دانشگاه صنعتی اصفهان
دانشکدهٔ مهندسی مکانیک

حل عددی جریان پتانسیل ترانسونیک حول ایرفویل در جریان خارجی

پایان نامه کارشناسی ارشد
تبدیل انرژی

توسط :
یحیی نجفی

زیر نظر :
آقای دکتر محمد سعید سعیدی

سال ۷۰

مرکز اطلاعات و مدارک علمی ایران
تهیه مدارک
۴۰۷
۱۶۹۷۲

بسمه تعالی

پایان نامه آقای یحیی نجفی درجلسه مورخ کمیته پایان نامه متشکل از اساتید ذیل مورد بررسی و تائید قرار گرفت .

۱ـ آقای دکتر محمد سعید سعیدی استاد راهنمای رساله

۲ـ آقای دکتر ابراهیم شیرانی استاد کمیته تخصصی

۳ـ آقای دکتر علی اکبر عالم رجبی استاد کمیته تخصصی

۴ـ آقای دکتر محمود سلیمی مسئول کمیته کارشناسی ارشد دانشکده مکانیک

سپاسگزاری

برخود لازم میدانم که از جناب آقای دکتر محمد سعید سعیدی استاد راهنمای پروژه که در حین انجام آن از همکاریها و راهنمائیهای مفیدایشان بهره مند شده ام و نیز از آقایان دکتر ابراهیم شیرانی و دکتر علی اکبر عالم رجبی که با زخوانی پروژه را بعهده گرفتند کمال تشکر و قدردانی را نمایم.

