دانشگاه اصفهان

دانشکده فنی مهندسی

گروه مهندسی نقشه‌برداری

پایان‌نامه کارشناسی‌ارشد رشته مهندسی نقشه‌برداری گرایش ژئودزی

کاربرد روش برآورد مولفه‌های واریانس کمترین مربعات در مشاهدات GPS با استفاده از مدل هندسه– مبنا

استاد راهنما:

دکتر علیرضا امیری سیمکوئی

استاد مشاور:

دکتر جمال عسگری

پژوهشگر:

فرزانه زنگنه نژاد

شهریور ماه ۱۳۹۱

کلیه حقوق مادی مترتب بر نتـایج مطالعـات، ابتکـارات و نـوآوری هـای ناشـی از تحقیـق موضوع این پایان نامـه متعلـق بـه دانشـگاه اصفهان است.

دانشگاه اصفهان

دانشکده فنی مهندسی

گروه مهندسی نقشه‌برداری

پایان‌نامه کارشناسی‌ارشد رشته مهندسی نقشه‌برداری گرایش ژئودزی خانم فرزانه زنگنه نژاد تحت عنوان

کاربرد روش برآورد مولفه‌های واریانس کمترین مربعات در مشاهدات GPS با استفاده از مدل هندسه– مبنا

در تاریخ ۱۳۹۱/۶/۲۹ توسط هیأت داوران زیر بررسی و با درجه ..... به تصویب نهایی رسید.

۱- استاد راهنمای پایان نامه دکتر علیرضا امیری سیمکوئی با مرتبه علمی استادیار

۲- استاد مشاور پایان نامه دکتر جمال عسگری با مرتبه ی علمی استادیار

۳- استاد داور داخل گروه دکتر وهاب نفیسی با مرتبه علمی استادیار

۴- استاد داور خارج از گروه دکتر حمید بیدارم با مرتبه علمی استادیار

امضای مدیر گروه

سپاسگزاری

بدین‌وسیله بر خود لازم می‌دانم از اساتید محترم راهنما و مشاور اینجانب، جناب آقای دکتر امیری و جناب آقای دکتر عسگری که هدایت این پایان‌نامه را بر عهده داشته و در به انجام رساندن آن سهم بسزایی داشتند، صمیمانه سپاسگزاری نمایم. همچنین از کلیه اساتید محترم گروه مهندسی نقشه‌برداری دانشگاه اصفهان کمال تشکر را دارم.

چکیده

پردازش داده‌های ژئودتیکی، عموماً با روش کمترین مربعات صورت می‌گیرد. برای رسیدن به بهترین برآورد نااریب خطی، استفاده از مدل تصادفی مناسب و یا به بیان دیگر ارائه وزن مناسب برای مشاهدات، الزامی است. برای تعیین مدل تصادفی مناسب از روش برآورد مولفه‌های واریانس (VCE) استفاده می‌شود. یکی از کاربردهای ژئودتیکی برآورد مولفه-های واریانس، وزن‌دهی به مشاهدات سیستم تعیین موقعیت جهانی GPS می‌باشد. ساده‌ترین و رایج‌ترین مدل تصادفی مورد استفاده، انتخاب وزن یکسان برای مشاهدات خام GPS و صرف نظر کردن از همبستگی بین مشاهدات مختلف، می باشد. واضح است چنین مدلی، مدل قابل اطمینانی نخواهد بود؛ ارائه مدل تصادفی نامناسب، منجر به کاهش دقت در پارامترهای برآورده شده خواهد شد. در حالی‌که استفاده از ماتریس وزن صحیح برای مشاهدات باعث می‌شود مشاهدات با دقت بالاتر سهم بیش‌تری در حل نهایی نسبت به مشاهدات کم دقت‌تر داشته باشند. بنابراین نیاز است که عواملی از قبیل دقت متفاوت برای انواع مشاهدات مختلف GPS، وابستگی دقت ماهواره‌ها به ارتفاع آن‌ها و یا همبستگی بین انواع مختلف مشاهدات GPS و همبستگی زمانی بین مشاهدات در ساختار ماتریس وزن مشاهدات GPS در نظر گرفته شود. در این پایان‌نامه از روش برآورد مولفه‌های واریانس کمترین مربعات (LS-VCE) جهت تعیین مدل تصادفی مناسب برای مشاهدات GPS استفاده می‌شود. مدل تابعی مورد استفاده در این پایان‌نامه، مدل هندسه- مبنا برای مشاهدات تفاضلی مرتبه دوم GPS می‌باشد. در این پایان‌نامه نتایج حاصل از پیاده‌سازی الگوریتم برآورد مولفه‌های واریانس کمترین مربعات، برای مشاهدات جمع‌آوری شده توسط گیرنده‌های تریمبل SSi 4000، تریمبل R7 و لایکا SR530 ارائه شده‌است. نتایج بدست آمده به ترتیب همبستگی قابل‌توجه ۰/۵۵ و ۰/۵۱ بین مشاهدات کد CA و P2 در گیرنده تریمبل SSi 4000 و لایکا SR530 و نیز همبستگی قابل‌توجه ۰/۶۴ بین مشاهدات فاز L1 و L2 در گیرنده تریمبل R7 را نشان می‌دهد. همچنین نتایج حاصله، وجود وابستگی دقت مشاهدات به ارتفاع ماهواره‌ها را تائید می‌کند. بعلاوه همبستگی زمانی ۱۰ ثانیه در مشاهدات کد P2 و فاز L2 در گیرنده تریمبل SSi 4000 و همبستگی زمانی ۱۰ ثانیه در مشاهدات کد P2 در گیرنده تریمبل R7 مشاهده شد.

