه با در نظر گرفتن وزن زیاد برای پی و افزایش فرکانس طبیعی، ممکن است مقدار فرکانس طبیعی به مقدار فرکانس کاری دستگاه نزدیک شده و پدیده نامطلوب تشدید اتفاق بیفتد.

اولین مطالعه متمرکز بر روی پی ماشین آلات بین سالهای ۱۹۲۸ تا ۱۹۳۶ توسط یک موسسه آلمانی و با در نظر گرفتن مشخصات تحریک و خاک زیرین انجام شد. در این مطالعات، مدل پی ساخته شد و مورد آزمایش قرار گرفت و گزارش کاملی از ارتعاشات پی در مد ارتعاشی قائم توسط هرتویک، فرو و لورنز در سال ۱۹۳۳ تهیه و ارائه گردید. در نتیجه این آزمایشات مشخص شد که سیستم پی، ماشین و خاک زیرین را می توان در قالب جرم، فنر و میراگر مدل کرد.

همانند شکل (۱-۱) یک پی صلب در داخل زمین قرار دارد و تکیه گاه زمین با فنر معادل خاک تعویض

شده است. و با وجود میرایی در سیستم، معادله ارتعاشی زیر حاصل می شود.

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0$$



شکل ۱-۱: پی در وضعیت تعادل درست پیش از جابجایی جزئی به سمت پایین در اثر فشار سریع

برای حل معادله ارتعاشی فوق به k و c نیاز است.

۲-۱- ثابت فنرهای معادل خاک و میرایی

بارکان^۱ مرجعی است که به کرات برای فنرهای معادل خاک از آن استفاده می‌شود. وی پارامتر بدون بعد

بسامد a_0 را برای پی گرد بصورت زیر تعریف می‌کند:

$$a_0 = \frac{\omega r_0}{V_s} = \omega r_0 \sqrt{\frac{\rho}{G'}} \quad (2-1)$$

که V_s سرعت موج برشی در خاک، ρ جرم مخصوص خاک و G' مدل برشی خاک می‌باشند. a_0 متناظر

مورد استفاده در منحنی‌های فنر برای پی‌های مستطیلی عبارتست از:

$$a_0 = \frac{\omega B}{V_s} \quad (3-1)$$

کاملاً توجه داشته باشید که عرض پی تعریف شده در شکل (۲-۱) برابر $2B$ است، بنابراین مقدار B مورد

استفاده در این معادله نصف عرض پی است. در اینجا ω بسامد ماشین است، نه بسامد طبیعی سیستم. در

این روش استفاده از گشتاور لختی پلان حول محور x یا y ضرورت دارد. این محاسبه برای مستطیل

یکپارچه مقادیر زیر را بدست می‌دهد:

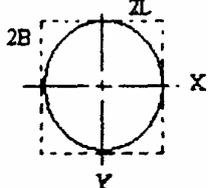
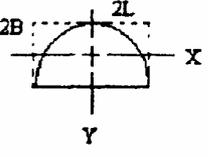
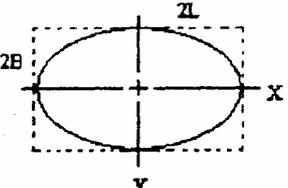
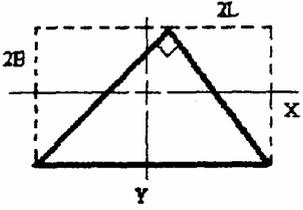
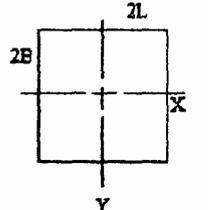
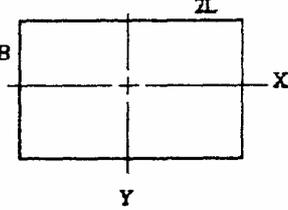
^۱ Barkan

$$I_x = 1.333LB^3 \quad I_y = 1.333BL^3 \quad I_z = I_x + I_y \quad (4-1)$$

ثابت دیگر مورد استفاده عبارتست از:

$$J_a = \frac{A}{4L^2} \quad (5-1)$$

A بیانگر سطح است) مقادیر مختلف J_a در شکل (۱-۲) نشان داده شده‌اند

		
$A = 0.7854(2L)^2$ $J_a = \frac{A}{4L^2} = 0.7854$	$A = 0.3927(2L)^2$ $J_a = 0.3927$	$A = \frac{\pi L^2}{2}$ $J_a = 0.3927$
		
