بسم الله الرحمن الرحيم

دانشکده فنی و مهندسی
بخش مهندسی مکانیک

پایان نامه تحصیلی برای دریافت درجه کارشناسی ارشد رشته مهندسی مکانیک
گرایش طراحی کاربردی

تحلیل تنش و بررسی تیلورینگ استوانه توخالی با سطح مقطع بیضی ساخته شده از مواد هدفمند

استاد راهنما:
دکتر علیرضا سعیدی

استاد مشاور:
دکتر غلامحسین برادران

مؤلف:
راضیه ابوالفتحی تبار

شهریور ماه ۱۳۹۱

این پایان نامه به عنوان یکی از شرایط درجه کارشناسی ارشد به

بخش مهندسی مکانیک

دانشکده فنی و مهندسی

دانشگاه شهید باهنر کرمان

تسلیم شده است و هیچ‌گونه مدرکی به عنوان فراغت از تحصیل دوره مزبور شناخته نمی‌شود.

دانشجو : راضیه ابوالفتحی تبار

استاد راهنما : آقای دکتر علیرضا سعیدی

استاد مشاور : آقای دکتر غلامحسین برادران

داور ۱ : دکتر مجید فولادی

داور۲ : دکتر فرهاد شیخ سامانی

معاونت پژوهشی و تحصیلات تکمیلی دانشکده : دکتر مریم احتشام زاده

حق چاپ محفوظ و مخصوص به دانشگاه شهید باهنر کرمان است.

تقدیم به :

پدر و مادر مهربانم

و **سهیلا** دوست عزیزم

و تمام کسانی که خالصانه در این راه یاریم کردند...

تشکر و قدردانی :

از خداوند بزرگ سپاسگزارم که در طول تمام مشکلات **همواره** تنها امیدبخش و یاری رسانم بود،

از جناب آقای دکتر سعیدی که مرا به شاگردی پذیرفتند بسیار سپاسگذارم و از زحمات استاد بزرگوار جناب آقای دکتر غلامحسین برادران، تشکر ویژه دارم.

و نیز از دوستان مهربانم سهیلا بیگدلی، مینا میرپاریزی و ... که از هیچ تلاشی برای کمک به من مضایقه نکردند.

چکیده

در این پایان نامه، تحلیل تنش و تیلورینگ جنس استوانه ی توخالی با سطح مقطع بیضی، ساخته شده از مواد هدفمند، در دو حالت جنس قابل تراکم و جنس غیر قابل تراکم و تحت شرایط کرنش صفحه ای، مورد مطالعه و بررسی قرار گرفته است. معادلات حاکم بر تحلیل تنش استوانه مذکور، معادلات پاره ای خطی با ضرایب متغیر، می باشند. این معادلات از روابط الاستیسیته ی دو بعدی چون معادلات تعادل، معادلات ساختاری و ... استخراج شده و با روش عددی مشتقات مربعی، مورد تحلیل قرار گرفته اند. معادلات تحلیل تیلورینگ استوانه نیز، که معادلاتی غیرخطی با ضرایب متغیر هستند، از طریق روابط الاستیسیته ی دو بعدی استخراج شده و با روش عددی مشتقات مربعی مورد مطالعه قرار گرفته اند. این معادلات غیرخطی، قبل از حل عددی، خطی سازی شده اند. نتایج عددی برای شرط مرزی فشار داخلی، مورد بررسی قرار گرفته است. با انتخاب یک سیستم مختصات جدید در بیضی، معادلات حاکم بر تعادل استوانه بدست آمده است. این معادلات، معادلات دیفرانسیل پاره ای خطی با ضرایب متغیر می باشند.

