



دانشکده‌ی ریاضی، آمار و علوم کامپیوتر

« گروه ریاضی »

پایان نامه دوره کارشناسی ارشد ریاضی مالی

عنوان

مدل سازی قیمت اختیارات آمریکایی و مدل سازی تصادفی قیمت آتی های نفت

نگارش

ابراهیم سپهری مجید آباد

استاد راهنما

دکتر عبدالساده نیسی

استاد مشاور

دکتر جواد دمیرچی

اسفند ۱۳۹۰

صلاة الاضلاع

کلیه حقوق مادی و معنوی اعم از چاپ و تکثیر، نسخه برداری، ترجمه، اقتباس و ... از این
پایان نامه برای دانشگاه سمنان محفوظ است. نقل مطالب با ذکر منبع مانعی ندارد.

تقدیم به :

پدرم به پاس سالها تلاش، تا

«بیاموزم»

مادرم به پاس دلسوزی ها، تا

«بیاسایم»

همسرم به پاس فداکاری اش، تا

«بنگارم»

برادرانم به پاس مهربانی ها، تا

«بتوانم»

خدایا :

مرا همواره آگاه و هوشیار دار تا پیش از شناختن درست کسی یا فکری، مثبت یا منفی، قضاوت نکنم.
جهل آمیخته با خود آگاهی و حسد، مرا رایگان ابزار قتاله دشمن برای حمله به دوست نسازد. خدایا به
من تحمل عقیده مخالف را ارزانی دار و عقیده‌ام را از دست عقده‌ام مصون دار.

«دکتر علی شریعتی»

قدردانی

سرعبودیت و بندگی به درگاه الهی می گذارم و به خاطر همه الطافش او را سپاسگزارم. مهربانی که مرا در آغاز و اتمام این تحقیق یاری نمود. در انجام این تحقیق خود را مدیون زحمات و مساعدت های استاد خودم، جناب آقای دکتر عبدالساده نیسی می دانم که راهنمایی این تحقیق را بر عهده داشتند. انسان شریف و بزرگواری که با تلاش و پشتکار بی حد و راهنمایی های دلسوزانه و ارزنده ایشان، انجام این تحقیق میسر شد. دقت نظر و مساعدت بی نظیر ایشان، موجب تحقق تعالی اهداف در این مسیر گردید. در اینجا بر خود لازم می دانم که زحمات ایشان را ارج نهاده و صمیمانه از ایشان تشکر نمایم.

ابراهیم سپهری مجید آباد

اسفند ۱۳۹۰

چکیده

در این پایان نامه قصد داریم روش جریمه را برای حل مسایل اختیار چند دارایی آمریکایی به کار برده و آنالیز کنیم. اصطلاح جزئی جریمه غیر خطی را به معادله بلک-شولز اضافه کرده و با استفاده از این روش، با دامنه حل ثابت، به دنبال برداشتن مرز آزاد و متحرک با تحمیل ویژگی اعمال قبل از موعد قرارداد هستیم.

روشهای تفاضلات متناهی به سه بخش صریح، ضمنی و شبه ضمنی تقسیم شده‌اند و در مورد داراییهای مستقل، ثابت می‌کنیم که قیمت تقریبی اختیار در برخی از خصوصیات اساسی اختیار آمریکایی صدق می‌کند. چندین پژوهش عددی به منظور بررسی عملکرد طرح‌ها انجام شده است. در ادامه مثال‌هایی که نشان می‌دهند نتایج بدست آمده، واضح و روشن هستند، ارائه کرده‌ایم. تحقیقات نشان می‌دهند که داراییهای اصلی وابسته نیز دارای همان ویژگی‌های داراییهای مستقل می‌باشند. همچنین در این مطالعه، مدل سازی دو و سه-عاملی از قیمت آتی‌های نفت را تحت اندازه ریسک خنثی یا بدون ریسک و نیز ساختار زمانی نوسانات بازده آتی‌ها را در نظر می‌گیریم.

واژه‌های کلیدی: قیمت گذاری اختیار آمریکایی، قیمت گذاری آتی‌های نفت، روش جریمه، معادلات دیفرانسیل جزئی چند بعدی، معادله بلک-شولز، راه حل‌های عددی، شرایط مرزی.