$A = 0.866L^2$ $J_a = 0.216$	$A = 4L^2$ $J_a = 1$	$A = 2L^2$ $J_a = 0.5$

شکل ۱-۲: ضرایب A و J_a برای چند شکل هندسی خاص

در شکل (۱-۳) انواع ضریب فنر معادل برای خاک در حالت استاتیکی نشان داده شده است. که باید در ضریب η_z ضرب شوند تا ضرایب در حالت دینامیکی بدست آیند. و این ضریب در شکل (۱-۴) آمده است توجه داشته باشید که طول ضرب در عرض $2L \times 2B$ می‌باشد که L موازی محور x و B موازی محور y است.

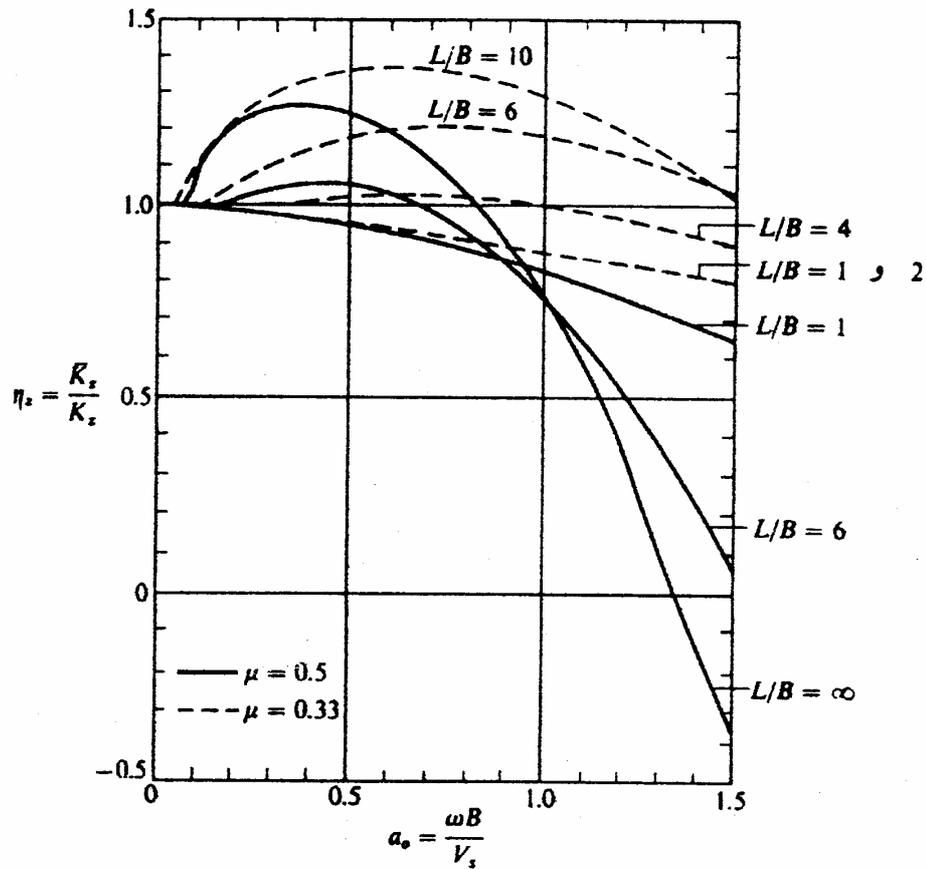
برای پی‌های مستطیلی	پی دایره‌ای	پی نواری
<p>مرد قائم</p> $K_z = S_z \frac{2LG'}{1-\mu}$	$K_z = \frac{4G'B}{1-\mu}$	$K_z = \frac{0.8G'(2L)}{1-\mu}$
<p>مرد افقی</p> <p>موازی محوری y</p> $K_y = S_y \frac{2LG'}{2-\mu}$ <p>موازی محور x</p> $K_x = S_y \frac{2LG'}{2-\mu}$	$K_y = \frac{8G'B}{2-\mu}$ $K_x = K_y$	$K_y = \frac{2.24G'(2L)}{2-\mu}$
$K_x = S_y \frac{2LG'}{2-\mu} - \frac{0.21LG'}{0.75-\mu} \left(1 - \frac{B}{L}\right) \quad (n_x = 1 \text{ for } K_z \text{ so } \bar{K}_x = K_x)$		
<p>مرد خمشی</p> <p>حول محور x</p> $K_{\theta x} = S_{\theta x} \frac{G'}{1-\mu} (I_{\theta x})^{0.75} \left(\frac{B}{L}\right)^{-0.25}$	$K_{\theta x} = \frac{8G'B^3}{3(1-\mu)}$	$K_{\theta x} = \frac{\pi(2L)G'B^2}{2-2\mu} \left[1 + \left(\frac{\ln(3-4\mu)}{\pi}\right)^2\right]$
<p>حول محور y</p> $K_{\theta y} = S_{\theta y} \frac{G'}{1-\mu} (I_{\theta y})^{0.75}$	$K_{\theta y} = K_{\theta x}$	
<p>مرد پیچشی</p> $K_t = S_t G'(J)^{0.75}$	$K_t = \frac{16G'B^3}{3}$	