کلمات کلیدی: تحلیل تنش، تیلورینگ ماده، استوانه با مقطع بیضی، ماده ی هدفمند، تئوری الاستیسیته، روش مشتقات مربعی، جنس غیرقابل تراکم، جنس قابل تراکم

فهرست مطالب

مقدمه و مروری بر کارهای انجام شده ۱

۱-۱ مقدمه ۲

۱-۲ مروری بر تحقیقات گذشته ۳

تحلیل تنش و تیلورینگ استوانه با مقطع بیضی در حالت غیر قابل تراکم و از جنس مواد هدفمند ۹

۲-۱ مقدمه ۱۰

۲-۲ تحلیل تنش استوانه با سطح مقطع بیضی در حالت جنس غیرقابل تراکم ۱۱

۲-۲-۱ معرفی روابط اصلی الاستیسیته برای مختصات بیضوی با ضخامت ثابت ۱۱

۲-۲-۲ تشکیل رابطه ی سازگاری ۱۴

۲-۳ طرح مساله ی تحلیل تنش به بیانی دیگر برای جنس غیر قابل تراکم ۱۸

تحلیل تنش و تیلورینگ استوانه با مقطع بیضی در حالت قابل تراکم و از جنس مواد هدفمند ۲۲

۳-۱ مقدمه ۲۳

۳-۲ تحلیل تنش استوانه با مقطع بیضی در حالت قابل تراکم ۲۳

۳-۳ طرح مساله ی تحلیل تنش به بیانی دیگر برای جنس قابل تراکم ۲۶

۳-۴ بررسی تیلورینگ ۲۷

حل و نتایج عددی ۲۹

۴-۱ مقدمه ۳۰

۴-۲ بیان روش مشتقات مربعی برای حل مساله ی تحلیل تنش استوانه برای جنس غیرقابل تراکم۳۱

۴-۲-۱ روش مشتقات مربعی بر پایه ی بسط چند جمله ایها ۳۱

۴-۲-۲ روش مشتقات مربعی بر پایه ی بسط سری فوریه ۳۲

۴-۲-۳ جدا سازی معادله دیفرانسیل حاکم بر مساله ی تحلیل تنش در حالت جنس غیرقابل تراکم، با روش مشتقات مربعی ۳۴

۴-۲-۴ جدا سازی شرایط مرزی در حالت جنس غیرقابل تراکم با روش مشتقات مربعی ۳۶

۴-۳ مدل سازی صورت دوم بیان شده برای تحلیل تنش در حالت جنس غیر قابل تراکم با روش مشتقات مربعی ۳۹

۴-۴ مدل سازی مساله ی تیلورینگ در حالت جنس غیر قابل تراکم با روش مشتقات مربعی ۴۳

۴-۴-۱ جداسازی معادله دیفرانسیل حاکم بر مساله ی تیلورینگ در حالت جنس غیر قابل تراکم ۴۷

۴-۴-۲ جداسازی شرایط مرزی در مساله ی تیلورینگ برای حالت جنس غیر قابل تراکم با روش مشتقات مربعی ۴۹

۴-۵ بیان روش مشتقات مربعی برای فرم دوم حل مساله ی تحلیل تنش استوانه در حالت جنس قابل تراکم ۵۱

۴-۶ جداسازی معادله دیفرانسیل حاکم بر مساله ی تیلورینگ جنس قابل تراکم ۵۵

خلاصه ی نتایج و پیشنهادات ۶۳

۵-۱ جمع بندی ۶۴

۵-۲ پیشنهادات.....۶۵

پیوست ها ۶۶

مراجع ۷۹

فهرست شکل‌ها

عنوان		صفحه
شکل (۱-۱)	سطح مقطع استوانه بیضی شکل	۱۱
شکل (۴-۱)	دیاگرام تغییرات $\sigma_{\xi\xi}$ ، بر حسب ξ، برای جنس غیر قابل تراکم در $\eta = \pi$	۴۲
شکل (۴-۲)	دیاگرام تغییرات $\sigma_{\xi\eta}$ بر حسب ξ، برای جنس غیر قابل تراکم در $\eta = \frac{\pi}{2}$	۴۳
شکل (۴-۳)	توزیع مدول برشی بر حسب ξ، برای جنس غیر قابل تراکم در سه مقدار متفاوت از η	۵۱
شکل (۴-۴)	دیاگرام تغییرات $\sigma_{\xi\xi}$ بر حسب ξ، برای جنس قابل تراکم در $\eta = \pi$	۵۴
شکل (۴-۵)	دیاگرام تغییرات $\sigma_{\xi\eta}$ برحسب ξ، برای جنس قابل تراکم در $\eta = \pi$	۵۵
شکل (۴-۶)	توزیع مدول یانگ بر حسب ξ برای جنس قابل تراکم، در سه مقدار مختلف η	۶۰