مراجع اصلی این پایان نامه مقاله‌های زیر می‌باشند:

[1] Nielsen B.F., Skavhaug O., Tveito A. (2008). Penalty method for the numerical solution of American multi-asset option problems. Computational and Applied Mathematics, 222, 3-16.

[2] Hosseini M. (2007). Stochastic modeling of oil futures prices. Department of Mathematics Uppsala University.

مقدمه

این پایان نامه شامل چهار فصل است:

در فصل اول، به معرفی مفاهیم و قضایای مورد نیاز که در فصول بعدی نقش بسزایی دارند، پرداخته شده است.

در فصل دوم، به مدل سازی قیمت آتی های نفت می پردازیم. مدلی را که ارایه می شود در نظر گرفته و به تجزیه و تحلیل این مدل و روش های حل آن می پردازیم. در فصل سوم، به بیان مدل اختیار معامله آمریکایی و روش های حل این مدل خواهیم پرداخت. این مدل را برای دارایی های مستقل و وابسته یک، دو و سه-عاملی بطور کامل تجزیه و تحلیل کرده و در پایان، به تعمیم مدل در حالت مستقل به حالت وابسته خواهیم پرداخت.

و بالاخره در فصل آخر به ارایه نتایج عددی بدست آمده توسط روش های ارایه شده برای مدل اختیار معاملات آمریکایی خواهیم پرداخت و نتایج بدست آمده را برای روش های فوق، مورد مقایسه قرار خواهیم داد.

فهرست مندرجات

۱۳	پیشیازها	۱
۱۳	تاریخچه و مقدمه	۱.۱
۱۷	مروری بر مفاهیم بازارهای مالی	۲.۱
۱۸	اختیار	۱.۲.۱
۱۸	انواع اختیار	۲.۲.۱
۲۰	قیمت اختیار	۳.۲.۱
۲۱	مفاهیم و تعاریف ریاضی	۳.۱
۲۱	مفاهیم معادلات دیفرانسیل جزئی	۱.۳.۱
۲۳	معادله بلک-شولز تک بعدی	۲.۳.۱
۲۴	معادله بلک-شولز چند بعدی	۳.۳.۱
۲۶	مسئله‌ی مقدار اولیه و مرزی	۴.۳.۱

۲۸	معادلات دیفرانسیل تصادفی	۵.۳.۱
۲۸	مفاهیم فرایند تصادفی	۴.۱
۲۸	فرایند مارکف	۱.۴.۱
۲۹	فرایند وینر	۲.۴.۱
۳۰	فرایند n -بعدی (مستقل) وینر	۳.۴.۱
۳۰	فرایند n -بعدی (وابسته) وینر	۴.۴.۱
۳۰	فرایند ایتو یک بعدی	۵.۴.۱
۳۱	فرایند ایتو چند بعدی برای فرایندهای مستقل	۶.۴.۱
۳۲	فرایند ایتو چند بعدی برای فرایندهای وابسته (همبسته)	۷.۴.۱
۳۲	حرکت براونی	۸.۴.۱
۳۴	قضیه فاینمن-کاک	۵.۱
۳۴	قضیه فاینمن-کاک و قتیکه فرایندهایمان مستقل هستند	۱.۵.۱
۳۴	قضیه فاینمن-کاک و قتیکه فرایندهایمان وابسته هستند	۲.۵.۱
۳۵	فرایند اُرنستین-الُنیک	۶.۱
۳۶	انتگرال تصادفی	۷.۱

۳۹	مدل سازی آتی های نفت و روش های حل آن	۲
۳۹	۱.۲ مدل سازی دو-عاملی از قیمت آتی های نفت و دو جایگزین برای آن	
۴۰	۲.۲ مدل سازی دو-عاملی و ارزیابی قیمت آتی های نفت با نتایج تحلیلی	
۴۹	۳.۲ مدل سازی ۳-عاملی با نرخ بازده r تصادفی: (شوارتز ۱۹۹۷)	
۵۰	۴.۲ مدل سازی ۲-عاملی صرفه جواز قیمت آتی ها (شوارتز ۲۰۰۳)	
۵۲	۵.۲ مدل سازی ۳-عاملی و ارزیابی قیمت آتی ها با نتایج تحلیلی (شوارتز ۲۰۰۳)	
۶۱	۶.۲ ساختار عبارت نوسان پذیری برای بازده آتی ها	
۶۳	مدل اختیارات آمریکایی و روشهای حل آن	۳
۶۳	۱.۳ مسایل اختیار چند دارایی آمریکایی (مدل دارایی پایه)	
۶۶	۲.۳ روش جریمه	

