

الله أكبر



دانشگاه تربیت مدرس

دانشکده علوم پایه

پایان نامه دوره کارشناسی ارشد آمار

مدل‌های پیز سلسله مراتبی برای برآورد  
نواحی کوچک

توسط

شاهو زارعی

۹۳۸۷ / ۱۲ / ۰۵

استاد راهنما

دکتر عباس گرامی

استاد مشاور


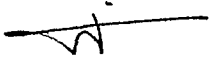

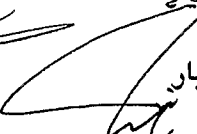
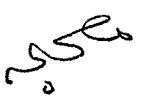

دکتر مجید جعفری خالدي

بهمن ۱۳۸۶

۱۰۲۳۰۹

**تأییدیه اعضای هیأت داوران حاضر در جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد**

اعضای هیئت داوران نسخه نهایی پایان نامه آقای شاهو زارعی رشته آمار (محض) تحت عنوان: «مدلهای بیز سلسله مراتبی برای برآورد نواحی کوچک» از نظر فرم و محتوا بررسی نموده و آنرا برای اخذ درجه کارشناسی ارشد مورد تأیید قرار دادند.

اعضای هیأت داوران	نام و نام خانوادگی	رتبه علمی	امضاء
۱- استاد راهنما	دکتر عباس گرامی	دانشیار	
۲- استاد مشاور	دکتر مجید جعفری خالدی	استادیار	
۳- استاد ناظر داخلی	دکتر محسن محمدزاده	دانشیار	
۴- استاد ناظر داخلی	دکتر سیدمحمدابراهیم حسینی نسب	استادیار	
۵- استاد ناظر خارجی	دکتر عادل محمدپور	استادیار	
۶- نماینده تحصیلات تکمیلی	دکتر محسن محمدزاده	دانشیار	

دستورالعمل حق مالکیت مادی و معنوی در مورد نتایج پژوهشهای علمی دانشگاه تربیت مدرس

مقدمه: با عنایت به سیاست‌های پژوهشی دانشگاه در راستای تحقق عدالت و کرامت انسانها که لازمه شکوفایی علمی و فنی است و رعایت حقوق مادی و معنوی دانشگاه و پژوهشگران، لازم است اعضای هیات علمی، دانشجویان، دانش‌آموختگان و دیگر همکاران طرح، در مورد نتایج پژوهشهای علمی که تحت عناوین پایان‌نامه، رساله و طرحهای تحقیقاتی که با هماهنگی دانشگاه انجام شده است، موارد ذیل را رعایت نمایند:

ماده ۱- حقوق مادی و معنوی پایان‌نامه‌ها / رساله‌های مصوب دانشگاه متعلق به دانشگاه است و هرگونه بهره‌برداری از آن باید با ذکر نام دانشگاه و رعایت آیین‌نامه‌ها و دستورالعمل‌های مصوب دانشگاه باشد.

ماده ۲- انتشار مقاله یا مقالات مستخرج از پایان‌نامه / رساله به صورت چاپ در نشریات علمی و یا ارائه در مجامع علمی باید به نام دانشگاه بوده و استاد راهنما مسئول مکاتبات مقاله باشد. تبصره: در مقالاتی که پس از دانش‌آموختگی بصورت ترکیبی از اطلاعات جدید و نتایج حاصل از پایان‌نامه / رساله نیز منتشر می‌شود نیز باید نام دانشگاه درج شود.

ماده ۳- انتشار کتاب حاصل از نتایج پایان‌نامه / رساله و تمامی طرحهای تحقیقاتی دانشگاه باید با مجوز کتبی صادره از طریق حوزه پژوهشی دانشگاه و بر اساس آیین‌نامه‌های مصوب انجام می‌شود.

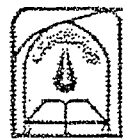
ماده ۴- ثبت اختراع و تدوین دانش فنی و یا ارائه در جشنواره‌های ملی، منطقه‌ای و بین‌المللی که حاصل نتایج مستخرج از پایان‌نامه / رساله و تمامی طرحهای تحقیقاتی دانشگاه باید با هماهنگی استاد راهنما یا مجری طرح از طریق حوزه پژوهشی دانشگاه انجام گیرد.

ماده ۵- این دستورالعمل در ۵ ماده و یک تبصره در تاریخ ۱۳۸۴/۴/۲۵ در شورای پژوهشی دانشگاه به تصویب رسیده و از تاریخ تصویب لازم‌الاجرا است و هرگونه تخلف از مفاد این دستورالعمل، از طریق مراجع قانونی قابل پیگیری می‌شود.

نام و نام خانوادگی

امضاء

۱۳۸۶/۱۲/۱۹



انستگاه تربیت مدرس  
دانشکده علوم پایه

بسمه تعالی

### آیین نامه چاپ پایان نامه (رساله) های دانشجویان دانشگاه تربیت مدرس

نظر به اینکه چاپ و انتشار پایان نامه (رساله) های تحصیلی دانشجویان دانشگاه تربیت مدرس، مبین بخشی از فعالیت های علمی پژوهشی دانشگاه است بنابراین به منظور آگاهی و رعایت حقوق دانشگاه، دانش آموختگان این دانشگاه نسبت به رعایت موارد ذیل متعهد می شوند:

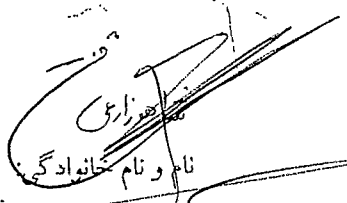
ماده ۲ در صفحه سوم کتاب (پس از برگ ششم)، عبارت ذیل را چاپ کند  
«کتاب حاضر حاصل پایان نامه کارشناسی ارشد رساله دکتری نگارنده در رشته **آمار- ریاضی** است که در سال ۱۳۸۶ در دانشکده علوم پایه دانشگاه تربیت مدرس به راهنمایی سرکار خانم /جناب آقای دکتر **عاس گرابی**، مشاوره سرکار خانم /جناب آقای دکتر **مجید حنجر خالدر** و مشاوره سرکار خانم /جناب آقای دکتر \_\_\_\_\_ از آن دفاع شده است.»