فهرست جدول ها

عنوان **صفحه**

جدول(۵-۱) مقادیر تنش برشی بدست آمده از روش عددی در نقاط مختلف برای جنس غیر قابل تراکم ۶۴

جدول(۵-۲) مقادیر تنش برشی بدست آمده از روش عددی در نقاط مختلف برای جنس غیر قابل تراکم ۶۴

فهرست علائم

ε	تانسور کرنش صفحه ای
σ	تانسور تنش صفحه ای
(ξ, η)	دستگاه مختصات منحنی الخط بیضوی با ضخامت ثابت
(x, y)	دستگاه مختصات مستطیلی
c	طول کانون بیضی مربوط به جدار داخلی استوانه
p	فشار هیدروستاتیک
φ	تابع تنش
E	مدول الاستیسیته
ν	ضریب پواسون
G	مدول برشی
σ_{ξ}	مولفه ی نرمال تانسور تنش در راستای ضخامت
σ_{η}	مولفه ی نرمال تانسور تنش در راستای محیطی
$\sigma_{\xi\eta}$	مولفه ی برشی تانسور تنش

زیرنویس ها

(ξ, η)	جهت محورهای مختصات منحنی الخط

فصل اول

مقدمه و مروری بر کارهای انجام شده

۱-۱ مقدمه

تیلورینگ[1] مواد هدفمند[2]، معمولا برای رسیدن به اهداف چندگانه ای چون حذف تمرکز تنش، بیشینه کردن ظرفیت تحمل بار، بیشینه کردن سفتی لایه ای در دماهای بالا و ... صورت می گیرد. در بسیاری از موارد، اهدافی که بایستی برآورده شوند، از نقطه نظر فیزیکی با هم متضاد هستند، از این رو تیلورینگ مواد هدفمند، تلاش برای یافتن روشی سازشگرانه است که تمام این اهداف را تامین کند.

به طور کلی، تیلورینگ مواد هدفمند، به دستکاری همزمان ترکیب مواد و معماری داخلی آن ها، برای دستیابی به خواص مطلوب، اشاره دارد.

ناپیوستگی شدید ذاتی در خواص ماده، در امتداد خطوط اتصال کامپوزیت های کلاسیک لایه ای، اغلب موجب جهش تنش های شدید در نزدیکی چنین خطوط اتصالی می شود و ممکن است ترک های ریزی ایجاد کند، در مقابل، مواد هدفمند، توزیع پیوسته و انعطاف پذیری برای جزء حجمی دارند، بنابراین چنین تمرکز تنش هایی در آن ها دیده نمی شود. در حقیقت مواد هدفمند، کامپوزیت هایی هستند که در آن ها نسبت حجمی، اندازه و شکل مواد تشکیل دهنده می تواند تغییر کند تا تغییرات هموار خواص ماکروسکوپیکی چون مدول الاستیسیته، دانسیته ی جرمی و ...بدست آید.

مواد هدفمند به وفور در طبیعت یافت می شوند، مثلا دندان انسان، چوب خیزران و صدف دریا. مثال هایی از مواد هدفمند مهندسی نیز شامل جنس سرامیک- فلز، کامپوزیت های پلیمری فیبر تقویت شده، بتن و مواد شبه الاستیک می باشد.

هنگامی که ماده ی مورد بررسی از جنس مواد هدفمند غیرقابل تراکم[3] باشد، در رابطه ی ساختاری آن، فشار هیدروستاتیک، باید به عنوان یکی از مجهولات مساله تعیین شود، چرا که این فشار از میدان کرنش بدست نمی آید.

نتایج تیلورینگ ماده می تواند به مهندسین سازه و دانشمندان مواد کمک کند تا هندسه ی بررسی شده را به نحوی بسازند که مواردی چون تنش ظاهر شده، کمیت از پیش تعیین شده ای داشته باشد؛ مثلا می توان توزیع مدول یانگ و یا توزیع مدول برشی را به نحوی پیدا کرد که تنش برشی یا تنش محیطی در امتداد ضخامت استوانه، ثابت بماند.

