با نام او آغاز می‌کنیم که سرچشمه هستی و زیبایی‌های آن است و در شناخت و درک این زیبایی‌ها همواره چشم امید به سوی او داریم.

٦٩٩٧٦

دانشگاه شهید بهشتی

دانشکده علوم

گروه فیزیک

پایان نامه دوره دکترای فیزیک نظری

بررسی نقش تقارن همدیس در گرانش کلاسیک و نیمه کلاسیک

دانشجو:

یوسف بی‌صبر

استاد راهنما:

دکتر هادی صالحی

دی ماه ۱۳۸۰

۱۳۸۶/۸/۲۲

۶۹۹۷۶

بررسی نقش تقارن همدیس در گرانش کلاسیک و نیمه کلاسیک

چکیده

در این پایان‌نامه یک سیستم گرانشی ناوردای همدیس متشکل از میدان گرانشی و یک میدان اسکالر، در دو بخش مورد مطالعه قرار می‌گیرد. در بخش نخست، این سیستم را در رهیافت نیمه کلاسیک گرانش کوانتومی (نظریه میدان‌های کوانتومی در فضا- زمان خمیده) بررسی می‌کنیم که در آن میدان گرانشی کلاسیک و میدان اسکالر کوانتومی هستند. هدف ما در این بخش مطالعه چگونگی تعیین حالت‌های این میدان کوانتومی در یک زمینه گرانشی است. برای این منظور فرمالیزم هادامارد را معرفی می‌کنیم و فرض می‌کنیم که قسمت متقارن تابع دو نقطه‌ای میدان کوانتومی مذکور از این فرم پیروی می‌کند. نشان می‌دهیم که شرط تقارن این تابع دو نقطه‌ای منجر به برقراری قیدهایی روی قسمت وابسته به حالت آن می‌شود. سپس با استفاده از تقارن همدیس سیستم گرانشی فوق، یک مدل دینامیکی ارائه می‌کنیم که در آن این قیدها به صورت معادلات گرانشی اسکالر- تانسوری بیان می‌شوند.

در بخش دوم این پایان‌نامه از سیستم گرانشی فوق به عنوان یک سیستم کلاسیک برای بررسی مسئله ثابت کیهانشناسی استفاده می‌کنیم. با استفاده از تقارن همدیس این سیستم بحث می‌کنیم که باید یک تمایز دینامیکی بین سیستم واحدهایی که معمولاً در کیهانشناسی و فیزیک ذرات بنیادی بکار گرفته می‌شوند وجود داشته باشد. نشان می‌دهیم که با توجه به این نکته سهم مقیاس‌های جرمی فیزیک ذرات بنیادی در ثابت کیهانشناسی متغیر خواهد بود بطوریکه این سهم با انبساط جهان کاهش می‌یابد. از این طریق مکانیزمی ارائه می‌شود که در آن فاکتور همدیس به عنوان یک میدان دینامیکی در نهایت باعث کاهش یک ثابت کیهانشناسی بزرگ خواهد شد.

فهرست مندرجات

فصل ۱

مقدمه

گرایش انسان به اشکال و الگوهای متقارن نمایانگر نقش برجسته تقارن در ذهن بشر است. این موضوع احتمالاً با این واقعیت که طبیعت اغلب جلوه‌هایی گوناگون از تقارن را در اطراف ما به نمایش می‌گذارد ارتباط نزدیکی دارد. شاید یونانیان اولین کسانی بودند که بجز تقارن‌های ایستا که معمولاً در شکل و ظاهر اجسام دیده می‌شوند به تقارن‌های دینامیکی در حرکت اجسام نیز توجه نمودند و سعی کردند برای درک حرکت آنها از تقارن‌هایی که می‌شناختند استفاده کنند. به همین دلیل آنها اعتقاد داشتند که حرکت سیارات می‌بایست روی مسیرهای دایره‌ای شکل انجام گیرد زیرا که دایره از نظر آنها متقارن‌ترین و بنابراین کامل‌ترین شکلی بود که می‌توانست وجود داشته باشد.

البته کوشش‌های کپرنیک، کپلر و نیوتن نشان داد که در حقیقت حرکت سیارات بدور خورشید نه روی دایره بلکه روی مسیرهای بیضی شکل انجام می‌گیرد. سپس نیوتن دریافت که نباید بدنبال یافتن تقارن‌های بنیادی در حرکت اجسام منفرد بود بلکه باید آنها را در مجموعه تمام حرکت‌های ممکن اجسام یافت. به عبارت دیگر این تقارن‌ها را باید در معادلات حرکت اجسام و نه در جواب‌های خاص آنها جستجو نمود. این موضوع اهمیت زیادی در تعمیق نقش تقارن در شکل گیری نظریه‌های فیزیکی داشت. از آن به بعد اهمیت وجود تقارن نه فقط در ظاهر پدیده‌های طبیعی بلکه در سطحی عمیق‌تر یعنی معادلات ریاضی و قوانین فیزیکی حاکم بر آنها آشکار گردید.