۶۷ گسسته سازی	۳.۳
۶۷ مسئله مدل دو-عاملی	۱.۳.۳
۶۹ روش صریح	۲.۳.۳
۷۰ روش های کاملاً ضمنی و شبه ضمنی	۳.۳.۳
۷۱ تجزیه و تحلیل در مورد داراییهای مستقل	۴.۳
۷۱ تجزیه و تحلیل روش ضمنی	۱.۴.۳
۷۲ تجزیه و تحلیل روشهای کاملاً ضمنی و شبه ضمنی	۲.۴.۳
۷۴		۴ نتایج عددی
۷۶ داراییهای مستقل	۱.۴
۷۹ تغییر اندازه دامنه محاسباتی	۱.۱.۴
۸۰ داراییهای وابسته	۲.۱.۴
۸۵		کتاب نامه
۹۰		واژه نامه

فصل ۱

پیشیازها

۱.۱ تاریخچه و مقدمه

از دو دهه پیش، وقتیکه مدل اولیه از قیمت آتی ها توسط برنان و شوارتز^۱ در سال ۱۹۸۵ توسعه داده شد، تغییر وسیعی در بازارهای نفت ناشی از هر دو عامل اقتصادی و سیاسی، به وجود آمده است؛ بازارهای نفت در حال حاضر در مقایسه با دهه بیست سال پیش، بیشتر نوسان پذیر شده اند. برای فهمیدن رفتار بازار نفت لازم است که مدل های تصادفی قیمت های نفت را درک کنیم. در خلال دو دهه اخیر مدل های متفاوتی برای توجیه کردن رفتار تصادفی قراردادهای آتی های نفت پیشنهاد شده است.

آخرین مدل، مدل سه عاملی صرفه جو^۲ توسط کورتازار و شوارتز^۳ در سال ۲۰۰۳ بوده است. هدف این پایان نامه تجزیه و تحلیل مدل سازی سه عاملی صرفه جو از قیمت آتی های نفت و راه حل های فرمول ارزیابی قراردادهای آتی تحت اندازه ریسک خنثی^۴ یا بدون ریسک و همچنین ساختار عبارت نوسان پذیری بازده های آتی، می باشد.

قبل از توسعه مدل سه عاملی صرفه جو توسط کورتازار و شوارتز، تعدادی از مدل های دیگر پیشنهاد شده بودند؛ با وجود این، این مدل ها به اندازه کافی رضایت بخش نبودند. اولین مدل، یعنی برنان و شوارتز،

^۱ Brenan and Schwartz
^۲ Parsimonious three-factor model
^۳ Cortazar and Schwartz
^۴ Neutral Risk

حرکت براونی هندسی و ثمرات رفاهی ثابت را در نظر گرفت اما خیلی زود با مدل میانگین برگشتی یک عاملی جایگزین شد.^۵ بعد از آن، مدل واقع بینانه تری که مدل دو عاملی با ثمرات رفاهی میانگین برگشتی بود، توسط گیبسون و شوارتز^۶ در سال ۱۹۹۰ پیشنهاد شد، تعدادی از نسخه های دیگر آن که در سال های ۱۹۹۷ و ۲۰۰۰ بوسیله محققان مختلفی ارائه شده اند؛ که از این بین به عنوان مثال مدل شوارتز و کورتازار تدریجاً توسط حرفه ای ها پذیرفته شدند. مشکلات خوب برازش نشدن مدل برای اطلاعات بعضی از روزها نیاز به مدل سه عاملی را نشان می دهد، پس مدل سه عاملی صرفه جو توسط کورتازار و شوارتز در سال ۲۰۰۳ بهبود داده شد. قبل از این مدل، آخرین مدل سه عاملی در سال ۱۹۹۷ توسط شوارتز پیشنهاد شده بود، در آن مدل عامل سوم نرخ بهره ی تصادفی بازده r بود. مدل سه عاملی اخیر، براساس مدل دو عاملی (کورتازار و شوارتز (۲۰۰۳)) پایه گذاری شده است. بهترین ویژگی های این مدل عبارتند از:

اولاً، شامل تمامی اطلاعات قیمت آتی ها در مقایسه با مدل سه عاملی ۱۹۹۷ می باشند، ثانیاً، به جای استفاده از ثمرات رفاهی بلند مدت (غیر قابل مشاهده)، از افزایش ارزش قیمت دارایی بلند مدت استفاده شده است.