---

[1] Material Tailoring
[2] FGM
[3] FGIM

۱-۲ مروری بر تحقیقات گذشته

در گذشته، کارهایی در زمینه ی تیلورینگ سازه هایی با هندسه های مختلف و نیز تحلیل تنش استوانه هایی با مقطع بیضی، صورت گرفته است.

در سال ۱۹۹۵، کی کواکی تاناکا[1] و همکاران [۱]، تیلورینگ یک استوانه توخالی از جنس مواد هدفمند سرامیک- فلز را، تحت شرایط مرزی و اولیه ی حرارتی، انجام دادند. این کار به صورت ماکروسکوپیک با تعیین توزیع بهینه ی تنش فازهای تشکیل دهنده ی مواد هدفمند ، انجام گرفت. تحقیقات آن ها نشان داد که تیلورینگ ماکروسکوپیک ماده، برای کاهش عمومی تنش تحت معیارهای چندگانه، مناسب عمل کرد.

در سال ۲۰۱۲، خانی[2] و همکاران [۲]، تیلورینگ سفتی محیطی استوانه هایی از جنس کامپوزیت لایه ای با سطح مقطع عمومی را برای پیدا کردن بار کمانش با قید استحکام، انجام دادند. آن ها برای حل معادلات استاتیک خطی و مسائل کمانش، از روش های المان محدود شبه تحلیلی استفاده کردند. شکست تحت معیار تسایی وو[3] بررسی شد. بررسی های آن ها نشان داد که بعد از انجام تیلورینگ، بار کمانش نسبت به حالت سفتی ثابت، ۱۷ تا ۲۳ درصد، در سطح مقطع های مختلف، افزایش پیدا می کند. تیلورینگ سفتی، کمک می کند تا بارهای محوری، مجددا توزیع شوند، به طوری که سطح مقطع بزرگتری درگیر کمانش شود و ماده، بهینه تر استفاده شود.

در سال ۲۰۱۰، نی[4] و باترا[5] [۳]، تغییرشکل های متقارن محوری یک دیسک چرخان نسبت به ضخامت آن را، با دانسیته ی جرمی، ضریب انبساط حرارتی و مدول برشی متغیر در راستای شعاعی، بررسی کردند. دیسک بررسی شده از جنس شبه الاستیک بوده و به صورت یک ماده ی غیرقابل تراکم، ایزوتروپیک و ترموالاستیک خطی مدل شد. مساله با استفاده از تابع تنش ایری تحلیل شده و معادله دیفرانسیل معمولی ناهمگن آن با استفاده از روش مشتقات مربعی[6] ، حل شده است. همچنین مساله تیلورینگ برای یافتن تغییرات مدول برشی یا ضریب انبساط حرارتی در راستای شعاعی، به

[1] Kikuaki Tanaka
[2] A.Khani
[3] Tsai-Wu
[4] G. J. Nie
[5] R. C. Batra
[6] Differential Quadrature Method (DQ)

گونه ای که ترکیب خطی تنش های محیطی و شعاعی ثابت بماند، توسط آن ها حل شده و نتایج عددی مربوطه ارائه شده است.

در سال ۲۰۱۱، نی و همکاران [۴]، تکنیکی را برای تیلورینگ استوانه ها و کره های توخالی از جنس مواد هدفمند ارائه کردند تا تنش محیطی یا تنش برشی صفحه ای در امتداد ضخامت، مقدار ثابتی داشته باشد. در آن پژوهش برای یک استوانه از جنس مواد هدفمند، تغییرات شعاعی کسر حجمی مواد تشکیل دهنده، به گونه ای پیدا شده است که ترکیب خطی تنش های شعاعی و محیطی در طول ضخامت، ثابت باقی بماند.آن ها به این نتیجه رسیدند که تغییرات مدول یانگ در راستای ضخامت، با در نظر گرفتن تغییرات ضریب پواسون یا بدون در نظر گرفتن آن، برای استوانه هایی با ضخامت متوسط، چندان تفاوتی با یکدیگر نخواهد داشت، اما در مورد استوانه های توخالی بسیار ضخیم، تفاوت قابل ملاحظه است.