کلمات کلیدی: برآورد مولفه‌های واریانس، کمترین مربعات، مدل تصادفی مشاهدات GPS، مدل هندسه- مبنا.

فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

فصل اول: مقدمه

۱-۱- مقدمه و شرح مسئله ۱

۱-۲- تاریخچه و پیشینه مسئله ۳

۱-۳- اهداف پایان‌نامه ۴

۱-۴- روند ادامه مطالب ۵

فصل دوم: مدل های ریاضی GPS

۲-۱- مقدمه ۷

۲-۲- مدل عاری از هندسه ۸

۲-۲-۱- مقدمه‌ای بر مدل عاری از هندسه ۸

۲-۲-۲- مدل تابعی ۸

۲-۳- مدل هندسه- مبنا ۱۱

۲-۳-۱- مقدمه‌ای بر مدل هندسه- مبنا ۱۱

۲-۳-۲- مدل تابعی ۱۱

۲-۴- مدل تصادفی ۱۳

فصل سوم: برآورد مولفه‌های واریانس و معرفی روش برآورد مولفه‌های واریانس کمترین مربعات

۳-۱- مقدمه ۱۵

۳-۲- تعاریف ریاضی لازم ۱۷

۳-۲-۱- عملگر ضرب کرونکر ۱۷

۳-۲-۲- عملگر vec ۱۷

۳-۲-۳- ماتریس جایگشت ۱۷

۳-۲-۴- عملگر vh ۱۸

۳-۲-۵- ماتریس دوبله کردن ۱۸

۳-۳- برآورد مولفه‌های واریانس کمترین مربعات در مدل شرط ۱۹

۳-۳-۱- برآورد کمترین مربعات وزندار ۱۹

۳-۳-۲- ماتریس کواریانس بردار مشاهدات $\mathrm{vh}(\underline{t}\,\underline{t}^T)$ ۲۵

۳-۴- برآورد مولفه‌های واریانس کمترین مربعات در مدل پارامتریک ۲۸

عنوان **صفحه**

۳-۴-۱- برآوردگر کمترین مربعات وزندار ۲۸
۳-۴-۲- ماتریس کواریانس برآوردگر کمترین مربعات ۳۱
۳-۵- ملاحظات مدل تصادفی ۳۲
۳-۵-۱- برآورد واریانس منفی ۳۲
۳-۵-۲- مدل‌های تصادفی منفرد ۳۲
۳-۵-۳- مدل‌های تصادفی بد ترکیب ۳۳
۳-۶- آماره تست w (w-test) ۳۳
۳-۶-۱- آماره تست w در مدل تابعی ۳۳
۳-۶-۲- آماره تست w در مدل تصادفی ۳۵

فصل چهارم: کاربرد روش برآورد مولفه‌های واریانس کمترین مربعات در مشاهدات GPS

۴-۱- مقدمه ۳۹
۴-۲- مدل تصادفی قابل اعتماد ۴۰
۴-۲-۱- وابستگی دقت مشاهدات به ارتفاع ماهواره ۴۰
۴-۲-۲- همبستگی بین مشاهدات مختلف GPS ۴۲
۴-۲-۳- همبستگی زمانی مشاهدات GPS ۴۳
۴-۲-۴- ساختار کلی مدل تصادفی ۴۵
۴-۳- برآورد مولفه‌های (کو)واریانس در مشاهدات GPS ۴۶
۴-۳-۱- برآورد مولفه‌های واریانس کمترین مربعات ۴۷
۴-۳-۲- برآورد مولفه‌های واریانس کمترین مربعات چند متغیره ۴۷
۴-۴- مراحل کار ۴۸
۴-۴-۱- تعیین واریانس و کواریانس بین مشاهدات مختلف GPS ۴۸
۴-۴-۲- بررسی وابستگی ارتفاعی دقت مشاهدات GPS ۴۹
۴-۴-۳- بررسی همبستگی زمانی مشاهدات GPS ۵۳
۴-۵- روش‌های پردازش داده ۵۵

فصل پنجم: پیاده‌سازی بر روی داده‌ها ونتایج آنها

۵-۱- مقدمه ۵۶
۵-۲- معرفی داده‌های مورد استفاده ۵۷

عنوان **صفحه**

۵-۳- نتایج عددی و آنالیز آن‌ها ۵۷
۵-۳-۱- واریانس مشاهدات مختلف ۵۷
۵-۳-۲- همبستگی بین مشاهدات مختلف GPS ۶۲
۵-۳-۳- وابستگی ارتفاعی ۶۷
۵-۳-۴- همبستگی زمانی مشاهدات GPS ۷۲
فصل ششم: نتیجه‌گیری و پیشنهادات
۶-۱- نتیجه‌گیری ۷۹
۶-۲- پیشنهادات ۸۱
پیوست ۸۳
منابع و مآخذ ۸۵