اما موضوع دیگری که در این پایان نامه به آن پرداخته شده است، بحث قیمت گذاری اختیارات آمریکایی می باشد. مشتقات آمریکایی ابزار تجاری معروفی در بازارهای مالی امروزی هستند. ما اختیار فروش آمریکایی را در جایی که بازده به بیش از یک دارایی وابسته است در نظر می گیریم. قیمت چنین اختیاری می تواند با تعمیم معادله بلک-شولز اولیه به بعدهای بالاتر مدل بندی شود، [۱]. هدف این پایان نامه در این بخش گسترش روش جریمه بحث شده در منبع [۱۹] به مسایل اختیار فروش چند دارایی آمریکایی می باشد. تکنیک های عددی گوناگونی می تواند برای قیمت گذاری مشتقات چند متغیره بکار برده شود. تعمیم روش دوجمله ای شبکه بندی^۷ به بعدهای بالاتر می تواند برای حل چنین اختیاراتی مورد استفاده قرار گیرد [۲]. روش دیگر برای قیمت گذاری مشتقات چند

^۵ همان گونه که شوارتز در سال ۱۹۹۷ برای این مدل خاطر نشان کرده است، ویژگی میانگین برگشتی قیمت نقدی کالا مطابق با این واقعیت است که هرگاه قیمت ها بالا هستند، تولید کننده های کالاهای با ارزش بیشتر، به بازار وارد خواهند شد که موجب حرکت رو به پایین قیمت ها و قتیکه عرضه افزایش یافته است، می شود؛ به عبارت دیگر قتیکه قیمت ها پایین هستند، تعدادی از تولید کننده های با کالاهای ارزش بیشتر از بازار خارج خواهند شد که این امر موجب روند حرکتی رو به بالای قیمت ها و قتیکه عرضه کاهش یافته است، می شود.

دارایی، تکنیک شبیه سازی مونت کارلو می باشد [۱۲].

در دامنه وسیعی از شاخه های علمی روش تفاضلات متناهی^۸ و عنصر متناهی^۹ دارای محبوبیت خاصی هستند. برای مطالعه بیشتر درباره این روش ها در زمینه ارزیابی عددی مشتقات مالی برای مثال منابع [۲۷، ۲۶، ۱۱، ۶، ۵، ۴] را ببینید.

پایه و اساس روش پنالتی^{۱۰} یا جریمه برای مدل های اختیار چند دارایی، شبیه روش توضیح داده شده در [۱۹] می باشد. اختیار فروش آمریکایی می تواند در هر زمان قبل از انقضاء اعمال شود. این روش مسئله مرز متحرک یا آزاد را معرفی می کند. با اضافه کردن اصطلاح خاص جریمه به معادله بلک-شولز، راه حل را به یک دامنه حل ثابت گسترش می دهیم. علاوه بر این، عبارت جریمه اضافه شده به معادله بلک-شولز باعث می شود که جواب بدست آمده در هر لحظه از دامنه فوق، بالاتر از تابع بازده در زمان انقضاء باشد.

در طول دهه گذشته، تعدادی از مقاله هایی که به روش جریمه برای اختیار آمریکایی پرداخته اند، چاپ شده است، [۱۷، ۱۵، ۱۰، ۹، ۷] و مراجع موجود در آن را ببینید. علاوه بر این، به صورتی که در زیر توضیح داده خواهد شد، به منظور حل یک مسئله اختیار n -بعدی که به طور معمول باید با سری معادلات بلک-شولز با بعدهای فضایی $۱, ۲, \dots, n-۱$ حل شوند، این کار منجر به پروسه طاقت فرسایی از واحد پردازنده مرکزی می شود. در نتیجه طراحی یک روش عددی کارآمد برای چنین مسائلی الزامی است. پایداری روشهای مرتبه بالاتر برای معادله بلک-شولز توسط واس^{۱۱} و سایرین [۲۳] و خلیق^{۱۲} و سایرین [۱۵] معرفی شده است.