جدول ۱-۱- مقادیر ضریب فنر معادل خاک در حالت استاتیکی

جدول (۱-۱) و شکل (۱-۳) براساس منحنی‌های دبری^۱ و گازتز^۲ می‌باشند.

^۱ Dobry

^۲ Gazetas



شکل ۱-۳- ضریب η_z برای تبدیل ضریب فنر معادل خاک از حالت استاتیکی به دینامیکی

ضرایب S_i از جدول (۱-۲) بدست می آید. در فرمولهای ارائه شده μ ضریب پواسون خاک می باشد.

مود		محدوده کاربرد
قائم	$S_z = .8$	$J_a \leq 0.02$
	$S_z = .73 + 1.5(J_a)^{.75}$	$J_a > 0.02$
افقی	$S_y = 2.24$	$J_a \leq 0.16$
	$S_y = 4.5(J_a)^{.38}$	$J_a > 0.16$
خمشی	$S_{\alpha} = 2.54$	$\frac{B}{L} \leq 0.4$
	$S_{\alpha} = 3.2\left(\frac{B}{L}\right)^{.25}$	$\frac{B}{L} > 0.4$
پیچشی	$S_t = 3.8 + 10.7\left(1 - \frac{B}{L}\right)^{10}$	هر B/L

جدول ۱-۲- ضرایب S_i برای محاسبه K_i

۱-۳- پی ماشین آلات

پی موتورهای پیستونی، کمپرسورها، برجهای رادار، پرسهای سوراخ‌کننده، توربین‌ها، موتورهای الکتریکی بزرگ و ژنراتورها و غیره در معرض ارتعاشات ناشی از نیروهای نامتوازن ماشین همچنین وزن استاتیکی ماشین قرار دارد. در صورت بزرگ بودن این ارتعاشات امکان آسیب دیدن ماشین یا عدم عملکرد صحیح آن وجود دارد. به علاوه ارتعاشات ممکن است بر روی ساختمان یا اشخاصی که در نزدیکی ساختمان کار می‌کنند تاثیر زیان‌آور داشته باشد، مگر آنکه بسامد و دامنه ارتعاشات کنترل شود در مسائل پی ماشین آلات، دستگاهی که ارتعاش یا بار دینامیکی نامتوازن ایجاد می‌کند، بر روی بلوک پی و در نهایت بر روی خاک قرار می‌گیرد. بارهای دینامیکی حاصل از کارکرد ماشین موجب جابجایی دینامیکی بلوک پی می‌شوند. در طراحی پی ماشین آلات، مساله تغییر مکانهای دینامیکی از اهمیت خاصی برخوردار است. چنانچه تغییر مکانهای ایجاد شده در اثر کارکرد ماشین بزرگ باشد، مشکلات زیر بدست می‌آید:

کارکرد افراد در مجاورت ماشین با اشکال مواجه شده و یا حتی ممکن است غیرممکن گردد.

دستگاه یا لوله‌های متصل به ماشین آسیب خواهد دید.

در نتیجه تغییر مکان بیش از حد پی، عملکرد صحیح ماشین مختل می‌گردد.

بعلاوه ارتعاشات بلوک پی می‌تواند از طریق خاک به ساختمانها و ماشین آلات مجاور منتقل شده و در

نتیجه ممکن است موجب ایجاد اشکال در عملکرد آنها شود.

بعنوان مثال یک کمپرسور هوای ساده که بوسیله یک موتور الکتریکی کار می‌کند، را در نظر بگیرید.

چرخش موتور به وسیله تسمه به شفت که در پایین کمپرسور واقع است، منتقل می‌شود. همانطوریکه

می‌دانید، چرخش شفت بوسیله یک میل لنگ و میله متصل‌کننده به حرکت خطی پیستون تبدیل می‌شود که

به همین دلیل در حرکت پیستون شتاب ایجاد می‌نماید. بزرگی بار نامتوازن ناشی از حرکت پیستون،

برحسب جرم و ابعاد قطعات ماشین قابل بیان است.

بنابراین در مثال بیان شده، مجموعه پیچیده‌ای از نیروهای دینامیکی وجود دارد. چنانچه فرض شود

جداره و تکیه‌گاههای کمپرسور صلب هستند، نیروهای فوق‌الذکر به بلوک پی و در نتیجه به خاک زیر پی

انتقال می‌یابند. شتاب ایجاد شده در کمپرسور و بلوک پی موجب بوجود آمدن نیروهای دینامیکی اضافی

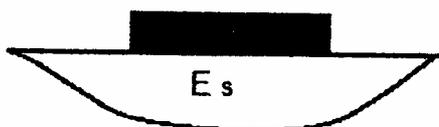
می‌شوند که به خاک انتقال خواهد یافت. در نتیجه بلوک پی تحت حرکت گهواره‌ای (چرخشی) و حرکت افقی و قائم قرار خواهد گرفت. لازم بذکر است که فرض اتصال صلب کمپرسور به بلوک پی همیشه معتبر نمی‌باشد و به جزئیات نصب دستگاه بر روی پی بستگی دارد.

۱-۴- انواع فونداسیون

مدلهای ارائه شده برای بستر خاک که در روسازی مورد استفاده قرار می‌گیرد، عبارتند از:

۱- وینکلر^۱ ۲- جامد الاستیک^۲ ۳- پسترنیک^۳ ۴- کرر^۴ ۵- کلونین^۵

فونداسیون‌های ۱ و ۲ در شکل‌های (۱-۴) و (۱-۵) نشان داده شده‌اند. که هیچکدام برای مدل کردن خاک واقعی مناسب نیستند. در مدل وینکلر از مقاومت برشی خاک صرف‌نظر می‌شود. و بصورت مجموعه‌ای از فنرهای مجزا در نظر گرفته می‌شود. مدل جامد الاستیک در بیان فونداسیون با وجود درجه بالای اندر کنش برشی مناسب است. استفاده از مدل جامد الاستیک در پیشگویی تنش نامحدود در لبه‌ها و گوشه‌های ورق قرار گرفته بر روی آن نتایج خوبی می‌دهد.