فهرست شکل‌ها

عنوان **صفحه**

شکل ۲-۱- هندسه تعیین موقعیت نسبی در مرحله تفاضلی مرتبه دوم ۹

شکل ۳-۱- فلوچارت روش برآورد مولفه‌های واریانس کمترین مربعات در مدل پارامتریک ۳۱

شکل ۵-۱- انحراف‌معیار مشاهدات مختلف GPS برآورده شده در گروه‌های ده‌تایی مشاهدات در گیرنده تریمبل 4000 SSi؛ (الف) دقت مشاهدات CA بر حسب سانتی‌متر؛ (ب) دقت مشاهدات P2 بر حسب سانتی‌متر؛ (ج) دقت مشاهدات فاز L1 بر حسب میلی‌متر؛ (د) دقت مشاهدات فاز L2 بر حسب میلی‌متر [۴۵] ۵۹

شکل ۵-۲- انحراف‌معیار مشاهدات مختلف GPS برآورده شده در گروه‌های ده‌تایی مشاهدات در گیرنده تریمبل R7؛ (الف) دقت مشاهدات CA بر حسب سانتی‌متر؛ (ب) دقت مشاهدات P2 بر حسب سانتی‌متر؛ (ج) دقت مشاهدات فاز L1 بر حسب میلی‌متر؛ (د) دقت مشاهدات فاز L2 بر حسب میلی‌متر [۴۵]..... ۶۰

شکل ۵-۳- انحراف‌معیار مشاهدات مختلف GPS برآورده شده در گروه‌های ده‌تایی مشاهدات در گیرنده لایکا SR530؛ (الف) دقت مشاهدات CA بر حسب سانتی‌متر؛ (ب)دقت مشاهدات P2 بر حسب سانتی‌متر؛ (ج) دقت مشاهدات فاز L1 بر حسب میلی‌متر؛ (د) دقت مشاهدات فاز L2 بر حسب میلی‌متر ۶۱

شکل ۵-۴- همبستگی بین مشاهدات CA و P2 برآورد شده در گروه‌های ده‌تایی؛ (الف) گیرنده لایکا SR530؛ (ب) گیرنده تریمبل 4000 SSi ۶۳

شکل ۵-۵- فاکتور- واریانس برآورد شده در گروه‌های ده‌تایی در گیرنده تریمبل 4000 SSi؛ (الف) ماهواره ۳۰؛ (ب) ماهواره ۹ ..... ۶۷

شکل ۵-۶- فاکتور- واریانس برآورد شده در گروه‌های ده‌تایی در گیرنده تریمبل R7؛ (الف) ماهواره ۱۶؛ (ب) ماهواره ۲ ..... ۶۸

شکل ۵-۷- فاکتور- واریانس برآورد شده در گروه‌های ده‌تایی در گیرنده لایکا SR530؛ (الف) ماهواره ۳۰؛ (ب) ماهواره ۲۳ ..... ۶۸

شکل ۵-۸- فاکتور- واریانس برآورد شده در گروه‌های ده‌تایی در گیرنده لایکا SR530 بعد از اعمال شرط؛ (الف) ماهواره ۲۰؛ (ب) ماهواره ۲۳ ..... ۶۹

عنوان **صفحه**

شکل ۵-۹- نمودار مقادیر آماره تست w بر حسب مقادیر زاویه ارتفاعی مرجع θ_0 را در گیرنده تریمبل 4000 SSi ۷۰

شکل ۵-۱۰- ضرایب مجهول برآورد شده در گروه‌های ۲۰ تایی مشاهدات در گیرنده تریمبل 4000 SSi؛ (الف) ضریب a_1؛ (ب) ضریب a_2 ..... ۷۱

شکل ۵-۱۱- نمودار ضریب همبستگی زمانی بر حسب lag (فاصله زمانی بین دو نمونه) را در گیرنده تریمبل 4000 SSi؛ (الف) ضریب همبستگی زمانی در مشاهده CA؛ (ب) ضریب همبستگی زمانی در مشاهده P2؛ (ج) ضریب همبستگی زمانی در مشاهده L1؛ (د) ضریب همبستگی زمانی در مشاهده L2 ..... ۷۳

شکل ۵-۱۲- نمودار ضریب همبستگی زمانی بر حسب lag (فاصله زمانی بین دو نمونه) را در گیرنده تریمبل R7؛ (الف) ضریب همبستگی زمانی در مشاهده CA؛ (ب) ضریب همبستگی زمانی در مشاهده P2؛ (ج) ضریب همبستگی زمانی در مشاهده L1؛ (د) ضریب همبستگی زمانی در مشاهده L2 ..... ۷۵

شکل ۵-۱۳- نمودار مقادیر آماره تست w بر حسب مقادیر α در گیرنده تریمبل تریمبل 4000 SSi؛ (الف) مشاهده P2؛ (ب) مشاهده L2 ..... ۷۷