فهرست مطالب | شماره صفحه

- خلاصه پروژه

- مقدمه

فصل اول - مدل پتانسیل ۳

۱ - ۱ - شرح مدل و معادلات حاکم ۳

۱ - ۲ - جریان غیر چرخشی با سیرکولیشن - شرط کوتا - ژوکوفسکی ۵

۱ - ۳ - محدودیتهای مدل جریان پتانسیل برای جریانهای ترانسونیک ۶

۱ - ۳ - ۱ - روابط شوک پتانسیل ۷

۱ - ۳ - ۲ - مقایسه بین روابط شوک رانکین هوگونیوت و شوک ایزنتروپیکی ۸

۱ - ۴ - یگانه نبودن حل مدلهای پتانسیل ترانسونیک ۱۲

۱ - ۴ - ۱ - یگانه نبودن حل در جریانهای داخلی ۱۲

۱ - ۴ - ۲ - چند گانگی در جریانهای خارجی ۱۴

۱ - ۵ - تقریب اختلال کوچک معادله پتانسیل ۱۶

۱ - ۶ - جریانهای پتانسیل خطی شده - روشهای سینگولاریتی ۱۶

فصل دوم - محاسبه جریانهای پتانسیل ترانسونیک دائم ۱۸

- مقدمه ۱۸

۲ - ۱ - بحث ناحیه مافوق صوت - لزجت مصنوعی ، چگالی و فلوی مایل به بالادست ۲۰

۲ - ۱ - ۱ - لزجت مصنوعی در معادله پتانسیل غیر بقائی ۲۱

۲ - ۱ - ۲ - لزجت مصنوعی در معادله پتانسیل بقائی ۲۴

۲ - ۱ - ۳ - تراکم پذیری مصنوعی ۲۶

۴ - ۱ - ۲ - فلوی مصنوعی یا فلوی مایل به بالا دست ۲۹

۲ - ۲ - الگوریتمهای تکرار برای محاسبات جریان پتانسیل ۳۲

۲ - ۲ - ۱ - الگوریتمهای تخفیف خطی ۳۳

۲ - ۲ - ۲ - روش غیر صریح جهت نهائی - الگوریتمهای فاکتورگیری تقریبی ۳۸

۲ - ۲ - ۳ - تکنیکهای دیگر - روشهای چند شبکه ای ۴۲

فصل سوم - معرفی و تجزیه و تحلیل روش بکار رفته در این پروژه ۴۴

- مقدمه ۴۴

۳ - ۱ - تبدیل معادله پتانسیل و الگوریتم عددی ۴۵

۳ - ۲ - معادله وابسته به زمان ۵۲

۳ - ۳ - شرایط مرزی ۵۹

۳ - ۴ - تولید شبکه ۶۲

۳ - ۵ - محاسبه نتایج ۶۴

فصل چهارم - تشریح برنامه های کامپیوتری ۶۷

- مقدمه ۶۷

۴ - ۱ - ورودی ها ۶۸

۴ - ۲ - عملیات مقدماتی ۶۸

۴ - ۳ - نو کردن کمیت های قابل اصلاح برنامه ۶۹

۴ - ۴ - جاروب شبکه و یافتن پتانسیل جدید نقاط ۷۲

۴ - ۵ - بررسی شرط همگرائی و محاسبه نتایج ۷۳

فصل پنجم - نتایج ۷۷

۵ - ۱ - بحث و نتیجه گیری ۱۷

۵ - ۲ - شکلها ۸۰

ضمیمه

- مراجع ۹۳

- برنامه کامپیوتری ۹۴

خلاصه پـــروژه

جریان پتانسیل ترانسونیک حول ایرفویل

روشی عددی برای محاسبه جریان پتانسیل ترانسونیک حول هر ایرفویلی در جریان خارجـــــی ارائه میشود . د ر این روش ابتدا مختصات شبکه میدان فیزیکی به کمک تبدیل کانفرمال ریشـــــه دوم بدست آمده و سپس با تبدیل موضعی هر سلول شبکه فیزیکی به مربعی با ابعاد واحد در سیستـــــــــم محاسباتی و حل معادلات حجم محدود حاکم بر جریان در این دستگاه جدید امکان ارضای دقیق شرایـــط مرزی را فراهم می کنیـــم .

تمام مشتقات تابع پتانسیل سرعت و مختصات شبکه با استفاده از نگاشت موضعی دو خطـــی در داخل سلول و یا متوسط گیری در گره های اصلی ، بروش عددی با دقت مرتبه دوم محاسبه میشوند . تاثیر ضرورت استفاده از مشتقات مایل به بالا دست جریان در نواحی مافوق صوت را برای داشتـــــن پایداری ، با افزایش جملات لزجت مصنوعی جمسون به معادله اصلی جریان که در هر دو ناحیه مادون صوت و مافوق صوت از مشتقات مرکزی استفاده شده است ، جبران می کنیم . این عمل در نواحی مافوق صوت به کمک یک تابع کلیدی صورت می گیرد . با استفاده از معادله اصلی ، معادله وابسته به زمـان مصنوعی ساخته میشود که میتواند خط به خط (SLOR) حل شود و برای داشتن همگرائی مطمئـــن

در آن ، حل یک دستگاه معادلات که ماتریس ضرایب آن بجای روش معمول سه قطری ، پنج قطری است ضروری می شود .

چون افزودن جملات لزجت مصنوعی در نواحی ما فوق صوت که از دقت مرتبه اول فاصله بندی شبکه فیزیکی می باشند ، دقت حل معادلات را در کل میدان جریان کاهش می دهند لازم است لزجتهای مصنوعی را قبل از استفاده بگونه ای اصلاح کنیم تا دقت مرتبه دوم را در تمام میدان جریان داشته باشیم . این اصلاح لزجت بویژه برای پایداری محاسبات در حل جریانهای با شوک قوی لازم است . بعلاوه برای جلوگیری از ناپایداری معادله تابع زمان در حوالی خط صوتی عبارت میرا کننده ای را به طور مستقیم وارد این معادله می کنیم .