در سال ۱۹۹۸، ساداگوپان[1] و پیچومانی[2] [۵]، از تکنیک های بهینه سازی ترکیبی الگوریتم ژنتیک، در مفهوم بهینه سازی مواد کامپوزیتی، استفاده کردند. فرمول بندی ریاضی مساله ی بهینه سازی تیلورینگ، ارائه شده و طراحی بهینه، مشخص شده است. همچنین پاسخ بدست آمده با کار قبلی نویسندگان، مقایسه و تصحیح شده است. نتایج کار آن ها، نشان داد که در اکثر موارد هر دو روش، جواب هایی نزدیک به یکدیگر ارائه می دهند.

در سال ۱۹۹۸، کاردومتیس[3] [۶]، توزیع تنش یک استوانه همگن با مقطع بیضی (که می توان آن را با روش فیلامنت ویندینگ[4]، بر روی یک قالب با سطح مقطع بیضی، تولید کرد) را، فرموله نمود. او برای این کار، از یک مدل ماده ی غیرایزوتروپیک و نیز مختصات منحنی الخط متناسب با پروسه ی ساخت فیلامنت ویندینگ، استفاده کرد. در این کار، معادلات دیفرانسیل برای حالت کلی استخراج شدند، سپس نتایج برای حالت خاص پیچش یک جسم اورتوتروپیک، بدست آمد.

در سال ۲۰۱۰، نی و باترا [۷]، از تابع تنش ایری، به منظور بدست آوردن تحلیل تنش و تغییر شکل استاتیکی یک استوانه از جنس مواد هدفمند با سطح مقطع دایره ای و مدول یانگ E و ضریب پواسون ν به صورت توابع مختلفی از شعاع، استفاده کردند. از تحقیقات آن ها معلوم شد که هرگاه مدول یانگ و ضریب پواسون موثر که در روابط تنش-کرنش ظاهر می شوند، هر دو به صورت توانی و با

[1] D. Sadagopan
[2] R. Pitchumani
[3] G. A. Kardomateas
[4] filament winding

توان مشابهی از شعاع تغییر کنند، آنگاه تنش در استوانه، مستقل از ضریب پواسون موثر خواهد بود، اگرچه جابجایی همچنان وابسته به آن است.

در سال ۲۰۱۰، نی و باترا، [۸] از تابع تنش ایری، برای تحلیل تنش مسائل دو بعدی غیر قابل تراکم، استفاده کردند. آن ها از تابع تنش ایری، به منظور پیدا کردن جواب دقیق برای تغییر شکل های کرنش صفحه ای یک استوانه توخالی، ساخته شده از مواد هدفمند، که سطح بیرونی و درونی آن، تحت شرایط مرزی مختلفی قرار گرفته و از جنس الاستیک خطی غیر قابل تراکم و ایزوتروپیک، ساخته شده است، استفاده نمودند. در این مقاله برای تغییرات مدول برشی به صورت توانی یا نمایی با شعاع، عبارت های صریحی برای تنش استخراج شد، همچنین به صورت معکوس برای اینکه ترکیب خطی تنش محیطی و شعاعی، تغییرات از پیش تعیین شده ای داشته باشند، نحوه ی تغییر مدول برشی با شعاع، محاسبه شد.

آن ها دریافتند که برای آن که تنش محیطی در امتداد ضخامت استوانه یکنواخت بماند، باید مدول برشی متناسب با شعاع باشد و برای آنکه بیشترین تنش برشی در امتداد ضخامت ثابت بماند، مدول برشی باید متناسب با توان دوم شعاع، باشد.

در سال ۲۰۱۰، باترا [۹] ، تغییرات سه بعدی پارامترهای مربوط به جنس ماده، در استوانه ها و کره های تحت فشاری که از موادی با جنس غیر قابل تراکم هوکی، نئو هوکی یا مونی- ریولین ساخته شده اند را، برای آن که تنش برشی و یا تنش محیطی، طی تغییر شکل های متقارن محوری، تغییرات دلخواهی را داشته باشند، بدست آورد.

او یک رابطه ی عمومی برای تنش محیطی و برشی متوسط، برای کلاس عمومی مواد، بدون توجه به پارامترهای مربوط به جنس در آن ها، بدست آورد که برای تغییر شکل های الاستیک و غیر الاستیک استوانه ها و کره ها و برای جنس قابل تراکم و غیر قابل تراکم، برقرار است.