شکل ۵-۱۴- ضریب مجهول برآورد شده در گروه‌های ۲۰ تایی مشاهدات در گیرنده تریمبل 4000 SSi؛ (الف) مشاهده P2؛ (ب) مشاهده L2 ..... ۷۸

فهرست جدول‌ها

عنوان **صفحه**

جدول ۵-۱- واریانس و انحراف معیار مشاهدات کد و فاز در سه گیرنده تریمبل 4000 SSi، تریمبل R7 و لایکا SR530 به همراه دقت برآورد آن‌ها؛ (ابهام‌فازهای اعشاری) ۵۸

جدول ۵-۲- واریانس و انحراف معیار مشاهدات کد و فاز در سه گیرنده تریمبل 4000 SSi، تریمبل R7 و لایکا SR530 به همراه دقت برآورد آن‌ها ۶۲

جدول ۵-۳- کواریانس و همبستگی بین مشاهدات مختلف GPS در گیرنده تریمبل 4000 SSi به همراه دقت برآورد آن‌ها [۴۵]..... ۶۴

جدول ۵-۴- کواریانس و همبستگی بین مشاهدات مختلف GPS در گیرنده تریمبل R7 به همراه دقت برآورد آن‌ها [۴۵]..... ۶۴

جدول ۵-۵- کواریانس و همبستگی بین مشاهدات مختلف GPS در گیرنده لایکا SR530 به همراه دقت برآورد آن‌ها ۶۴

جدول ۵-۶- مقادیر برآورد شده زاویه ارتفاعی مرجع θ_0 با استفاده از آماره تست w در هر سه گیرنده ۷۰

جدول ۵-۷- مقادیر برآورد شده زاویه ارتفاعی مرجع θ_0 با استفاده از حل مدل پارامتریک غیرخطی اولر و گود در هر سه گیرنده ۷۱

جدول ۵-۸- مقادیر ضرایب مجهول a_1 و a_2 برآورد شده با استفاده از دو روش در هر سه گیرنده ۷۲

جدول ۵-۹- همبستگی زمانی در مشاهدات کد P2 و فاز L2 در گیرنده تریمبل 4000 SSi ۷۴

جدول ۵-۱۰- همبستگی زمانی در مشاهدات کد P2 در گیرنده تریمبل R7 ..... ۷۴

جدول ۵-۱۱- دقت برآورد همبستگی زمانی در مشاهدات کد P2 و فاز L2 در گیرنده تریمبل 4000 SSi ۷۶

جدول ۵-۱۲- دقت برآورد همبستگی زمانی در مشاهدات کد P2 در گیرنده تریمبل R7 ..... ۷۶

جدول ۵-۱۳- مقادیر برآورد شده پارامتر مجهول α با استفاده از هر دو روش در گیرنده‌های تریمبل 4000 SSi و تریمبل R7 ..... ۷۷

جدول ۵-۱۴- مقادیر برآورد شده شده ضریب مجهول تابع نمایی (σ^2) با استفاده از هر دو روش در گیرنده-های تریمبل 4000 SSi و تریمبل R7 ..... ۷۸

فصل اول

مقدمه

۱-۱- مقدمه و شرح مسئله

در پردازش داده‌های ژئودتیکی به روش کمترین مربعات، معرفی وزن مناسب برای مشاهدات (تعریف مدل تصادفی[۱] قابل اعتماد) به منظور رسیدن به بهترین برآورد نااریب خطی[۲] الزامی است. در اکثر کاربردهای عملی، تا حدودی ماتریس کواریانس مشاهدات معلوم بوده و به صورت ترکیب خطی مجهول از ماتریس‌های کوفاکتور بیان می‌شود. برآورد مولفه‌های مجهول (کو)واریانس تحت عنوان VCE[۳] شناخته می‌شود. روش‌های مختلفی برای برآورد مولفه‌های واریانس وجود دارد. از جمله این روش‌ها می‌توان به روش برآورد نااریب مربعی کمترین نرم[۴] [۱، ۲، ۳ و۴]، بهترین برآورد نااریب مربعی ناوردا[۵] [۵، ۶، ۷، ۸ و ۹]، برآورد ماکزیمم درست‌نمایی محدود شده[۶] [۱۰، ۱۱، ۱۲ و ۱۳]، روش هلمرت [۱۴ و ۱۵] و روش برآورد مولفه‌های واریانس کمترین مربعات (LS-VCE)[۷] اشاره کرد. همه روش‌های برآورد واریانس نامبرده، در صورت نرمال بودن توزیع مشاهدات دارای

---

[1] Stochastic Model
[2] Best Linear Unbiased Estimation (BLUE)
[3] Variance Component Estimation(VCE)
[4] Minimum Norm Quadratic Unbiased Estimator (MINQUE)
[5] Best Invariant Quadratic Unbiased Estimator (BIQUE)
[6] Restricted Maximum Likelihood Estimator (REML)
[7] Least-squares VCE (LS-VCE)

جواب یکسانی خواهند بود [۱۶]. در این پژوهش از روش برآورد مولفه‌های واریانس کمترین مربعات که بر پایه اصل کمترین مربعات می‌باشد، استفاده می‌شود. این روش در سال ۱۹۸۸ توسط تیونیسن[1] پیشنهاد شد [۱۶، ۱۷ و۱۸]. از جمله مزایای روش برآورد مولفه‌های واریانس کمترین مربعات نسبت به سایر روش‌ها، می‌توان به انجام تست‌های آماری پس از برآورد مدل تصادفی (مانند *w*-test) اشاره نمود که با استفاده از آن می‌توان به ساختار مناسب مدل تصادفی دست یافت. بعلاوه این روش بصورت مستقیم ماتریس کواریانس مجهولات (مولفه‌های (کو)واریانس برآورد شده) را (که همان معکوس ماتریس نرمال است) محاسبه می‌کند [۱۶].