نتیجه اجرای برنامه نشان میدهد که با روشی که در اینجا برای ساختن شبکه بکار رفته وبا حد - اکثر تعداد نقاطی که با مقدار Ram-ی برابر ۶۴۰ KB (یعنی شبکه ۱۶ × ۱۰۵ نقطه ای) می توان اختیار کرد برای گرفتن جواب دقیق در جریانهای با شوک کافی نیست . ولی اجراهای برنامه نشان داده اند که با افزایش تعداد نقاط شبکه به حل دقیق پتانسیل نزدیک تر میشویم .

فهرست نماد گذاری متن پروژه

سرعت صوت موضعی	a
تصحیح پتانسیل	C
ضریب فشار یا ضریب گرمای ویژه در فشار ثابت	C_P
ماتریس معکوس ترانسپوز ماتریس ژاکوبین	F
عناصر ماتریس معکوس متریک	g^{ij}
ماتریس متریک یا پتانسیل اختلالی	G
انتالپی استاتیکی یا دترمینان ماتریس ژاکوبین	h
انتالپی سکون	h_o
ماتریس ژاکوبین	H
ضریب اتمیسیته هوا	k
شرایط پایینی	L
عدد ماخ	M
عدد ماخ بحرانی	M_C
نمایانگر تکرارها	n
فشار یا مولفه x لزجت مصنوعی	P
اندازه سرعت	q
مولفه y لزجت مصنوعی	Q
موقعیت مکانی در مختصات قطبی	r
ثابت گاز یا مانده معادله اصلی	R
انتروپی	s
دما یا جمله کوپلینگ یا ترانسپوزماتریس	T
مولفه x سرعت	u
مولفه X سرعت کنتراواریانت یا شرایط بالائی	U
مولفه y سرعت	v
مولفه Y سرعت کنتراواریانت	V
مختصه مکانی افقی در مختصات کارتزین	x
مختصه مکانی افقی در مختصات منحنی الخط	X
مختصه مکانی قائم در مختصات کارتزین	y
مختصه مکانی قائم در مختصات منحنی الخط	Y
چگالی	ρ
سیر کولیشن	Γ
تابع کلیدی	σ
اپراتور متوسط گیری	μ
اپراتور مشتق گیری	δ
تابع پتانسیل سرعت	ϕ
ضریب اصلاح جمله لزجت	ν
زاویه حمله	α

مقدمه پروژه

ازآنجا که اثرودینامیک جریان ترانسونیک یکی ازموءثرترین رژیمهای پرواز میباشد ،ازاهمیت ویژه‌ای برخوردار است .اگرچه هواپیماهای حمل ونقل کنونی درست زیرسرعت صوت کار میکنند ،ولی طراحیهای ایرودینامیکی متهورانه‌تری وجوددارد که بازدهی مطلوبی را درسرعتهای مافوق صوت پائین درمحدوده ماخ ۱/۳-۱ میدهند .برای انجام پیش بینی های ارزان وواقعی ازایرودینامیک هواپیماهای حمل ونقل،روشهای تحلیل جریان ترانسونیک سه‌بعدی موءثروقابل اطمینان ضروری است .اخیرا "این پیش بینی ها عمدتا "برمحورحل معادلات پتانسیل ترانسونیک بوده اندوکاربردا ین حلها به‌طراحی هواپیماهای حمل ونقل پیشرفته اخیرمانندبوئینگ ۷۶۷،۷۵۷،ایرباس ۳۱۵ و غیره بطورشایانی کمک کرده است .

یک تحلیل جریان مطلوب ودقیق نیازبه‌تکیه‌روی کارسنگین تست تونل بادراکم کرده ونهایتا "به‌طراحیهای منطقی تری منجرمیشود .همچنین یک روش محاسباتی مناسب بایدبرای استفاده‌درهندسه‌های مختلف انعطاف پذیری داشته ،درپیشگوئی محل وقدرت شوک ودرنتیجه‌دراگ موجی توانا بوده‌ونیزدرمحاسبات سه‌بعدی که‌تعدادشبکه‌ها بطور سریعی افزایش می یابندازنظرزمان کامپیوتری اقتصادی باشد .دراین رابطه‌انتخاب مناسبی ازفورمول بندی معادلات ، تشکیل سیستم‌مختصات ، شبکه‌مناسب وتوسعه‌شمای اختلاف محدودی که‌پایدار وهمگرا بوده‌وتوانائی پذیرش ناپیوستگیهای جسم‌وشوک راداشته باشدونیزانتخاب روش مناسبی درحل معادلات ، بایدصورت گیرد .