شکل ۱-۵- ورق بر روی فونداسیون جامد الاستیک



شکل ۱-۴- ورق بر روی فونداسیون وینکلر

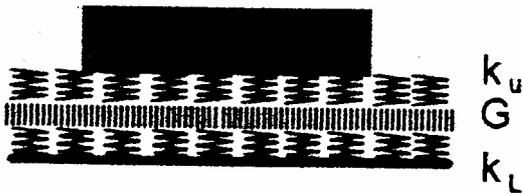
^۱ Winkler

^۲ Elastic solid

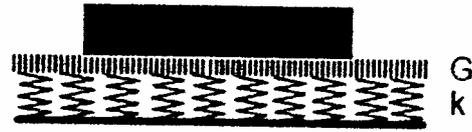
^۳ Pasternak

^۴ Kerr

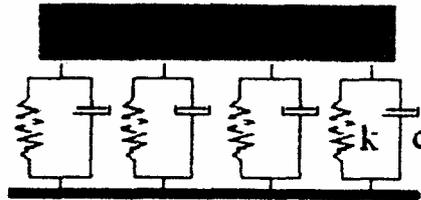
^۵ Kelvin



شکل ۱-۷- ورق بر روی فونداسیون کرر



شکل ۱-۶- ورق بر روی فونداسیون پسترنیک



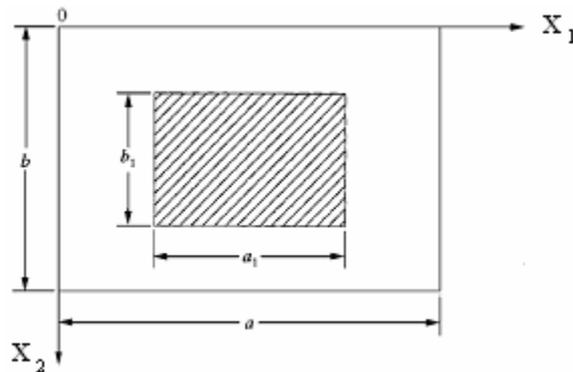
شکل ۱-۱- ورق بر روی فونداسیون کلوین

هر دو مدل در بیان رفتار بستر در دور از لبه‌های ورق کارایی خوبی ندارند. جابجاییهای خاک سریعتر از آنچه که مدل جامد الاستیک پیشگویی می‌کند از بین می‌رود ولی در مدل وینکلر به این سرعت نیست. فونداسیون الاستیک از نوع پسترنیک یک اندر کنش برشی بین المانهای خاک در نظر می‌گیرد. در واقع ترکیب یک لایه برشی در بالای لایه فنری را پیشنهاد می‌کند شکل (۱-۶). پروفیل جابجایی پیشگویی شده توسط فونداسیون پسترنیک بسیار سریعتر از مدل جامد الاستیک ناپدید می‌شود لذا یک تشابه بهتر از جابجاییهای مشاهده شده در یک فونداسیون واقعی با عمق محدود نشان می‌دهد. در چهارمین نشست بین‌المللی مدل‌های تئوری روسازی بتنی و هشتمین نشست جاده‌های بتنی به عنوان بهترین گزینه برای مدل کردن بستر برگزیده شد. کرر پیشنهاد کرد که اگر یک لایه فنری دیگر بر روی فونداسیون پسترنیک قرار گیرد حل الاستیک دقیقتری بدست می‌آید شکل (۱-۷). فونداسیون کلوین در واقع یک فونداسیون ویسکوالاستیک می‌باشد که اثر میرایی را نیز در نظر می‌گیرد (شکل ۱-۸).