وزن‌دهی به مشاهدات سیستم تعیین موقعیت جهانی[2] GPS، از کاربردهای رایج VCE می‌باشد چرا که انتخاب مدل تصادفی مناسب و قابل اطمینان برای مشاهدات GPS، از پیش‌نیازهای لازم در تعیین موقعیت با دقت بالا توسط GPS می‌باشد و این موضوع انگیزه اصلی بررسی ویژگی‌های نویز مشاهدات GPS، است [۱۷ و ۱۹]. همچنین مسئله انتخاب وزن مناسب برای مشاهدات GPS در تعیین موقعیت مطلق دقیق PPP[3] نیز از اهمیت ویژه-ویژه‌ای برخوردار است [۴۴].

از اوایل سال ۱۹۸۰، با گسترش سیستم تعیین موقعیت جهانی GPS، استفاده از مشاهدات GPS، نقش مهمی در تعیین موقعیت دقیق ایفا می‌کنند. مشاهدات GPS، عموماً با روش کمترین مربعات پردازش می‌شوند؛ بدین منظور مدل تابعی[4] و تصادفی مناسب (به مجموعه مدل تابعی و تصادفی، مدل ریاضی می‌گویند)، می‌بایست به صورت دقیق تعریف شوند. مدل تابعی ارتباط بین مشاهدات و پارامترهای مجهول را برقرار می‌کند. مدل تصادفی نیز خواص آماری مشاهدات را در قالب ماتریس کواریانس مشاهدات بیان می‌کند. مدل تابعی برای تعیین موقعیت دقیق GPS، در طول دو دهه گذشته به طور کامل بررسی و ارائه شده‌است [۲۰، ۲۱، ۲۲ و ۲۳]، در حالی که انتخاب مدل تصادفی مناسب برای مشاهدات GPS، مساله‌ای چالش برانگیز است [۲۴ و ۲۵]. ساده‌ترین و رایج-ترین مدل تصادفی مورد استفاده، در نظر گرفتن وزن یکسان برای مشاهدات خام GPS و نیز صرف‌نظر کردن از همبستگی بین مشاهدات مختلف، می‌باشد. واضح است چنین مدلی، مدل قابل اطمینانی نخواهد بود؛ ارائه مدل تصادفی نامناسب، منجر به کاهش دقت در پارامترهای برآورده شده خواهد شد. در حالی‌که استفاده از ماتریس وزن صحیح برای مشاهدات باعث می‌شود مشاهدات با دقت بالاتر، سهم بیش‌تری نسبت به مشاهدات کم دقت‌تر در حل نهایی داشته باشند. بنابراین نیاز است که عواملی از قبیل دقت متفاوت برای انواع مشاهدات مختلف GPS،

---

[1] Teunissen
[2] Global Positioning System (GPS)
[3] Precise Point Positioning (PPP)
[4] Functional Model

وابستگی دقت ماهواره‌ها به ارتفاع آن‌ها و نیز همبستگی بین انواع مختلف مشاهدات GPS و همبستگی زمانی بین مشاهدات در ساختار ماتریس وزن مشاهدات GPS در نظر گرفته شود [۱۷، ۱۹، ۲۵ و ۴۵]. انتظار می‌رود در نظر گرفتن موارد نامبرده، باعث بالا رفتن دقت تعیین موقعیت با GPS شود. البته علاوه بر موارد فوق‌الذکر، تحقیقات انجام شده نشان می‌دهند که نوع آرایش هندسی ماهواره‌های GPS نیز بر روی دقت تعیین موقعیت با GPS اثر گذار است [۲۰ و ۲۶]. در مقاله امیری سیمکوئی و همکاران (۲۰۱۲)، هدف رسیدن به بهترین آرایش هندسی ماهواره‌ها به منظور رسیدن به کمترین مقدار عددی برای مولفه GDOP[۱] و نیز بررسی مدل‌های منفرد[۲] در تعیین موقعیت می‌باشد [۲۶]. معیار بهینه‌سازی استفاده شده در آن مقاله، معیار GDOP بوده و از آن‌جایی که GDOP همان مجذور مجموع عناصر قطری ماتریس واریانس- کواریانس مجهولات GPS است، از نظر مفهومی قابل مقایسه با معیار دقت در شبکه‌های ژئودتیک کلاسیک می‌باشد [۲۶].