چند دهه اول قرن بیستم شاهد ظهور نظریه‌های بزرگی همچون نسبیت خاص، نسبیت عام، فیزیک کوانتومی و بدنبال آن نظریه میدان‌های کوانتومی بوده است. با دقت در این نظریه‌ها می‌توان به نقش تقارن در شکل‌گیری و فرمول‌بندی آنها پی‌برد. بدلیل اهمیت موضوع، موارد زیر را بطور خلاصه یادآور می‌شویم.

همانطور که می‌دانیم معادلات و قوانین مکانیک کلاسیک تحت تبدیل‌های گالیله ناوردا هستند. به عبارت دیگر تقارن گالیله‌ای، تقارن سیستم‌های مکانیکی است. اما معادلات ماکسول در الکترودینامیک تحت این تبدیل‌ها ناوردا نیستند. این مسئله باعث شد که اینشتین از تبدیل‌های لورنتس برای فرمول‌بندی نظریه نسبیت خاص استفاده نماید. او در این نظریه پیشنهاد می‌کند تمام قوانین فیزیکی (که در قالب نسبیت خاص بیان می‌شوند) باید تحت تبدیل‌های لورنتس ناوردا باشند و از این طریق تقارن لورنتس را به عنوان یک تقارن بنیادی در قوانین فیزیکی مطرح می‌کند.

اما در تبدیل‌های لورنتس گروهی خاص از ناظرها (یعنی ناظرهای لخت) مورد نظر هستند بطوریکه می‌توان گفت این تبدیل‌ها صرفاً مشاهدات ناظرهای لخت را با هم در ارتباط قرار می‌دهد. بنابراین با احتساب ناظرهای غیر لخت تقارن لورنتس نمی‌تواند از تقارن‌های کامل در طبیعت باشد. طبیعی است که برای تعمیم این نظریه و لحاظ کردن ناظرهای غیر لخت باید بجای تبدیل‌های لورنتس، تبدیل‌های عمومی مختصات[1] را در نظر گرفت. اینشتین با این کار تقارن بزرگ‌تری را در قالب اصل هموردایی عام[2] در نظریه جدید خود یعنی نظریه نسبیت عام معرفی می‌کند. طبق این اصل قوانین فیزیک در قالب معادلات ریاضی نباید به دستگاه‌های مختصات عام وابسته باشند و باید تحت تبدیل‌های عمومی مختصات بدون تغییر باقی بمانند.

از طرف دیگر در نظریه میدان‌های کوانتومی در فضا- زمان مینکوفسکی نقش تقارن لورنتس بسیار برجسته است. وجود این تقارن به عنوان یک تقارن همه‌جایی[3] در فضا- زمان مینکوفسکی به ما اجازه می‌دهد که بتوانیم یک خلا فیزیکی را به عنوان یک حالت کوانتومی با حداقل انرژی تعریف کرده و حالت‌های کوانتومی دیگر را با

---

[1] General coordinate transformations

[2] General covariant principle

[3] Global symmetry

تحریک این حالت بدست آوریم. در فصل‌های بعد نشان خواهیم داد که اگر بخواهیم این نظریه را بگونه‌ای تعمیم دهیم که مشاهدات ناظرهای غیر لخت را نیز شامل شود تا چه حد در تعریف مفاهیم اولیه‌ای چون حالت خلا[۴] و حالت‌های ذره‌ای[۵] دچار مشکل خواهیم شد.

نمونه‌هایی که ذکر گردید اهمیت پرداختن به موضوع تقارن را در فرمول‌بندی نظریه‌های بنیادی نشان می‌دهد. به عبارت دیگر شناخت تقارن‌های ممکن در طبیعت می‌تواند در درک بهتر قوانین حاکم بر آن و همچنین در شکل گیری نظریه‌های بنیادی‌تر نقش مهمی داشته باشد.

در این رابطه یکی از سوال‌هایی که باید به آن پاسخ گفت این است که آیا قوانین فیزیک باید تحت تبدیل مقیاس[٦] ناوردا باشند. یک نظریه هنگامی تحت این نوع تبدیل ناوردا است که فاقد پارامترهای بعددار باشد. پس با وجود ذرات مادی با جرم سکون غیر صفر ناوردایی مقیاس[۷] نمی‌تواند از تقارن‌های طبیعت محسوب گردد.

با وجود این گفته می‌شود که تقارن مقیاس در انرژی‌های زیاد می‌تواند تقارن یک سیستم فیزیکی باشد [۱]. به عبارت دیگر در مقیاسی از انرژی که بتوان از جرم سکون ذرات مادی صرف نظر کرد ناوردایی مقیاس برقرار خواهد بود.