۲-۱- نحوه استخراج معادلات

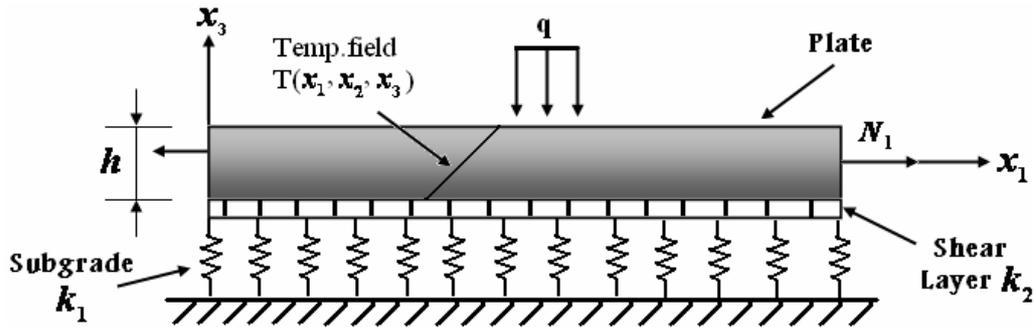
برای توضیح چگونگی استخراج معادلات حاکم بر مسئله ابتدا باید به معرفی شرایط و فرضیات حاکم پرداخته شود. در اینجا فرض می‌شود که ورق به طور پیوسته در امتداد سطح تحتانی خود بر روی یک پی تکیه داده و پی نیز دچار تغییر شکل الاستیک می‌شود. نیروی واکنش پی متناسب با خیز ورق در هر نقطه در نظر گرفته می‌شود k_1 ثابت یا مدول کف، ماده نامیده می‌شود..

یک ورق مستطیلی ضخیم به طول a ، عرض b و ضخامت h که روی یک فونداسیون الاستیک از نوع پسترنیک قرار گرفته در نظر گرفته می‌شود. چهارلبه ورق دارای تکیه گاههای ساده هستند. دستگاه مختصات کارتزین (x_1, x_2, x_3) در لبه ورق قرار می‌گیرد (شکل ۲-۱).



شکل ۲-۱: ورق مستطیلی به ابعاد $a \times b$ با دستگاه مختصات در لبه

ورق تحت بار ضربه ای q در ناحیه $a_1 \times b_1$ ترکیب شده با بارهای داخل صفحه ای N_x در جهت x و N_y در جهت y قرار گرفته است. فرض می‌شود که فونداسیون به ورق چسبیده و جدایش رخ نمی‌دهد.



شکل ۲-۲: ورق مستطیلی تحت بار و قرارگرفته بر روی فونداسیون الاستیک

رابطه نیرو - جابجایی فونداسیون بصورت $P_1 = \bar{k}_1 \bar{w} - \bar{k}_2 \nabla^2 \bar{w}$ فرض می‌شود که \bar{w} جابجایی ورق، P_1 نیرو بر واحد سطح، \bar{k}_1 سفتی فونداسیون وینکلر، \bar{k}_2 ثابت بیان کننده اثرات برشی پایه های عمودی در امتداد محور x_3 و ∇^2 اپراتور لاپلاس در x و y می‌باشد. چرخش های صفحه میانی عمود بر محورهای x و y و t زمان و ω فرکانس می‌باشد

آنالیز بر اساس تئوری کلاسیک ورق یا تئوری کریشوف می‌باشد که در این تئوری از تنش نرمال در راستای X_3 یعنی σ_3 و تنش های برشی σ_{23} ، σ_{13} در مقایسه با سایر مولفه های تانسور تنش در سرتاسر ضخامت ورق صرف نظر می‌شود.

روابط کرنش - تنش سه بعدی با استفاده از قانون ترموالاستیکی دوهمال - نیوتن بصورت:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \sigma_{kk} \delta_{ij} + \alpha(T - T_0) \quad (2-1)$$

نوشته می‌شوند. بنابراین مولفه های تانسور کرنش در غیاب بار حرارتی بصورت:

$$\varepsilon_{11} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{11} - \frac{\nu}{E} (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}) \quad (2-2)$$

$$\varepsilon_{22} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{22} - \frac{\nu}{E} (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}) \quad (2-3)$$

$$\varepsilon_{33} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{33} - \frac{\nu}{E} (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}) \quad (2-4)$$

$$\varepsilon_{12} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{12} \quad (2-5)$$

$$\varepsilon_{13} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{13} \quad (2-6)$$

$$\varepsilon_{23} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{23} \quad (2-7)$$