فصـــــل اول

مـــدل پتانسیـــــــل

۱ـ۱ ـ شرح مدل و معادلات حاکم [۴]

ساده‌ترین و موثرترین توصیف ریاضی یک سیستم جریان با تقریب جریان غیر چرخشی ، غیـــــر ویسکوز بدست می‌آید. از رابطه :

$$\bar{\zeta}=\bar{\nabla}\times\bar{V}=0 \qquad (1-1)$$

میدان سرعت سه‌بعدی می‌تواند بوسیله تابع پتانسیل اسکالر ϕ که با رابطه

$$\bar{V}=\bar{\nabla}\phi \qquad (1-2)$$

تعریف می‌شود، توصیف شود روشن است که این تابع معلوم کردن سه مولفه سرعت را به تعیین تک تابع پتانسیـــل ϕ کاهش می‌دهد.

چنانچه شرایط اولیه با انتروپی یکنواخت سازگار باشد ، برای جریانهای پیوسته می‌تـــــوان ثابت کرد که انتروپی در تمام میدان جریان ثابت می‌ماند . از این رو برای جریانهای ایزنتروپیـــــک معادله ممنتم Croccos می‌شود:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\nabla}\phi) + \bar{\nabla}h = 0$$

با

$$(۳-۱)\quad \frac{\partial \phi}{\partial t} + h = \text{ثابت} = h_0$$

یعنی انتالپی سکون h_0 در روی تمام خطوط جریان مقدار یکسانی دارد . این معادله نشان می‌دهد که معادله انرژی دیگر مستقل از معادله ممنتم‌نیست ، و بنابر این جریان با شرایط اولیه و شرایط مرزی از یک طرف و با معلوم شدن تک‌تابع ϕ از طرف دیگر کاملا" تعیین می‌شود . که در حقیقت سادگی قابل ملاحظه‌ای را داراست.

معادله تابع پتانسیل از معادله پیوستگی با احتساب شرایط ایزنتروپیکی که دانسیته را به صورت تابعی از سرعت‌ودرنتیجه گرادیان تابع پتانسیل بیان می‌کند، بدست می‌آید.

پس معادله پتانسیل اساسی بفرم بقائی می‌شود:

$$(۴-۱)\quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot (\rho \bar{\nabla}\phi) = 0$$

و رابطه بین دانسیته و تابع پتانسیل با معرفی تعریف انتالپی سکون بصورت تابعی از سرعت و انتالپی استاتیکی h برای یک گاز ایده‌آل بدست می‌آید:

$$(۵-۱)\quad \frac{\rho}{\rho_A} = \left(\frac{h}{h_A}\right)^{1/(K-1)} = \left[\left(h_0 - \frac{\bar{V}^2}{2} - \frac{\partial \phi}{\partial t}\right)/h_A\right]^{1/(K-1)}$$

زیر نویس A به یک حالت مرجع اختیاری مثلا" شرایط سکون $\rho_A=\rho_0$ و $h_A=h_0$ اشاره می‌کند.

-جریان پتانسیل دائم

برای جریانهای پتانسیل دائم می‌توان معادلات را ساده‌تر کرد. باداشتن ، ثابت$=h_0$ h معادله پتانسیل به رابطه زیر تعدیل می‌شود:

$$(۶-۱)\quad \bar{\nabla} \cdot (\rho \bar{\nabla}\phi) = 0$$

و رابطه دانسیته با اختیار$h_A=h_0$ می‌شود:

$$(۷-۱)\quad \frac{\rho}{\rho_0} = \left(1 - \frac{(\bar{\nabla}\phi)^2}{2 h_0}\right)$$

که ρ_0 دانسیته سکون بوده و در تمام میدان جریان ثابت می‌ماند.