روش شبکه آزاد^{۱۳} براساس توابع پایه ای شعاعی نیز ممکن است به طور قابل توجهی باعث کاهش حجم محاسباتی شود، [۹]. مطالعات کنونی با معرفی روش توسط فوریت و وتزال^{۱۴} در منبع [۲۸] برای اختیار آمریکایی با نوسان پذیری تصادفی، محققین را در این زمینه انگیزه دار کرده است.

روش ما یک تظریف از کار آنها را در این حالت که اصطلاح جریمه به معادله پیوسته اضافه شده است،

^۸ Finite Difference Method یا به اختصار *FDM*

^۹ Finite Element Method یا به اختصار *FEM*

^{۱۰} *Penalty method*

^{۱۱} *Voss*

^{۱۲} *Khaliq*

^{۱۳} *Mesh-free*

^{۱۴} *Forsyth and Vetzal*

ارایه می‌کند. همچنین با انتخاب گسسته سازی تفاضلات متناهی شبه-ضمنی، از حل معادلات جبری غیر خطی اجتناب می‌کنیم و در نتیجه افزایش کارایی محاسباتی کل را داریم. ما نتایج عددی را که نشان دهنده‌ی ویژگی‌های روش‌های استفاده شده در این پایان‌نامه هستند، ارایه می‌کنیم. در مورد دارایی‌های اصلی وابسته قادر به استخراج مرزهای حقیقی روی راه حل‌های عددی نبوده‌ایم؛ با این وجود، نتایج عددی نشان می‌دهند که ویژگی‌های مشابهی در چنین حالت‌هایی نیز برقرار است.

این پایان‌نامه به صورت زیر سازمان دهی شده است:

ابتدا به ارایه تعاریف ریاضی و مالی در فصل اول پرداخته، سپس با استفاده از این تعاریف به تجزیه و تحلیل مدل سازی دو و سه عاملی از قیمت آتی‌های نفت و نیز ارایه راه حل‌های عددی برای ارزیابی قراردادهای آتی روی کالاها، در فصل دوم خواهیم پرداخت. سپس، توضیحی خلاصه روی مدل سازی سه-عاملی از قیمت آتی‌های نفت (شوارتز ۱۹۹۷) جایکه ۳، نرخ بهره تصادفی، به عنوان سومین عامل در مدل به حساب آورده شده است، ارایه کرده‌ایم. بخش ۴.۲ از فصل دوم به معرفی مدل سازی دو عاملی صرفه جو کورتازار و شوارتز (۲۰۰۳) که پایه گذار مدل سازی سه عاملی از قیمت آتی‌های نفت اشاره شده در بخش ۵.۲ می‌باشد، می‌پردازد و نیز در بخش ۵.۲ این فصل به مدل سازی سه-عاملی از قیمت آتی‌ها و ارزیابی قیمت آتی‌ها با استفاده از نتایج تحلیلی برای معادله قیمت گذاری سه بعدی مربوطه، توضیح داده می‌شود. علاوه بر این، ساختار عبارت نوسان پذیری بازده‌های آتی‌ها پیشنهاد شده توسط کورتازار و شوارتز (۲۰۰۳) نیز در بخش آخر این فصل ارایه شده است.

در فصل سوم این پایان‌نامه، معادله بلک-شولز چند بعدی را به همراه فرمول بندی روش جریمه از مسئله، ارایه خواهیم کرد. شرایط مرزی متناظر با مقادیر صفر از دارایی‌های اصلی بوسیله حل معادلات بلک-شولز با ابعاد کمتر، بدست آمده‌اند. در بخش ۳.۳ روش‌های عددی برای حل این مدل ارایه شده و مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته‌اند. ابتدا روش صریح ارایه شده و در ادامه هر دو روش شبه ضمنی و کاملاً ضمنی تعریف شده‌اند. تجزیه و تحلیل این روش‌ها در بخش ۴.۳ تحت این فرض که دارایی‌های اصلی مستقل هستند، انجام شده است. محدودیت‌هایی در خصوص اندازه گام زمانی و عبارت جریمه برای کلیه روش‌ها پیش‌بینی شده است.