۱-۲- تاریخچه و پیشینه مسئله

همان‌طور که بیان شد، در پردازش مشاهدات GPS با استفاده از روش کمترین مربعات، مدل تابعی و تصادفی باید به طور دقیق تعریف شوند. به منظور تعیین مدل تصادفی مناسب و یا به بیان دیگر برای انتخاب وزن مناسب برای مشاهدات GPS و نیز مدل کردن ناهمگونی دقت مشاهدات GPS پژوهش‌های بسیای انجام شده‌است. اولر و گود[۳] (۱۹۹۱) [۲۷] و پارکینسون و اسپیلکر[۴] (۱۹۹۶) [۲۸] دو مدل تقریبی وابسته به ارتفاع ماهواره را برای تعیین مدل تصادفی برای مشاهدات GPS ارائه نموده‌اند. جین و جانگ[۵] (۱۹۹۶) تاثیر دقت ارتفاع ماهواره‌ها را بر دقت مشاهدات کد بررسی کردند [۲۹]. تالبوت[۶] (۱۹۸۸) استفاده از پارامتر نسبت سیگنال به نویز مشاهدات[۷] را را برای تعیین واریانس مشاهدات فاز پیشنهاد داد [۳۰]. برانر و همکاران[۸] (۱۹۹۹) به تعیین مدل تصادفی مشاهدات مشاهدات GPS با استفاده از پارامتر نسبت سیگنال به نویز پرداختند [۳۱]. اما همچنان در بسیاری از کاربردها، تنها در نظر گرفتن دو پارامتر ارتفاع ماهواره و نسبت سیگنال به نویز در تعیین مدل تصادفی مشاهدات GPS کفایت

---

[1] Geometric Dilution of precision
[2] Singular Models
[3] Eueler and Goad
[4] Parkinson and Spilker
[5] Jin and Jong
[6] Talbot
[7] Signal to Noise Ratio (S/N)
[8] Brunner et al.

نمی‌کند [۳۲]. ونگ و همکاران[1] (۲۰۰۲)، روش آماری برآورد نااریب مربعی کمترین نرم، را برای برآورد مدل تصادفی مشاهدات تفاضلی مرتبه دوم GPS، بکار گرفت؛ در این پردازش از همبستگی زمانی مشاهدات GPS، صرف‌نظر شده بود [۲۵]. در مقالات دیگری و توسط سایر محققین همبستگی زمانی بین مشاهدات GPS، نیز در نظر گرفته شده‌است. جاکمن[2] (۱۹۹۸) [۳۳] و تایبریس[3] (۱۹۹۸) [۳۴] همبستگی بین مشاهدات GPS و همبستگی زمانی مشاهدات GPS را بررسی کردند. امیری سیمکوئی (۲۰۰۷) با استفاده از روش برآورد مولفه‌های واریانس کمترین مربعات به تعیین مدل تصادفی مناسب برای مشاهدات GPS پرداخت. او همچنین تمام پارامترهای تاثیرگذار شامل در نظر گرفتن دقت متفاوت برای مشاهدات مختلف، وابستگی دقت مشاهدات هر ماهواره به ارتفاع آن و نیز همبستگی زمانی مشاهدات GPS را در ساختار ماتریس کواریانس مشاهدات (مدل تصادفی) لحاظ کرد. نتایج حاصل از تحقیق او، وجود همبستگی قابل توجه بین مشاهدات مختلف GPS را تایید می‌کند. امیری سیمکوئی (۲۰۰۷) از مدل تابعی عاری از هندسه[4] برای مشاهدات تفاضلی مرتبه دوم GPS به منظور برآورد خصوصیات نویز مشاهدات GPS استفاده کرد [۱۶].

۱-۳- اهداف پایان‌نامه

انتخاب مدل تصادفی مناسب و قابل اطمینان برای مشاهدات GPS، از پیش نیازهای لازم برای تعیین موقعیت دقیق می‌باشد. تاکنون مدل‌های تصادفی مختلفی برای مشاهدات GPS ارائه شده‌است. اما همچنان انتخاب مدل تصادفی مناسب برای مشاهدات GPS، مساله ای بحث برانگیز است. تاثیر مدل تصادفی مورد استفاده بر برآورد مجهولات ابهام فاز در بسیاری از مقالات عنوان شده‌است. انتظار می‌رود استفاده از ماتریس وزن صحیح مشاهدات GPS، باعث بالا رفتن نرخ موفقیت[5] در فیکس کردن ابهام فازهای مجهول شود که نتیجه آن بالا رفتن دقت تعیین موقعیت خواهد بود. بنابراین، هدف اصلی در این تحقیق، انتخاب مدل تصادفی مناسب برای مشاهدات GPS به منظور تعیین موقعیت دقیق‌تر می‌باشد. اما اهداف فرعی زیر نیز حاصل خواهند شد:

- تعیین دقت برای مشاهدات مختلف GPS، در گیرنده‌های مختلف
- بررسی وجود همبستگی بین مشاهدات مختلف GPS در گیرنده‌های مختلف

---

[1] Wang et al.
[2] Jonkman
[3] Tiberius
[4] Geometry- Free Observation Modal (GFOM)
[5] Success Rate

- بررسی وجود همبستگی زمانی در مشاهدات GPS و مقایسه با تابع اتو-کواریانس نمایی
- بررسی تاثیر ارتفاع ماهواره‌ها بر دقت مشاهدات و مقایسه با مدل وابسته به ارتفاع اولر و گود.