برای هر دو جریان دائم و غیر دائم شرایط مرزی در طول مرز جامد ، صفر بودن سرعت نسبی بین جریان و مرز جامد در جهت عمود بر دیواره جامد n می‌باشد:

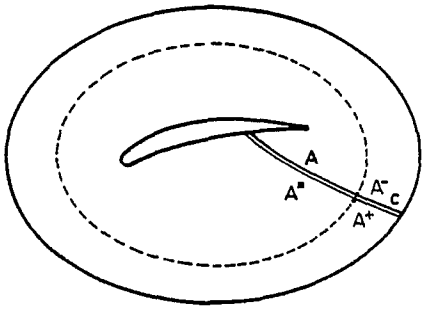
$$(۸-۱)\quad v_n = \frac{\partial \phi}{\partial n} = \vec{u}_w \cdot \bar{I}_n$$

که u_w سرعت مرز جامد نسبت به سیستم مرجع اختیار شده می‌باشد.

۱ ـ ۲ ـ جریان غیر چرخشی با سیر کولیشن ـ شرط کوتا ـ ژوکوفسکی

اگرچه برای جریان پتانسیل در حوزه همبند غیر ساده[1] ورتیسیته موضعی در جریان صفر است اما امکان دارد که سیرکولیشن حول منحنی بسته C غیر صفر شود. اساساً این موردی است که حول ایرفویلهای لیفت دار اتفاق می‌افتد، برای رسیدن به لیفت غیر صفر روی جسم، سیر کولیشنی Γ حول ایرفویل تحمیل می‌شود. این سیرکولیشن اگر چه از تولید ورتیسیته‌ای که بطور فیزیکی در لایه مرزی ایجاد شده است، نشأت می‌گیرد، اما بوسیله یک ورتکس آزاد منفرد[2] نشان داده می‌شود. مقدار Γ از تئوری غیر چرخشی نمیتواند تعیین شود و کمیتی است که از خارج به جریان پتانسیل داده می‌شود، یاد آوری می‌شود که با افزودن Γ جریانهای پتانسیل مختلف بی‌شماری برای شرایط جریان ورودی یکسان، می‌تواند بدست آید که هر کدام از این حلها مقدار معینی از Γ را دارا می‌باشند. بهر حال برای اجسام ائرودینامیکی مانند پروفیل ایرفویل تقریب کاملاً خوبی از سیر کولیشن و بنابر این لیفت، بوسیله شرط کوتا ـ ژوکوفسکی می‌تواند بدست آید. البته در صورتیکه در جریان واقعی جدائی لایه مرزی اتفاق نیافتد. شرط کوتا ـ ژوکوفسکی بیان می‌کند که مقدار سیر کولیش برای جریان واقعی بدون جدائی، در صورتی بدست می‌آید که نقطه سکون در انتهای پائین دست جریان جسم در لبه دم واقع شود.

داشتن سیرکولیشن غیر صفر حول جسم نیاز به معرفی یک مرز مصنوعی یا برش (C)، منشعب شده از جسم به مرز میدان دور دست (شکل ۱ ـ ۱) دارد که در طول آن پرش تابع پتانسیل مجاز است.



شکل ۱ ـ ۱ پرش پتانسیل در طول پرش مربوط به یک سیر کولیشن

1 - non - simply connected
2 - singularity

محاسبه سیر کولیشن حول جسم برای یک منحنی اختیاری که از نقطه A^- روی برش شروع و به نقطه A^+ روی برش ختم می‌شود خواهد داد:

$$(۹-۱) \quad \Gamma = \oint_{A^-A^+} \bar{u}d\bar{l} = \oint_{A^-A^+} \bar{\nabla}\phi \cdot d\bar{l} = \phi(A^+) - \phi(A^-)$$