بالاخره در فصل آخرین پایان نامه یک سری از نتایج عددی را با شروع از مقایسه روش های کاملاً ضمنی و شبه ضمنی با توجه به کارایی محاسباتی شان، ارایه کرده ایم. در بخش ۲.۱.۴ نشان می دهیم نتایج عددی بدست آمده مشخص می کنند که برای داده های مدل، محدودیت های اعمال شده در بخش ۴.۳ برای دارایی های مستقل، زمانی که دارایی های اصلی با هم وابسته اند نیز معتبر است.

۲.۱ مروری بر مفاهیم بازارهای مالی

فضای اقتصادی انجام هر معامله، بازار نامیده می شود. این واژه در معانی مختلف به کار می رود مانند بازار آسیایی، بازار اروپایی، بازار نقدی، بازار نفت و غیره. بازارها به دو دسته تقسیم می شوند:

(۱) بازارهایی که در آنها کالاهای واقعی معامله می شوند^{۱۵}.

(۲) بازارهایی که در آنها اسناد مربوط به خرید و فروش کالا برای تحویل در آینده معامله می شوند^{۱۶}، مانند بازارهای سهام، بورس و غیره.

تعریف ۱.۲.۱ (مشتقات مالی^{۱۷}) در اقتصاد مالی، مشتقات به معنای مجموعه ای از ابزارها یا اسنادی هستند که خصوصیات مشترکی دارند. این واژه بر کلیه ابزارهای قابل معامله در بورس و خارج از بورس دلالت می کند که مرتبط با معامله اوراق بهادار، ارز، نرخ بهره، کالا و غیره می باشد. در واقع مشتق عبارت است از هر قرارداد مالی که ارزش آن، تابعی از ارزش دارایی پایه است.

به طور کلی مشتقات به چهار گروه سلف ها^{۱۸}، آتی ها^{۱۹}، اختیارات^{۲۰} و معاوضات^{۲۱} تقسیم می شوند.

^{۱۵} Physical markets

^{۱۶} Paper markets

^{۱۷} Financial derivatives

^{۱۸} Forwards

^{۱۹} Futures

^{۲۰} Options

^{۲۱} Swaps

(در این پایان نامه فقط اختیارات و آتی ها مورد توجه قرار گرفته است، به همین دلیل از تعریف سایر موارد خودداری کرده ایم.)

۱.۲.۱ اختیار

اختیار در واقع قرارداد یا سندی است که دارنده یا خریدار می تواند در قبال پرداخت قیمت اختیار به صادر کننده یا به فروشنده، دارایی پایه قرارداد را با قیمت توافقی^{۲۲} در تاریخ معین و یا قبل از آن، از صادر کننده قرارداد بخرد یا به او بفروشد بدون آنکه متعهد به این خرید یا فروش باشد. بنابراین مهمترین نکته در اختیار آن است که دارنده اختیار حق دارد قرارداد را به اجرا گذارد، اما اگر وضعیت بازار چنان باشد که اجرا نکردن قرارداد به نفع خریدار تمام شود، هیچ تعهدی به اجرا نیست و خریدار می تواند قرارداد را نادیده بگیرد. ریسک معاملات در بازار اختیار نامتقارن است یعنی خریدار فقط هنگامی قرارداد را به اجرا می گذارد که از این کار سودی عاید او شود اما فروشنده قرارداد هیچ انتخابی جز اجرای تعهدات خویش ندارد. بدین سبب برای جبران این ریسک نامتقارن، خریدار باید مبلغی به فروشنده بپردازد که همان ارزش یا قیمت اختیار است تا بدین وسیله فروشنده بتواند خود را در قبال این ریسک پوشش دهد.

۲.۲.۱ انواع اختیار

به طور کلی می توان اختیار را به دو دسته تقسیم کرد:

(۱) اختیار خرید: اختیار خرید به خریدار این حق را می دهد که دارایی پایه را با قیمت معین و در تاریخ معین یا قبل از آن خریداری کند.

(۲) اختیار فروش: اختیار فروش به خریدار این حق را می دهد که دارایی پایه را با قیمت معین و در تاریخ معین یا قبل از آن به فروشنده اختیار بفروشد.

^{۲۲} Strike price

در یک دسته بندی دیگر می توان اختیار خرید و اختیار فروش را به سه دسته کلی اروپایی، آمریکایی و شبه آمریکایی تقسیم کرد:

(۱) اختیار اروپایی^{۲۳}: فقط در تاریخ سررسید^{۲۴} قابل اجرا است.