در این پایان‌نامه، جهت برآورد خصوصیات نویز مشاهدات GPS از روش برآورد مولفه‌های واریانس کمترین مربعات استفاده می‌شود. در این پژوهش، مدل هندسه- مبنا[1] برای مشاهدات تفاضلی مرتبه دوم GPS به عنوان مدل تابعی استفاده می‌گردد. این مدل بر خلاف مدل عاری از هندسه، به اطلاعات مداری ماهواره نیاز دارد [۱۷ و ۳۵]. مدل عاری از هندسه، مدل ساده و خطی می‌باشد و در عین حال به اطلاعات اضافه‌تری از قبیل اطلاعات مداری ماهواره نیاز ندارد. در کنار مزایای نامبرده برای غلبه بر محدودیت‌های VCE در این مدل، از مدل هندسه- مبنا استفاده می‌گردد. در این پایان‌نامه نتایج حاصل از پیاده‌سازی الگوریتم برآورد مولفه‌های واریانس کمترین مربعات، برای مشاهدات جمع‌آوری شده توسط گیرنده‌های تریمبل[2] 4000 SSi، تریمبل[3] R7 و لایکا[4] SR530 ارائه شده‌است.

۱-۴- روند ادامه مطالب

این پایان‌نامه در ۶ فصل ارائه شده‌است که هر فصل شامل موارد زیر می‌باشد:

- فصل دوم به معرفی مدل‌های ریاضی GPS موجود می‌پردازد. در این فصل مدل‌های عاری از هندسه و هندسه- مبنا به طور کامل معرفی شده‌اند. همچنین یکی از مدل‌های تصادفی رایج مشاهدات GPS که در عمل مورد استفاده قرار می‌گیرد در این فصل ارائه و نقایص آن بیان شده‌است.
- فصل سوم به ارائه مفاهیم برآورد مولفه‌های واریانس خواهد پرداخت. در این فصل، مفاهیم و فرمول-های روش برآورد مولفه‌های واریانس کمترین مربعات بصورت مشروح بیان می‌گردد.
- فصل چهارم، شامل کاربرد روش برآورد مولفه‌های واریانس کمترین مربعات در مشاهدات GPS با استفاده از مدل هندسه- مبنا می‌باشد. در ادامه این فصل، روش عملی برای تعیین خصوصیات نویز مشاهدات GPS و نیز تعیین مدل تصادفی مناسب برای مشاهدات GPS به تفصیل بیان خواهد شد.

---

[1] Geometry- Based Observation Modal (GBOM)
[2] Trimble 4000 SSi
[3] Trimble R7
[4] Leica

- فصل پنجم، شامل نتایج پیاده‌سازی الگوریتم روش برآورد مولفه‌های واریانس کمترین مربعات بر روی داده‌های واقعی جمع آوری شده با سه گیرنده تریمبل 4000 SSi، تریمبل R7 و لایکا SR530 می‌باشد.
- فصل ششم، شامل نتیجه‌گیری کلی از الگوریتم روش برآورد مولفه‌های واریانس کمترین مربعات و کاربرد آن در وزن‌دهی به مشاهدات GPS می‌باشد. همچنین پیشنهادات ادامه کار در این زمینه، به صورت مختصر دراین فصل بیان خواهد شد.

فصل دوم

مدلهای ریاضی GPS

۲-۱- مقدمه

بسته به نوع کاربرد GPS (نقشه برداری، ناوبری و ژئودزی)، مدل‌های GPS متنوعی در کتب مختلف ارائه و به طور دقیق تعریف شده‌اند [۲۰، ۲۱، ۲۲ و ۲۳]. در این فصل، مدل‌های مرتبط با یک طول‌مبنای کوتاه[1] (دو گیرنده ثابت) بررسی شده‌اند. منظور از طول‌مبنای کوتاه این است که پس از تشکیل مشاهدات تفاضلی مرتبه دوم GPS می‌توان از خطای مدار ماهواره‌ها و تأخیرات اتمسفریک (شامل تأخیر یونسفریک و تأخیر تروپسفریک) صرف‌نظر کرد. مدل‌های GPS موجود در این دسته را می‌توان به دو گروه کلی تقسیم کرد [۳۶]:

- مدل عاری از هندسه
- مدل هندسه- مبنا

هر دو مدل فوق، دارای دو بخش مدل تابعی و مدل تصادفی می‌باشند. مدل تابعی ارتباط بین مشاهدات و پارامترهای مجهول را برقرار می‌کند. مدل تصادفی نیز خواص آماری مشاهدات را در قالب ماتریس کواریانس مشاهدات بیان می‌کند. مدل تابعی برای مدل‌های عاری از هندسه و هندسه- مبنا به طور جداگانه و به ترتیب در

[1] Short Baseline

بخش‌های ۲-۲-۲ و ۲-۳-۲ توضیح داده شده‌اند. همچنین یکی از ساده‌ترین و رایج‌ترین مدل‌های تصادفی موجود برای مشاهدات GPS برای هر دو مدل فوق، در بخش۲-۴ ارائه شده‌است.