که بواسطه سیر کولیشن Γ ، غیر صفر است . از آنجا که پرش پتانسیل در هر نقطه از برش ثابت است، سیر کولیشن برای هر منحنی بسته که جسم را در بر نگیرد ، حتی اگر خط انشعاب را قطع کند صفر می‌شود . از این رو جریان غیر چرخشی باقی می‌ماند . برای ارضای بقای جرم روی برش ، از آنجا که تمام متغیرهای جریان بویژه دانسیته ρ فقط به سرعت $\bar{v}$ و شرایط سکون ورودی بستگی دارد کافی است که پیوستگی مشتقات پتانسیل را در جهت عمود بربرش برآورده کنیم . بنابراین برش گاهی بعنوان یک مرز پریود یک تعبیر می‌شود که برای هر نقطه روی برش (C) خواهیم داشت:

$$(۱۰-۱) \quad \phi(A^+) = \phi(A^-) + \Gamma$$

$$(۱۱-۱) \quad \frac{\partial\phi}{\partial n}(A^+) = \frac{\partial\phi}{\partial n}(A^-)$$

که n جهت عمود بر برش (خط انشعاب) است .

۱ - ۳ - محدودیتهای مدل جریان پتانسیل برای جریانهای ترانسونیک

اگر مدل جریان پتانسیل را در جریانهای پیوسته مدنظر قرار دهیم ، ثابت ماندن انتروپی وانتالپی کل همراه با غیر چرخشی بودن جریان ، سیستم شرایطی کاملا" سازگار با سیستم معادلات اویلر تشکیل می‌دهد. از این رو مدل تعریف شده با :

$$(۱۲-۱) \quad s = s_0 \text{ ثابت}$$

$$h = h_0 \text{ ثابت}$$

و $\bar{v} = \bar{\nabla}\phi$ یا $\bar{\nabla}\times\bar{v} = 0$ که ϕ حل معادله بقای جرم است ، این اطمینان را می‌دهد که قوانین بقای انرژی وممنتم نیز ارضا می‌شوند . بنابراین جریان پیوسته غیر لزج با شرایط اولیه ارضا کننده شرایط بالا (۱ - ۱۲) دقیقا" با مدل جریان پتانسیل توصیف می‌شود.

بهر حال در حضور ناپیوستگیهایی مانند امواج شوک بعلت آنکه روابط رانکین - هوگونیوت

منتهی به افزایش انتروپی در عرض شوک می‌شوند ، مورد بالا دیگر معتبر نیست ، اگر شدت شـــــوک یکنواخت باشد انتروپی پایین دست شوک یکنواخت اما مقداری غیر از مقدار ثابت اولیه خواهد بود . در این حالت می‌توان ثابت کرد که جریان غیر چرخشی می‌ماند . ولی اگر شدت شـــوک یکنواخـــت نباشد ، موردی که در عمل بیشتر احتمال وقوع دارد (مانند شوکهای منحنی) ، جریان دیگر غیرچرخشی نمی‌ماند و از این رو امکان وجود یکتابع پتانسیل در پائین دست شـوک با دقت زیاد نمیتوانـــد بر آورده شود . پس مدل جریان پتانسیل در حضور شوک نمیتواند کاملا" با مدل اولر که روابط را نکین ـ هوگونیوت را دقیقا" ارضا می‌کند سازگار باشد ، زیرا مدل پتانسیل ، انتروپی ثابت را بیان می‌کنـد و بنابراین مکانیزمی برای تولید تغییرات انتروپی در عرض شوک ندارد . اما نشان می‌دهیم که مـــدل پتانسیل ناپیوستگی های شوک را با روابط پرش ایزنتروپیکی مجاز می‌شمرد و از این رو شوکهـــای پتانسیل ایزونتروپیکی روابط را نکین ـ هوگونیوت را ارضا نمی‌کنند.