(۲) اختیار آمریکایی^{۲۵}: در هر زمان قبل از تاریخ سررسید و یا در تاریخ سررسید می توان اجرا کرد.

(۳) اختیار شبه آمریکایی: قبل از انقضای خرید، فقط در تاریخ معینی خریدار می تواند آن را به اجرا بگذارد.

تاریخ سررسید قرارداد، «تاریخ انقضاء» یا «تاریخ اعمال» نیز نامیده می شود. قیمت تعیین شده در قرارداد، «قیمت اعمال» یا «قیمت توافقی» نیز نامیده می شود.

نکته ۲۰۲۰۱ یک «برگه‌ی اختیار معامله» به دارنده‌ی آن «حق» یا «اختیار» انجام کاری را می دهد، نه اینکه او را «ملزم» به انجام کاری کند. این ویژگی، وجه تمایز برگه‌ی اختیار معامله از قراردادهای آتی می باشد [۴۳].

بیشتر اختیارهای معامله‌ای که در بازارهای بورس مبادله می شوند، از نوع آمریکایی هستند، ولی تجزیه و تحلیل اختیارهای معامله اروپایی عموماً آسان تر از اختیارهای معامله‌ی آمریکایی است و برخی خواص و فرمول‌های اختیارهای معامله‌ی آمریکایی از اختیارهای معامله‌ی اروپایی نظیر آنها استنتاج می گردد.

تقسیم بندی اختیار به آمریکایی و اروپایی ربطی به موقعیت جغرافیای آن ندارد و صرفاً زمان بندی اجرای اختیار را بیان می کند. اختیار اروپایی معمولاً در بورس اختیار شیکاگو معامله می شود. همچنین اختیار ۱۳ هفته‌ای اوراق قرضه خزانه داری آمریکا و اختیارهای مربوط به نرخ‌های بهره بلند مدت، از نوع اروپایی هستند.

European option^{۲۳}
Maturity date^{۲۴}
American option^{۲۵}

۳.۲.۱ قیمت اختیار

قیمت اختیار مبلغی است که خریدار حاضر است برای بدست آوردن اختیار بپردازد. قیمت اختیار متغیری است که در زمان تغییر می کند. این متغیر را می توان در هر زمان به دو جز ارزش ذاتی و ارزش زمانی تقسیم کرد.

ارزش ذاتی حداقل ارزش قیمت اختیار خرید یا فروش است، و در هر مقطع زمانی سود ناخالصی است که از اجرای فوری قرارداد حاصل می شود. منظور از سود ناخالص این است که قیمت اختیار در نظر گرفته نشده است. بنابراین:

$$\text{قیمت توافقی} - \text{قیمت جاری دارایی پایه} = \text{ارزش ذاتی اختیار خرید}$$

$$\text{قیمت جاری دارایی پایه} - \text{قیمت توافقی} = \text{ارزش ذاتی اختیار فروش}$$

بنابراین مبلغی که خریداران حاضرند جهت قیمت اختیار بپردازند حداقل برابر است با ارزش ذاتی آن یعنی:

$$\text{ارزش ذاتی} \geq \text{قیمت اختیار}$$

$$\text{ارزش ذاتی} - \text{قیمت اختیار} = \text{ارزش زمانی اختیار}$$

ارزش زمانی همواره صفر یا مثبت است زیرا خریدار این انتظار را دارد که اختیار با گذشت زمان سود آور شود. در واقع ارزش زمانی مبلغی است که خریدار حاضر است بابت تأثیر احتمالی عوامل مختلفی بپردازد که موجب افزایش قیمت اختیار و دارایی پایه در زمان می شود.

تعریف ۳.۲.۱ (آرپیترایژ یا فرصت سوء استفاده^{۲۶}) عبارت است از فرصت دستیابی به سود بدون ریسک، از طریق ورود همزمان در دو یا چند بازار.

همچنین باید توجه داشت که فرصت های آرپیترایژ نمی تواند برای مدت طولانی استمرار داشته باشد. به همین دلیل بیشتر مسائلی که در خصوص ارزش اختیار معاملات مطرح می شوند بر این پیش فرض