در سال ۱۹۹۴، مورل[1] و ساراوانوس[2] [۱۰]، از یک روش چند منظوره، برای تیلورینگ کامپوزیت لایه ای با پایه ی فلزی[3] در دماهای بالا، استفاده کردند. آن ها معتقد بودند، تاثیرات پروسه ی ساخت، تنش های مانده، رفتار غیرخطی نوع جنس استفاده شونده و بارگذاری ترمومکانیکی بر خواص لایه های ساخته شده، به صورت همزمان اتفاق می افتد. همچنین آن ها، یک روش محاسباتی برای تیلورینگ

[1] M. R. Morel
[2] D. A. Saravanous
[3] Metal Matrix

روند ساخت، جهت کنترل تنش مانده و کسر حجمی کامپوزیت لایه ای غیرالاستیک، ارائه کردند و با انجام یک تیلورینگ چند منظوره، روشی برای بیشینه کردن ظرفیت تحمل بار و سفتی لایه ای در دماهای بالا، برای دو نوع کامپوزیت گرافیت- مس، ارائه نمودند.

در سال ۱۹۸۲، شراکاوا[۱] و موریتا[۲] [۱۱]، ارتعاشات آزاد و کمانش یک استوانه با طول محدود و سطح مقطع بیضی، تحت فشار خارجی را بررسی کردند. سطح مقطع بیضوی از دو کمان دایره ای تشکیل شده و معادلات پوسته ی استوانه با سطح مقطع دایره ای، جهت تحلیل آن، بکار گرفته شد. اثرات ناشی از خارج شدن از حالت گردی، در محاسبه ی ارتعاشات آزاد آن، در نظر گرفته شده است.

در سال ۲۰۰۸، سیلوستره[۳] [۱۲]، رفتار کمانش پوسته ی استوانه ای و لوله های تحت فشار با مقطع بیضی را بررسی نمود. او ابتدا تئوری کلی تیر[۴] را برای بررسی رفتار کمانش استوانه های غیر دایره ای توخالی[۵]، فرمول بندی کرد. سپس دو فاز مستقل از مودهای تغییر شکل متعامد را تعیین نمود که در اولی کرنش برشی صفر، اما کشش جانبی وجود داشت و در دومی هر دو مورد صفر بودند. نتایج تحقیقات نشان داد که استوانه هایی با طول کوتاه تا متوسط، بیشتر در مود اول کمانش می کنند حال آنکه کمانش استوانه هایی با طول متوسط تا بلند، بیشتر در مود دوم اتفاق می افتد.

در سال ۲۰۰۱، هایر[۶] و وگل [۱۳][۷] ، جابجایی های محوری، محیطی و عمودی یک استوانه با سطح مقطع بیضی و از جنس کامپوزیت را، تحت تغییرات دمایی یکنواخت بررسی نمودند. سه نمونه کامپوزیت در این پژوهش بررسی شدند که اورتوتروپیک در نظر گرفته شده بودند. جابجایی های به وجود آمده در اثر اعمال حرارت، با استفاده از روش کانتروویچ[۸] و کمینه کردن انرژی پتانسیل کل، محاسبه شدند. آن ها به این نتیجه رسیدند که جابجایی ها، وابستگی زیادی به ترتیب لایه ها و شرایط مرزی انتهایی استوانه دارند.

در سال ۱۹۹۹، هایر[۹] و مک موری[۱] [۱۴]، با استفاده از کمینه کردن تابع پتانسیل انرژی، روش رایلی ریتز و روش کانتروویچ، به مطالعه ی سه بعدی استوانه از جنس کامپوزیت، با سطح مقطع بیضی و

---

[1] **K. Shrakawa**
[2] **M. Morita**
[3] **N. Silvestre**
[4] **General Beam Theory(G. B. T)**
[5] **N. C. H. S**
[6] **Michael W. Hyer**
[7] **Grant A. Vogl**
[8] **Kantrovich**
[9] **Hyer**

تحت فشار داخلی پرداختند. آن ها سپس به مقایسه ی جواب های بدست آمده از استوانه بیضی شبه ایزوتروپیک با استوانه دایره ای شبه ایزوتروپیک، جهت بررسی اثر هندسه ی غیردایره ای پرداختند. در کار آن ها به منظور بررسی تاثیرات جنس اورتوتروپیک، پاسخ استوانه هایی با سطح مقطع بیضی در دو حالت سفتی محوری و سفتی محیطی، مورد آزمایش قرار گرفت. از بررسی این حالت ها معلوم شد که می توان در حالت های خاصی از جنس اورتوتروپیک، تاثیرات هندسه ی بیضی شکل را کاهش داد و پاسخ هایی مشابه استوانه های دایره ای بدست آورد.