می باشند . همچنین مولفه های بردار جابجایی بر اساس فرضیات مربوط به تئوری کلاسیک ورقهای نازک عبارتند از:

$$U_1 = -x_3 \psi_{3,1}(x_1, x_2, t) \quad (2-8)$$

$$U_2 = -x_3 \psi_{3,2}(x_1, x_2, t) \quad (2-9)$$

$$U_3 = \psi_3(x_1, x_2, t) \quad (2-10)$$

در نتیجه $\varepsilon_{33} = U_{3,3} = 0$ است . از طرف دیگر طبق فرضیات مربوط به تئوری کلاسیک ورق از تنش نرمال در راستای x_3 یعنی σ_3 و تنش های برشی σ_{23} , σ_{13} در مقایسه با سایر مولفه های تانسور تنش در سرتاسر ضخامت ورق صرف نظر می شود . بنابراین می بایست در روابط کرنش - تنش از معادلات (2-4) (2-6) و (2-7) صرف نظر نمود . لذا داریم:

$$\varepsilon_{11} = \frac{1}{E} (\sigma_{11} - \nu \sigma_{22}) \quad (2-11)$$

$$\varepsilon_{22} = \frac{1}{E} (\sigma_{22} - \nu \sigma_{11}) \quad (2-12)$$

$$\varepsilon_{23} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{23} \quad (2-13)$$

در نتیجه چنانچه از معادلات (2-11) تا (2-13) روابط تنش - کرنش استخراج شوند ، می توان نوشت :

$$\sigma_{11} = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{11} + \nu \varepsilon_{22}) \quad (2-14)$$

$$\sigma_{22} = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{22} + \nu \varepsilon_{11}) \quad (2-15)$$

$$\sigma_{12} = \frac{E}{1+\nu} \varepsilon_{12} \quad (2-16)$$

معادلات (2-14) تا (2-16) با استفاده از مولفه های بردار جابجایی ارائه شده بوسیله معادلات (2-8) تا (2-10) بصورت :

$$\sigma_{11} = -\frac{E}{1-\nu^2} (\psi_{3,11} + \nu \psi_{3,22}) \quad (2-17)$$

$$\sigma_{22} = -\frac{E}{1-\nu^2} (\psi_{3,22} - \nu \psi_{3,11}) \quad (2-18)$$

$$\sigma_{12} = -G (\psi_{3,21} + \psi_{3,12}) x_3 \quad (2-19)$$

نوشته می شوند.

۲-۲- گشتاورهای خمشی ، گشتاورهای پیچشی ، نیروهای برشی

جهت تعیین گشتاورهای خمشی ، گشتاورهای پیچشی و نیروهای برشی با استفاده از معادلات

(۲-۱۷) تا (۲-۱۹) می توان نوشت :

$$M_{11} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{11} x_3 dx_3 = -D(\psi_{3,11} + \nu\psi_{3,22}) \quad (۲-۲۰)$$

$$M_{22} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{22} x_3 dx_3 = -D(\nu\psi_{3,11} + \psi_{3,22}) \quad (۲-۲۱)$$

$$M_{12} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{12} x_3 dx_3 = -\frac{D}{2}(1-\nu)(\psi_{3,21} + \psi_{3,12}) \quad (۲-۲۲)$$

که E مدول یانگ ، D سختی خمشی ، G مدول برشی ، ρ دانسیته ورق و ν ضریب پواسون می باشند.