۲-۲- مدل عاری از هندسه

۲-۲-۱- مقدمه‌ای بر مدل عاری از هندسه

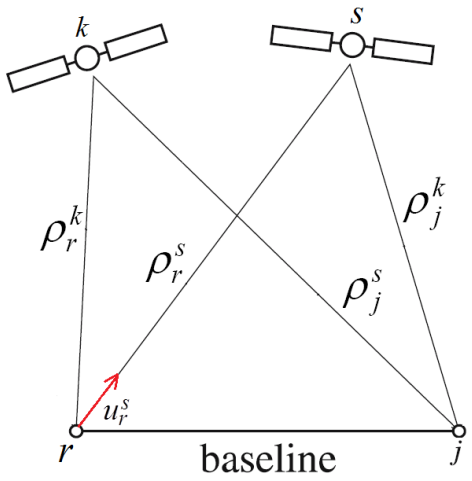
یکی از ساده‌ترین روش‌ها برای برآورد ابهام فازهای صحیح در مرحله تفاضلی مرتبه دوم، استفاده از مدل ساده و خطی عاری از هندسه می‌باشد. در این مدل، فاصله هندسی تفاضلی مرتبه دوم بین گیرنده- ماهواره به همراه ابهام فازهای صحیح تفاضلی مرتبه دوم به عنوان مجهولات برآورد می‌شوند. در این مدل، از هندسه نسبی بین گیرنده- ماهواره صرف‌نظر می‌شود. بدلیل آن‌که در مدل عاری از هندسه امکان برآورد مستقیم طول‌مبنای مجهول وجود ندارد، از این مدل در کاربردهای رایج نقشه‌برداری استفاده نمی‌شود. ولیکن به دلیل برخی از مزایای این مدل، استفاده از مدل عاری از هندسه در بعضی از کاربردها مانند آنالیز داده‌ها، حل ابهام فاز اولیه و مونیتورینگ یونسفر[1] می‌تواند مفید باشد. از جمله مزایای مدل عاری از هندسه می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

- ساده و خطی بودن مدل
- عدم نیاز به اطلاعات مداری ماهواره‌ها
- امکان برآورد مجهولات حتی با دو ماهواره در یک اپک (یک مشاهده تفاضلی مرتبه دوم برای هر نوع مشاهده GPS)
- ابهام فازهای برآورد شده عاری از تأخیرات تروپسفریک می‌باشند، چرا که این خطا، به طور اتوماتیک با فاصله هندسی گیرنده – ماهواره تلفیق شده‌است.

۲-۲-۲- مدل تابعی

فرض کنید دو گیرنده r و j مشاهداتی را همزمان به دو ماهواره s و k انجام می‌دهند. گیرنده r، گیرنده مرجع و گیرنده j، گیرنده سیار فرض می‌شود (شکل ۲-۱).

[1] Ionosphere monitoring



شکل ۲-۱- هندسه تعیین موقعیت نسبی در مرحله تفاضلی مرتبه دوم

برای طول مبنای صفر[1] و طول مبنای کوتاه می‌توان از تأخیرات اتمسفریک (شامل تأخیر یونسفریک و تأخیر تروپسفریک) صرف‌نظر کرد. بنابراین معادله مشاهده شبه فاصله کد در مرحله تفاضلی مرتبه دوم به شکل زیر خواهد بود [۲۳]:

$$\underline{P}_{r,j,L}^{s,k}(t_i) = \rho_{r,j,L}^{s,k}(t_i) + \underline{e}_{r,j,L}^{s,k}(t_i) \qquad ۱-۲$$

که در آن نماد $(.)_{rj}^{sk} = (.)_j^k - (.)_j^s - ((.)_r^k - (.)_r^s)$؛ P شبه فاصله کد مشاهداتی تفاضلی مرتبه دوم در فرکانس L1 یا L2، ρ فاصله هندسی بین گیرنده و ماهواره در مرحله تفاضلی مرتبه دوم، e خطای اندازه گیری کد در فرکانس L1 یا L2، L فرکانس مربوطه (L1 یا L2) و t_i اپک مشاهداتی مربوطه می‌باشند.

به همین ترتیب معادله مشاهده شبه فاصله فاز در مرحله تفاضلی مرتبه دوم به شکل معادله ۲-۲ می‌باشد، تفاوت اصلی مشاهدات فاز و کد در وارد شدن ابهام فاز صحیح به مشاهدات فاز می‌باشد.

$$\underline{\phi}_{r,j,L}^{s,k}(t_i) = \rho_{r,j,L}^{s,k}(t_i) + \lambda_L a_{r,j,L}^{s,k} + \underline{\varepsilon}_{r,j,L}^{s,k}(t_i) \qquad ۲-۲$$

که در آن ϕ مشاهده تفاضلی مرتبه دوم فاز بر روی فرکانس L1 یا L2، λ طول موج مربوطه، a ابهام فاز صحیح بر روی فرکانس L1 یا L2 و ε خطای اندازه گیری فاز در فرکانس L1 یا L2 می‌باشند.

معادلات مشاهدات کد و فاز (معادلات ۲-۱ و ۲-۲)، را می‌توان به صورت سیستم معادله زیر نوشت.

[1] Zero baseline