اما نکته‌ای که در اینجا باید روی آن تاکید نمود نقش میدان گرانشی در این بحث است. می‌دانیم با افزایش انرژی، انحنای فضا- زمان افزایش می‌یابد و در انرژی‌های به اندازه کافی بزرگ دیگر نمی‌توان اثرات میدان گرانشی را نديده گرفت. به عبارت دیگر با افزایش انرژی گر چه می‌توان از جرم سکون ذرات صرف نظر کرد اما یک پارامتر بعددار دیگر یعنی انحنای فضا- زمان رفته رفته خود را به سیستم فیزیکی تحمیل می‌کند. بنابراین با در نظر گرفتن میدان گرانشی نمی‌توان انتظار داشت که تقارن مقیاس از تقارن‌های دقیق و بنیادی طبیعت باشد.

اما تبدیل‌های مقیاس را می‌توان به گونه‌ای تعمیم داد که پارامترهای بعددار را نیز شامل شود. در این صورت این تبدیل‌ها را تبدیل‌های سیستم واحدها می‌نامیم که

---

[۴] Vacuum state

[۵] Particle states

[٦] Scale transformation

[۷] Scale invariance

در قالب تبدیل‌های همدیس[۸] مورد مطالعه قرار می‌گیرند. در این نوع تبدیل تمام پارامترهای بعددار با توجه به بعدشان تبدیل می‌شوند. در این صورت می‌توان نشان داد که تمام قوانین حاکم بر برهمکنش‌های الکترومغناطیسی و هسته‌ای قوی و ضعیف تحت تبدیل‌های همدیس ناوردا هستند [۲]. نکته جالب توجه این است که برهمکنش گرانشی در قالب نظریه نسبیت عام تحت این تبدیل‌ها ناوردا نیست. این موضوع ارتباط نزدیکی با این واقعیت دارد که ثابت جفت شدگی[۹] در برهمکنش گرانشی بر خلاف برهمکنش‌های دیگر دارای بعد است. بنابراین می‌توان انتظار داشت که در یک مدل گرانشی ناوردای همدیس، جفت شدگی گرانشی باید به شکل یک میدان دینامیکی ظاهر شود.

ما در این پایان‌نامه چنین مدلی را معرفی می‌کنیم و به مطالعه خصوصیات کلاسیک و نیمه کلاسیک آن خواهیم پرداخت. منظور از خصوصیات نیمه کلاسیک این است که مدل مذکور را در رهیافت نیمه کلاسیک گرانش کوانتومی بررسی می‌کنیم که در آن میدان گرانشی به عنوان یک موجود کلاسیک و میدان‌های دیگر، کوانتومی در نظر گرفته می‌شوند.

ساختار این پایان‌نامه به شرح زیر است :

در فصل ۲، ضمن معرفی تبدیل‌های همدیس به بررسی اجمالی خصوصیات ریاضیاتی و فیزیکی آن خواهیم پرداخت. در این فصل توضیح می‌دهیم که چگونه یک تبدیل همدیس منجر به ایده متغیر بودن ثابت‌های بنیادی می‌شود و از این نظر به ارتباط آن با فرضیه اعداد بزرگ دیراک و همینطور اصل ماخ اشاره می‌کنیم. در فصل ۳، یکی از مهم‌ترین مسایل مطرح در نظریه میدان‌های کوانتومی در فضا- زمان خمیده را تشریح می‌کنیم، یعنی تعیین حالت‌های یک میدان کوانتومی. در فصل ۴، به معرفی حالت‌های هادامارد در فضا- زمان‌های چهار بعدی و دو بعدی خواهیم پرداخت. همچنین در این فصل قیدهای موجود روی قسمت وابسته به حالت تابع دو نقطه‌ای یک میدان اسکالر کوانتومی آزاد را که از فرم هادامارد پیروی می‌کند بدست می‌آوریم. در فصل ۵، یک سیستم گرانشی ناوردای همدیس را معرفی می‌کنیم. این سیستم تشکیل شده است از میدان گرانشی و یک میدان اسکالر آزاد که در این فصل

[۸] Conformal transformations

[۹] Coupling constant

به عنوان یک میدان کوانتومی در نظر گرفته می‌شود. با استفاده از تقارن همدیس این سیستم و قیدهای بدست آمده در فصل ۴ و نیز اعمال شرایط مرزی مناسب به مطالعه حالت‌های میدان کوانتومی مذکور در فضا- زمان‌های چهار بعدی و دو بعدی می‌پردازیم. بخصوص نشان می‌دهیم که حالت‌های این میدان کوانتومی در چهار بعد با جفت شدگی گرانشی در یک نظریه اسکالر- تانسوری متناظر است. در فصل ٦، با استفاده از نتایج فصل ۵ و خصوصیات بزرگ مقیاس جهان نشان می‌دهیم که این جفت شدگی گرانشی را می‌توان با ثابت گرانش تخمین زد بطوریکه معادلات اسکالر- تانسوری به معادلات اینشتین تبدیل می‌شوند. در فصل ۷، سیستم گرانشی فوق را به عنوان یک سیستم کلاسیک در نظر می‌گیریم. با استفاده از تقارن همدیس این سیستم به مطالعه مسئله ثابت کیهانشناسی می‌پردازیم. بخش‌های ۴–۲، ۴–۳ و ۵–۲ و بخش‌های ۴–۴ و ۵–۳ بترتیب [۳] و [۴] و همچنین فصل‌های ٦ و ۷ نیز بترتیب [۵] و [٦] را تشریح می‌کنند.