از موارد فوق می توان دریافت که اکثر کارهای صورت گرفته در زمینه ی تیلورینگ بر روی استوانه ها، مربوط به استوانه هایی با سطح مقطع دایره ای می باشد، در حالت کلی نیز اکثر کارهایی که بر روی استوانه ها انجام گرفته مربوط به حالت عمومی تر سطح مقطع دایره ای و تحت شرایط متقارن محوری بوده است و بررسی تحلیل تنش و تیلورینگ استوانه با مقطع بیضی، ساخته شده از مواد هدفمند، تا کنون انجام نشده است.

در این پایان نامه، با توجه به کاربردهای استوانه های طویل با مقطع بیضی، حالت خاص بارگذاری فشار داخلی برای جنس مواد هدفمند، بررسی شده و تحلیل تیلورینگ آن، برای شناسایی توزیع مدول برشی و یا توزیع مدول یانگ که باعث شود تنش محیطی در امتداد ضخامت استوانه یکنواخت بماند، انجام گرفته است.

در فصل دوم، با استفاده از تئوری های الاستیسیته در حالت کرنش صفحه ای و با استفاده از تابع تنش ایری، یک استوانه ایزوتروپیک با سطح مقطع بیضی، در شرایط کرنش صفحه ای و از جنس مواد هدفمند مورد تحلیل قرار گرفته و با ترکیب معادلات تعادل، معادلات ساختاری و معادله ی سازگاری و با در نظر داشتن غیرقابل تراکم بودن جنس مورد بررسی، معادله دیفرانسیل حاکم، بر حسب تابع تنش ایری استخراج شده است.

برای انجام این کار، از دستگاه مختصاتی منحنی الخط (ζ, η)، متناسب با هندسه ی بیضی، استفاده شده است که در آن، جداره ی داخلی یک بیضی کامل می باشد اما به دلیل یکنواخت بودن ضخامت، جداره ی خارجی کاملا بیضی نمی باشد. با توجه به هندسه ی در نظر گرفته شده و جنس هدفمند، این استوانه، احتمالا از طریق روش متالورژی پودر، قابل تولید است.

---

[1] **Jennifer M. McMurray**

معادله ی حاکم، یک معادله دیفرانسیل پاره ای مرتبه چهار بر حسب مختصاتξ و η می باشد که ضرایب آن تابعی از این دو مختصه هستند و بسیار حجیم و پیچیده می باشند. به علت پیچیده بودن ضرایب این معادله، عملا حل تحلیلی برای آن غیرممکن است و حل عددی نیز با سختی هایی روبروست. به موازات این فرمول بندی، فرمول بندی دیگری نیز صورت گرفته که در آن، به جای مجهول تابع تنش، دو مجهول تنش، در یک سیستم معادلاتی فرمول بندی می شوند تا بدین ترتیب، اعمال شرایط مرزی در حل عددی، ساده تر گردد. در مرحله ی بعد، برای داشتن تنش محیطی ثابت در امتداد ضخامت، مساله ی تیلورینگ، به منظور پیدا کردن جنس مربوط به این نوع خاص توزیع تنش، فرمول بندی شده است.

در فصل سوم، موارد بررسی شده در فصل دوم برای جنس غیرقابل تراکم، عینا برای جنس قابل تراکم تکرار می شوند.

در فصل چهارم، از روش مشتقات مربعی برای حل معالات بدست آمده در فصل های دوم و سوم استفاده شده و دیاگرام هایی برای بیان توزیع تنش و نیز توزیع جنس، ارائه شده اند.

در فصل پنجم، جمع بندی و نتیجه گیری ها بیان شده است، پیوستی نیز در فصل ششم، ضمیمه شده که ضرایب معادله و کد عددی مراحلی از کار، در آن آمده است.