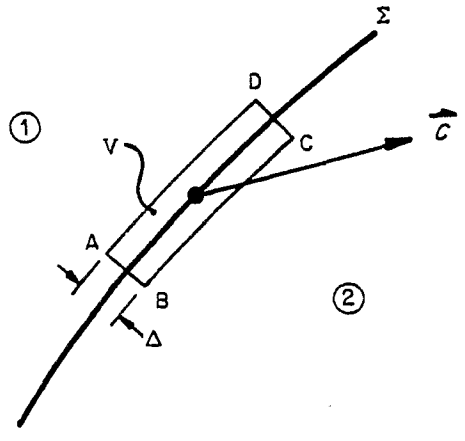
۱ ـ ۳ ـ ۱ ـ روابط شوک پتانسیل

شرط غیر چرخشی (۱ ـ ۲) می‌تواند در طول جزء AB از شکل (۱ ـ ۲) انتگرالگیری شود:

$$\int_{AB} \bar{v}.d\bar{l} = \phi_B - \phi_A \qquad (۱ - ۱۳)$$

که $d\bar{l}$ المان خطی مماس بر AB است . با حد گیری برای مسافتی که به صفر میل می‌کند شرط پـــرش بدست می‌آید:

$$\phi_B - \phi_A = [\phi] = 0 \qquad (۱ - ۱۴)$$



شکل ۱ ـ ۲ ـ حجم کنترل ABCD حول یک سطح ناپیوستگی Σ که با سرعت $\bar{c}$ حرکت می‌کند

یعنی تابع پتانسیل در عرض ناپیوستگی شوک پیوسته باقی می‌ماند .

با کاربرد همان روش انتگرالگیری روی کانتور بسته ABCD از شکل (۱ ـ ۲) و توضیح اینکه هیچ سیرکولیشنی در سطح ناپیوستگی Σ تولید نمی‌شود داریم :

$$\int_{ABCD} \bar{\nabla}\phi \cdot d\bar{l} = 0 \qquad (۱۵ ـ ۱)$$

در حالت حدی که فواصل AB و CD به صفر میل می‌کنند معادله بالا همراه با معادله قبل از آن می‌شود،

$$[\rho\bar{\nabla}\phi \cdot \bar{I}_1] = [\bar{v} \cdot \bar{I}_1] = 0 \qquad (۱۶ ـ ۱)$$

($\bar{I}_1$ بردار واحد در طول AD می‌باشد) ،

که پیوستگی مولفه سرعت مماسی در سطح ناپیوستگی Σ را بیان می‌دارد.

نهایتا" معادله پتانسیل (۱ ـ ۶) یا معادله بقای جرم می‌تواند بصورت زیر نوشته شود:

$$[\rho\bar{\nabla}\phi \cdot \bar{I}_n] = 0 \qquad (۱۷ ـ ۱)$$

که اولین رابطه را نکین ـ هوگونیوت برای شوک دائم است.

سومین رابطه را نکین ـ هوگونیوت بقای انرژی را بیان می‌کند و از این رو با مدل پتانسیل که فرض می‌کند انرژی کلی در سرتاسر میدان جریان ثابت است ، برآورده می‌شود. بهر حال از آنجا که در مدل پتانسیل همه جا انتروپی ثابت گرفته می‌شود ، بالطبع در عرض ناپیوستگی نیز چنین خواهد بودو این با رابطه دوم را نکین ـ هوگونیوت که بقای ممنتم را در جهت عمود بر شوک بیان می‌کند :

$$[\rho v_n \cdot v_n + P] = 0 \qquad (۱۸ ـ ۱)$$

تناقض دارد یعنی با جریانهای پتانسیل این رابطه ارضا نمی‌شود . پس مدل پتانسیل ایزونتروپیک ، بقای جرم و انرژی را ارضاکرده ولی بقای ممنتم را در عرض ناپیوستگی شوک برآورده نمی‌کند ، در عمل اختلاف ممنتم در هر دو طرف شوک $[\rho v^2 + P]$ برای تخمین دراگ ناشی از موج شوک بکار می‌رود.