نمادگذاری در این پایان‌نامه نیز به شرح زیر است :

علامت متریک ($-+++$) و علامت تانسور ریمان $R^{\alpha}_{\beta\gamma\delta} = \Gamma^{\alpha}_{\delta\beta,\gamma} - \Gamma^{\alpha}_{\gamma\beta,\delta} + \ldots$ است. برای نمایش مشتق هموردا از نمادهای " ∇ " و " ; " استفاده می‌کنیم. اندیس‌های یونانی α، β و ... از ۰ تا ۳ تغییر می‌کنند. در سرتاسر پایان نامه از سیستم واحد $\hbar = c =$ ۱ استفاده می‌کنیم که در آن G یعنی ثابت گرانش دارای بعد (طول)^{۲} است.

فصل ۲

تقارن همدیس

۲–۱ تبدیل همدیس

خمینه n- بعدی M با متریک $g_{\alpha\beta}$ را درنظر می‌گیریم $(\mathrm{M}, g_{\alpha\beta})$. اگر Ω یک تابع هموار از فضا- زمان باشد، آنگاه

$$\bar{g}_{\alpha\beta} = \Omega^{2} g_{\alpha\beta} \, . \qquad (1)$$

یک تبدیل همدیس[1] نامیده می‌شود. این تبدیل بازه‌های فضاگونه و زمان گونه را تغییر داده در حالیکه ساختار مخروط نوری[2] فضا- زمان را بدون تغییر باقی می‌گذارد. بنابراین ساختار علّی[3] دو فضا- زمان $(\mathrm{M}, g_{\alpha\beta})$ و $(\mathrm{M}, \bar{g}_{\alpha\beta})$ یکسان هستند بدین معنی که اگر v_α یک بردار پوچ[4]، زمان‌گونه و یا فضاگونه نسبت به متریک $g_{\alpha\beta}$ باشد، نسبت به متریک $\bar{g}_{\alpha\beta}$ نیز بترتیب پوچ، زمان‌گونه و فضاگونه خواهد بود.

تحت یک تبدیل همدیس ضرایب ارتباط[5] به شکل زیر تبدیل می‌شوند[۷، ۸]

[1] conformal transformation

[2] light cone structure

[3] causal structure

[4] null

[5] connection coefficients

$$\bar{\Gamma}^{\alpha}_{\beta\gamma} = \Gamma^{\alpha}_{\beta\gamma} + \Omega^{-1}(\delta^{\alpha}_{\beta}\partial_{\gamma}\Omega + \delta^{\alpha}_{\gamma}\partial_{\beta}\Omega - g_{\beta\gamma}g^{\alpha\delta}\partial_{\delta}\Omega) \,. \qquad (۲)$$

که در آن $\partial_\alpha \equiv \frac{\partial}{\partial x^\alpha}$. همچنین برای تانسور ریمان و انقباض‌های[۶] آن داریم:

$$\bar{R}_{\alpha\beta\gamma}{}^{\delta} = R_{\alpha\beta\gamma}{}^{\delta} + 2\delta^{\delta}_{[\alpha}\nabla_{\beta]}\nabla_{\gamma}\ln\Omega - 2g^{\delta\sigma}g_{\gamma[\alpha}\nabla_{\beta]}\nabla_{\sigma}\ln\Omega + 2(\nabla_{[\alpha}\ln\Omega)\delta^{\delta}_{\beta]}\nabla_{\gamma}\ln\Omega$$

$$- 2(\nabla_{[\alpha}\ln\Omega)g_{\beta]\gamma}g^{\delta\xi}\nabla_{\xi}\ln\Omega - 2g_{\gamma[\alpha}\delta^{\delta}_{\beta]}g^{\sigma\xi}\nabla_{\sigma}\ln\Omega\nabla_{\xi}\ln\Omega \,, \qquad (۳)$$

$$\bar{R}_{\alpha\gamma} \equiv \bar{g}^{\beta\delta}\bar{R}_{\alpha\beta\gamma\delta} = R_{\alpha\gamma} - (n-2)\nabla_{\alpha}\nabla_{\gamma}\ln\Omega - g_{\alpha\gamma}g^{\sigma\xi}\nabla_{\sigma}\nabla_{\xi}\ln\Omega + (n-2)\nabla_{\alpha}\ln\Omega\nabla_{\gamma}\ln\Omega$$

$$- (n-2)g_{\alpha\gamma}g^{\sigma\xi}\nabla_{\sigma}\ln\Omega\nabla_{\xi}\ln\Omega \,, \qquad (۴)$$

$$\bar{R} \equiv \bar{g}^{\alpha\gamma}\bar{R}_{\alpha\gamma} = \Omega^{-2}\{R - 2(n-1)g^{\alpha\gamma}\nabla_{\alpha}\nabla_{\gamma}\ln\Omega - (n-2)(n-1)g^{\alpha\gamma}\nabla_{\alpha}\ln\Omega\nabla_{\gamma}\ln\Omega\} \,. \qquad (۵)$$