۲-۳- معادلات دینامیک حاکم

معادلات دینامیک حاکم با استفاده از معادلات دینامیکی حرکت (معادلات ناویر) بصورت :

$$M_{11,1} + M_{12,2} - Q_1 = 0 \quad (۲-۲۳)$$

$$M_{12,1} + M_{22,2} - Q_2 = 0 \quad (۲-۲۴)$$

$$Q_{1,1} + Q_{2,2} + P = \rho h \ddot{\psi}_3 \quad (۲-۲۵)$$

می باشند. که در آن P نیروی منتجه در امتداد محور x_3 بوده و فرض می شود که در جهت مثبت

جابجایی U_3 اثر کند. نیروی منتجه در امتداد محور x_3 شامل نیرو بواسطه ضربه ، نیرو بواسطه مولفه های

نیروهای توزیعی N_1 و N_2 وارد بر لبه های ورق و نیرو بواسطه پایه الاستیک از نوع پسترنیک می باشند و

چنانچه این نیروها بترتیب با q ، P_1 و P_2 نمایش داده شوند ، می توان نوشت :

$$q = f(t) \delta(x_1 - x_1^*) \delta(x_2 - x_2^*) \quad (۲-۲۶)$$

$$P_1 = N_1 \psi_{3,11} + N_2 \psi_{3,22} \quad (۲-۲۷)$$

$$P_2 = k_1 \psi_3 - k_2 (\psi_{3,11} + \psi_{3,22}) \quad (۲-۲۸)$$

در اینجا می‌بایست یاد آور شد که نیرو های توزیعی N_1 و N_2 که در صفحه ورق یعنی صفحه (x_1, x_2) قرار دارند بعد از خمیده شدن ورق در امتداد محور x_3 مولفه پیدا نموده و نیروی P_1 را بوجود می‌آورند. با استفاده از روابط (۲-۲۶) تا (۲-۲۸) نیروی متجه P بصورت :

$$P = q + P_1 - P_2 = q + N_1\psi_{3,11} + N_2\psi_{3,22} - k_1\psi_3 + k_2(\psi_{3,11} + \psi_{3,22}) \quad (۲-۲۹)$$

نوشته می‌شود. با جانشین کردن رابطه (۲-۲۹) در معادلات (۲-۲۳) تا (۲-۲۵) معادلات زیر حاصل می‌شوند:

$$M_{11,1} + M_{12,2} - Q_1 = 0 \quad (۲-۳۰)$$

$$M_{12,1} + M_{22,2} - Q_2 = 0 \quad (۲-۳۱)$$

$$Q_{1,1} + Q_{2,2} + P_1 + N_1\psi_{3,11} + N_2\psi_{3,22} - k_1\psi_3 + k_2(\psi_{3,11} + \psi_{3,22}) = \rho h \ddot{\psi}_3 \quad (۲-۳۲)$$

در نتیجه با استفاده از معادلات (۲-۲۰) تا (۲-۲۲) داریم:

$$\frac{D}{2}[(1-\nu)(\psi_{1,11} + \psi_{1,22}) + (1+\nu)(\psi_{1,11} + \psi_{2,12})] + Q_1 = 0 \quad (۲-۳۳)$$

$$\frac{D}{2}[(1-\nu)(\psi_{2,11} + \psi_{2,22}) + (1+\nu)(\psi_{1,12} + \psi_{2,22})] + Q_2 = 0 \quad (۲-۳۴)$$

$$Q_{1,1} + Q_{2,2} + P_1 + N_1\psi_{3,11} + N_2\psi_{3,22} - k_1\psi_3 + k_2(\psi_{3,11} + \psi_{3,22}) = \rho h \ddot{\psi}_3 \quad (۲-۳۵)$$

اما برای ورق نازک

$$\psi_1 = \psi_{31}, \psi_2 = \psi_{32} \quad (۲-۳۶)$$

در نتیجه معادلات دیفرانسیل حاکم بر حسب ψ_3 بصورت:

$$D(\psi_{3,11} + \psi_{3,22})_1 + Q_1 = 0 \quad (۲-۳۷)$$

$$D(\psi_{3,11} + \psi_{3,22})_2 + Q_2 = 0 \quad (۲-۳۸)$$

$$Q_{1,1} + Q_{2,2} + P_1 + N_1\psi_{3,11} + N_2\psi_{3,22} - k_1\psi_3 + k_2(\psi_{3,11} + \psi_{3,22}) = \rho h \ddot{\psi}_3 \quad (۲-۳۹)$$

نوشته می‌شوند.