تانسور وایل تحت تبدیل (۱) ناوردا است

$$\bar{C}^{\alpha}_{\beta\gamma\delta} = C^{\alpha}_{\beta\gamma\delta} \,. \qquad (۶)$$

در اینجا باید تاکید کرد که تبدیل‌های همدیس با دیفئومورفیسم‌های[۷] خمینه M متفاوت هستند. در حقیقت ظاهر شدن فاکتور همدیس[۸] Ω و مشتقات آن در روابط

---

[۶] Contractions
[۷] Diffeomorfisms
[۸] Conformal factor

فوق بیانگر این است که دو متریک $g_{\alpha\beta}$ و $\tilde{g}_{\alpha\beta}$ دو میدان گرانشی متفاوت را توصیف می‌کنند. در حالیکه متریک فضا- زمان و تمام تانسورهایی که بر اساس آن ساخته می‌شوند تحت دیفئومورفیسم‌های خمینه M هموردا هستند.

۲—۲ ناوردایی همدیس

تبدیل‌های همدیس را از دو نقطه نظر می‌توان مورد بررسی قرار داد. در نقطه نظر اول، تبدیل‌های همدیس به عنوان یک تکنیک ریاضی بطور وسیعی در نسبیت عام و مدل‌های گرانشی دیگر مورد استفاده قرار می‌گیرند. به عنوان مثال این تکنیک در تعریف تختی مجانبی[۹] فضا- زمان بسیار حائز اهمیت است که این مفهوم بنوبه خود در مطالعه سیستم‌های منزوی[۱۰] در نسبیت عام بکار می‌رود [۷]. همچنین تبدیل‌های همدیس در مطالعه ساختار همه‌جایی[۱۱] فضا- زمان در قالب نمودارهای همدیس[۱۲] مورد استفاده قرار می‌گیرند [۹].

همچنین معمولاً از تبدیل‌های همدیس برای نگاشت مجموعه معادله‌های حرکت یک سیستم فیزیکی به مجموعه‌ای از معادله‌های حرکت که حل آنها ساده‌تر بنظر می‌رسد استفاده می‌گردد. بطور کلی این روش در مدل‌های گرانشی، بخصوص در نظریه‌های اسکالر- تانسوری[۱۳] و نظریه‌های گرانشی غیر خطی[۱۴] بطور وسیعی بکار می‌رود [۱۰].

به دلیل اهمیت موضوع، در اینجا به عنوان یک مثال ساده به نظریه برانز- دیک[۱۵] [۱۱] اشاره می‌کنیم. کنش در این مدل و در چارچوبی که آن را

---

[۹] Asymptotic flatness
[۱۰] Isolated systems
[۱۱] global
[۱۲] Conformal diagrams
[۱۳] Scalar-tensor theories
[۱۴] Nonlinear theories of gravity
[۱۵] Brans-Dicke theory

چارچوب جوردان[۱۶] [۱۲] می‌نامند به صورت زیر نوشته می‌شود

$$S_{BD} = \frac{1}{16\pi}\int d^4x\sqrt{-g}(\phi R - \frac{\omega}{\phi}\nabla^\gamma\phi\nabla_\gamma\phi) + S_{matter}\,. \qquad (7)$$

در کنش فوق، جفت شدگی گرانشی یک میدان دینامیکی است که با ϕ^{-1} نشان داده می‌شود و ω یک پارامتر ثابت و بدون بعد است. باید توجه داشت که سیستم مادی در چارچوب جوردان هیچ برهمکنشی با میدان دینامیکی ϕ ندارد یعنی اینکه جفت شدگی آنها نرمال است. این موضوع تضمین می‌کند که این نظریه در چارچوب جوردان با اصل هم ارزی ضعیف سازگار باشد.

معادلات حرکت برای کنش (۷) برابر هستند با

$$G_{\alpha\beta} = \frac{8\pi}{\phi}T_{\alpha\beta} + \frac{\omega}{\phi^2}(\nabla_\alpha\phi\nabla_\beta\phi - \frac{1}{2}g_{\alpha\beta}\nabla_\gamma\phi\nabla^\gamma\phi) + \frac{1}{\phi}(\nabla_\alpha\nabla_\beta\phi - g_{\alpha\beta}\Box\phi)\,, \qquad (8)$$

$$\Box\phi = \frac{8\pi T}{3+2\omega}\,. \qquad (9)$$

در این معادلات $G_{\alpha\beta}$ تانسور اینشتین و T تریس تانسور انرژی- تکانه وابسته به سیستم مادی است. تبدیل همدیس (۱) با $\Omega = \sqrt{G}\phi$ و به همراه باز تعریف میدان اسکالر ϕ به صورت

$$d\bar{\phi} = \sqrt{\frac{2\omega+3}{16\pi G}}\frac{d\phi}{\phi}\,, \qquad (10)$$

کنش (۷) را به

$$S = \int d^4x\{\sqrt{-\bar{g}}(\frac{\bar{R}}{16\pi G} - \frac{1}{2}\bar{\nabla}^\gamma\bar{\phi}\bar{\nabla}_\gamma\bar{\phi}) + \exp(-8\sqrt{\frac{\pi G}{2\omega+3}}\bar{\phi})L_{matter}(\bar{g}_{\alpha\beta})\}\,. \qquad (11)$$

تبدیل می‌کند، که $\bar{\nabla}_\alpha$ مشتق هموردا برای متریک $\bar{g}_{\alpha\beta}$ و G ثابت گرانش است. همانطور که مشاهده می‌شود میدان اسکالر در این چارچوب همدیس[۱۷] کاملاً از بخش گرانشی تفکیک شده است. بنابراین در این چارچوب که آن را چارچوب اینشتین[۱۸]

[۱۶] Jordan frame
[۱۷] conformal frame
[۱۸] Einstein frame

می‌نامند معادلات گرانشی برابر هستند با معادلات اینشتین که در آنها میدان $\bar{\phi}$ به صورت چشمه میدان گرانشی ظاهر می‌شود. دقت کنید که در چارچوب اینشتین سیستم مادی با میدان $\bar{\phi}$ برهمکنش دارد و به عبارت دیگر جفت شدگی آن بی‌هنجار[۱۹] است. این به معنی ناسازگاری نظریه برانز- دیک با اصل هم ارزی ضعیف در چارچوب اینشتین است. اما این خصوصیت، ویژه چارچوب اینشتین نیست و باید آن را صرفاً نتیجه انتخاب جفت شدگی نرمال سیستم مادی با گرانش در چارچوب جوردان دانست. به بیان دیگر اگر سیستم مادی در چارچوب اینشتین بطور نرمال با گرانش جفت گردد، واضح است که جفت شدگی آن در چارچوب جوردان بی‌هنجار بوده و اصل هم ارزی ضعیف برقرار نخواهد بود.

بنابراین یک تبدیل همدیس نه تنها ساختار ریاضی بلکه مفاهیم بنیادی و فیزیکی در نظریه‌های مذکور را دچار تغییر خواهد کرد. به عبارت دیگر از آنجا که این مدل‌ها ناوردای همدیس[۲۰] نیستند در چارچوب‌های همدیس مختلف، فیزیک متفاوتی را بیان می‌کنند. بنابراین سوالی که در مطالعه اینگونه نظریه‌ها بطور جدی مطرح می‌شود این است که کدامیک از این چارچوب‌های همدیس دنیای فیزیکی ما را توصیف می‌کنند. با بررسی خصوصیات فیزیکی چارچوب‌های همدیس مذکور برخی اعتقاد به فیزیکی بودن چارچوب جوردان [۱۳] و برخی دیگر اعتقاد به فیزیکی بودن چارچوب اینشتین [۱۴] دارند بطوریکه در این مورد اتفاق نظری بین علاقه‌مندان به اینگونه نظریه‌ها وجود ندارد.

در نقطه نظر دوم، یک تبدیل همدیس صرفاً یک تکنیک ریاضی نیست و دارای مفاهیم فیزیکی عمیق‌تری است. در حقیقت از رابطه (۱) می‌توان نتیجه گرفت

$$\bar{d}s = \Omega \, ds \,. \qquad (۱۲)$$

که ds بازه دیفرانسیلی طولی بین دو نقطه در فضا- زمان است. پس می‌توان گفت یک تبدیل همدیس در واقع تغییر در مقیاس‌های فضایی و زمانی است. از آنجا که مقادیر عددی این مقیاس‌ها همواره در یک سیستم واحد بخصوص مشخص می‌شوند می‌توان گفت که تبدیل همدیس در واقع تبدیل سیستم واحدهای اندازه‌گیری است. در

[۱۹] Anomalous (non-universal) coupling

[۲۰] Conformal invariant

این صورت باید انتظار داشت که تمام کمیت‌های بعددار با توجه به بعدشان تحت این تبدیل تغییر کنند. به عنوان مثال طول موج کامپتون یک ذره (λ_c) دارای بعد طول است و به صورت زیر تبدیل می‌شود

$$\lambda_c \to \Omega\, \lambda_c\,, \tag{۱۳}$$

و بنابراین قانون تبدیل جرم به شکل زیر است[۲۱]

$$m \to \Omega^{-1}\, m\,. \tag{۱۴}$$

در حالت کلی یک کمیت بعددار با بعد $L^{\alpha}T^{\beta}M^{\gamma}$ تحت یک تبدیل همدیس با فاکتور همدیس $\Omega^{\alpha+\beta-\gamma}$ تبدیل می‌شود.

معمولاً در تبدیل سیستم واحدها، فاکتور تبدیل (که در اینجا همان فاکتور همدیس است) یک مقدار ثابت است بطوریکه دو سیستم واحد متفاوت در تمام نقاط فضا- زمان با یک فاکتور تبدیل با یکدیگر در ارتباط هستند که می‌توان این نوع تبدیل را یک تبدیل همه جایی واحدها[۲۲] نامید. می‌دانیم قوانین فیزیک تحت اینگونه تبدیل‌ها ناوردا هستند.

اما یک تبدیل همدیس هنگامی دارای نتایج غیر بدیهی است که فاکتور همدیس در حالت کلی تابعی از فضا- زمان باشد. در این حالت تبدیل همدیس را باید تبدیل موضعی واحدها[۲۳] دانست. نکته مهم در این است که ناوردایی قوانین فیزیک تحت تبدیل سیستم واحدها که نتیجه بدیهی تبدیل همه جایی واحدها است در مورد تبدیل موضعی واحدها باید بعنوان یک اصل پذیرفته شود که آن را اصل ناوردایی همدیس[۲۴] می‌نامیم. این اصل بیان می‌کند که قوانین و مشاهدات فیزیکی باید تحت تبدیل‌های همدیس ناوردا باشند.

می‌دانیم هر نظریه بنیادی سیستم واحدهای مخصوص به خود را تعریف می‌کند. به عنوان مثال نسبیت عام سیستم واحد گرانشی را با ثابت بنیادی G و فیزیک

---

[۲۱] سرعت نور c و ثابت پلانک $\hbar$ با توجه به بعدشان تحت تبدیل‌های همدیس تغییر نمی‌کنند، یعنی $c \to c$ و $\hbar \to \hbar$

[۲۲] Global unit transformation

[۲۳] Local unit transformation

[۲۴] Conformal invariance

کوانتومی سیستم واحد کوانتومی را با ثابت‌های بنیادی مانند $\hbar$ تعریف می‌کنند. بدیهی است که در تبدیل این واحدها به یکدیگر، فاکتور تبدیل خود تابعی از این ثابت‌های بنیادی خواهد بود. برای نشان دادن این مطلب دو سیستم واحد زیر را در نظر می‌گیریم : در یکی $\frac{\hbar}{m_p c}$ و m_p (m_p جرم پروتون است) و در دیگری $(\frac{\hbar G}{c^3})^{1/2}$ و $(\frac{\hbar c}{G})^{1/2}$ بترتیب واحدهای طول و جرم هستند. اگر فاکتور تبدیل این دو را γ بنامیم خواهیم داشت $\gamma = \frac{G m_p^2}{\hbar c}$ که وابستگی فاکتور تبدیل به ثابت‌های بنیادی را نشان می‌دهد.

بنابراین یکی از پیامدهای مهم وابستگی فاکتور تبدیل به فضا و زمان متغییر بودن ثابت‌های بنیادی در فیزیک است. این مطلب اهمیت تعبیر تبدیل همدیس به عنوان تبدیل موضعی واحدها و همینطور ارتباط آن را با مفاهیم بنیادی نشان می‌دهد. ایده متغییر بودن ثابت‌های بنیادی موضوعی است که در اوایل قرن بیستم مطرح شد و همچنان بطور وسیعی در قالب مدل‌های مختلف مورد بررسی قرار می‌گیرد. به دلیل اهمیت این موضوع و ارتباط آن با تقارن همدیس، در زیر این ایده را بطور خلاصه معرفی کرده و ارتباط آن را با اصل ماخ بررسی می‌کنیم.

۲—۳ فرضیه اعداد بزرگ

اعداد ثابت را می‌توان به دو گونه تقسیم کرد، اعداد بدون بعد مانند $e = ۲/۷۱۸$ و $\pi = ۳/۱۴$ و اعداد بعددار مانند c سرعت نور و G ثابت گرانش. گونه اخیر که آنها را ثابت‌های بنیادی می‌نامیم دارای اهمیت خاصی در نظریه‌های بنیادی هستند. با ترکیب این ثابت‌های بعددار می‌توان ثابت‌های بدون بعدی ساخت که توضیح مقادیر عددی آنها همواره یکی از مسائل بزرگ فیزیک بنیادی بوده است.

اولین بار وایل[25] به اهمیت اعداد بزرگ بدون بعد در فیزیک توجه نمود. او متذکر شد که نسبت مقیاس طولی الکترونی $\frac{e^2}{m_e c^2}$ به مقیاس طولی $\frac{G m_e}{c^2}$ از مرتبه 10^{40} است و به درستی حدس زد که نسبت عمر جهان به مقیاس زمانی الکترونی باید از

[25] H. Weyl

همین مرتبه باشد، یعنی

$$\frac{1/H_0}{e^2/m_e c^3} \sim 10^{40} \,. \qquad (۱۵)$$

که در آن H_0 ثابت هابل است. بعد از او بسیاری دیگر این ایده را دنبال کرده و نسبت‌های بدون بعد دیگری را مورد توجه قرار دادند که شاید از مهم‌ترین آنها بتوان از نسبت نیروهای الکتریکی و گرانشی در اتم هیدروژن نام برد

$$\frac{e^2}{G m_e m_p} \sim 10^{40} \,. \qquad (۱۶)$$

علی‌رغم کوشش‌های بسیار، تاکنون هیچ توضیح قانع کننده‌ای برای وجود چنین ارتباطی بین ثابت‌های بنیادی در فیزیک وجود ندارد. با وجود این دیراک[۲۶] در سال ۱۹۳۷ [۱۵] رهیافت تازه‌ای برای مطالعه این اعداد ارائه کرد و آن را فرضیه اعداد بزرگ[۲۷] نامید. در این رهیافت هر دو عدد بزرگ بدون بعد و هم مرتبه مانند (۱۵) و (۱۶) که با ثابت‌های بنیادی ساخته می‌شوند باید با هم متناسب باشند بطوریکه ضریب تناسب از مرتبه یک باشد.

در اینجا باید متذکر شد که قبل از دیراک، ادینگتن[۲۸] و برخی دیگر وجود چنین ارتباطی را بین اعداد بزرگ حدس زده بودند اما آنها به وجود وابستگی زمانی در بعضی از این اعداد توجه نداشتند. به عنوان مثال در رابطه (۱۵)، H_0 یک کمیت ثابت نیست بلکه تابعی از عمر جهان است. با توجه به این نکته در فرضیه دیراک تغییر ثابت‌های بنیادی را در یک مقیاس زمانی کیهانی[۲۹] می‌توان با مقایسه روابط (۱۵) و (۱۶) نتیجه گرفت. دیراک برای ممانعت از ارائه یک فرمولبندی جدید برای فیزیک کوانتومی e، m_e و m_p را ثابت و G را متغییر در نظر گرفت، یعنی

$$G \propto H_0 \sim t^{-1} \,. \qquad (۱۷)$$

---

[۲۶] P. A. M. Dirac

[۲۷] Large number Hypothesis

[۲۸] A. Eddington

[۲۹] Cosmic time scale

در این صورت بزرگ بودن نسبت (۱٦) و یا به عبارت دیگر کوچک بودن نیروی گرانش نسبت به نیروی الکترومغناطیس، با بزرگ بودن عمر جهان در ارتباط است.

برای مطالعه دقیق‌تر فرضیه اعداد بزرگ و جنبه‌های تاریخی آن می‌توان به [۱٦] و [۱۷] و مراجع موجود در آنها مراجعه کرد.

۲–۴ اصل ماخ

در مکانیک نیوتنی، فضا دارای یک ساختار فیزیکی مطلق بوده و بدون حضور ماده قابل تعریف است. نیوتن اعتقاد داشت که نیروهای لختی[۳۰] باید نتیجه شتاب‌گیری یک دستگاه مختصات نسبت به این فضای مطلق باشند. از نقطه نظر ماخ خصوصیات فیزیکی فضا کاملاً وابسته به وجود ماده در آن است و در یک فضای خالی از ماده صحبت از حرکت و لختی یک ذره بی معنی است. بنابراین نیروهای لختی را باید حاصل شتاب‌گیری اجسام نسبت به کل ماده موجود در جهان دانست و بنابراین چارچوب‌های لخت موضعی[۳۱] چارچوب‌هایی هستند که نسبت به ماده موجود در جهان شتاب ندارند.

از اصل ماخ می‌توان نتیجه گرفت که خصوصیات موضعی اجسام بنحوی تحت تاثیر نوعی برهمکنش با کل جرم موجود در جهان است. پس می‌توان انتظار داشت مقادیری که بطور موضعی برای جرم لختی ذرات مشاهده می‌شوند بستگی به نحوه توزیع ماده در اطراف آنها داشته باشند. از این نظر می‌توان گفت که جرم لختی ذرات در نقاط مختلف فضا- زمان دارای مقادیر متفاوتی است.

برای ذرات بنیادی نوعی مانند الکترون که جرم آنها از ثابت‌های بنیادی محسوب می‌گردد، استدلال فوق به معنی متغییر بودن این ثابت‌های بنیادی است. با ترکیب جرم این گونه ذرات با ثابت‌های بنیادی دیگر و ساختن نسبت‌های بدون بعدی نظیر (۱۵) و (۱٦) می‌توان متغییر بودن آنها را نیز از اصل ماخ نتیجه گرفت. به

[۳۰] Inertial forces

[۳۱] Local inertial frames