ماده ۳ به منظور جبران بخشی از هزینه های انتشارات دانشگاه، تعداد یک درصد شمارگان کتاب (در هر نوبت چاپ) را به «دفتر نشر آثار علمی» دانشگاه اهدا کند. دانشگاه می تواند مازاد نیاز خود را به نفع مرکز نشر در معرض فروش قرار دهد.

ماده ۴- در صورت عدم رعایت ماده ۳، کلیه بدهی شمارگان چاپ شده را به عنوان خسارت به دانشگاه تربیت مدرس، تادیه کند.

ماده ۵- دانشجو تعهد و قبول می کند در صورت خودداری از پرداخت بدهی خسارت، دانشگاه می تواند خسارت مذکور را از طریق مراجع قضایی مطالبه و وصول کند؛ به علاوه به دانشگاه حق می دهد به منظور استیفای حقوق خود، از طریق دادگاه، معادل وجه مذکور در ماده ۴ را از محل توقیف کتابهای عرضه شده نگارنده برای فروش، تأمین نماید.

ماده ۶- اینجانب **تبا هوزاری** دانشجوی رشته **آمار- ریاضی** مقطع **کارشناسی ارشد** تعهد فوق و صانت اجرایی آن را قبول کرده، به آن ملتزم می شوم.

  
نام و نام خانوادگی  
تاریخ و امضا:  
۱۳۸۶/۱۳/۴

تقدیم به:

پدر و مادر و همه اعضای خانواده‌ام به خصوص برادر بزرگم و همچنین تقدیم  
به تمام کسانی که همیشه دریاد و ذهن من هستند و تا آخر عمر دوستشان  
خواهم داشت.

## قدردانی

سپاس و ستایش معبود یگانه را که پرتو الطاف بی‌شمارش بر لحظه لحظه زندگی مان ساطع و آشکار است. حمد و ثنا می‌گزارم او را که فکرت و اندیشه را در بستر روحم روان ساخت و بهره‌گیری از خوان گسترده دانش اساتیدم را نصیب و روزی‌ام گردانید.

سپاس ویژه و تشکر بی‌پایان خود را از تمامی اعضای خانواده و سایر عزیزانم، که همواره مشوق من در ادامه تحصیل بوده‌اند، بیان می‌دارم و امیدوارم روزی بتوانم زحمات آنها را جبران کنم. امتنان و سپاس می‌گزارم تلاش‌ها، زحمات و راهنمایی‌های ظریف، ارزشمند و بی‌شائبه استادان فرزانه و گرانمایه‌ام، جناب آقای دکتر عباس گرامی و جناب آقای دکتر مجید جعفری خالدی را که با حمیت و جدیت، مرا به دقت، اندیشه، درک و تعمق وامی‌داشتند.

همچنین بر خود لازم می‌دانم از تمامی کارشناسان مرکز آمار ایران و پژوهشکده آمار، به خاطر در اختیار قرار دادن فایل داده و سایر حمایت‌های مادی و معنوی صمیمانه تشکر و قدردانی کنم. در نهایت از تمامی دوستان خوبم بخصوص آقایان مسعود آل‌بویه، انور محمدی و نورالله تازی که میاندره که با همفکری‌های بی‌شائبه مرا در انجام این پایان‌نامه کمک کردند، کمال تشکر و قدردانی را دارم و برای همه این عزیزان آرزوی سلامتی و پیشرفت را دارم.

شاهوزارعی

بهمن ۱۳۸۶

## مدل‌های بیز سلسله مراتبی در برآورد ناحیه کوچک

### چکیده

در سال‌های اخیر برآوردگرهای مبتنی بر مدل به طور گسترده‌ای در برآورد ناحیه کوچک مورد توجه و استفاده قرار گرفته‌اند. ویژگی اصلی این برآوردگرها توانایی آنها در استفاده از منابع مختلف اطلاعات کمکی و اثرات ناحیه‌ها، برای افزایش دقت برآورد است. در این میان برآوردگرهای مبتنی بر مدل‌های پایه ناحیه کوچک، به علت سادگی و امکان بررسی فرضیات مورد استفاده به وسیله داده‌های نمونه‌ای، از اهمیت بیشتری برخوردار شده‌اند. در این پایان‌نامه ابتدا به مفاهیم و تعاریف لازم در برآورد ناحیه کوچک پرداخته و رهیافت‌های مختلف برای برآورد پارامترهای ناحیه کوچک ارائه می‌شود. سپس رهیافت بیز سلسله مراتبی برای مدل‌های پایه ناحیه کوچک مورد بررسی قرار می‌گیرد. در ادامه با ترکیب وزن‌های نمونه‌گیری با مدل سطح واحد، برآوردگر بیز شبه سلسله مراتبی میانگین تصادفی ناحیه کوچک ارائه می‌شود و در انتها با استفاده از داده‌های طرح هزینه و درآمد خانوار مدل‌ها و روش‌های بدست آمده عملاً مورد مقایسه و ارزیابی قرار می‌گیرند.

واژه‌های کلیدی: برآورد ناحیه کوچک، مدل پایه ناحیه کوچک، روش بیز سلسله مراتبی،

آمارگیری پیمایشی، نمونه‌گیری گیبس.



# فهرست مندرجات

۱	تعاریف و مفاهیم مقدماتی در برآورد ناحیه کوچک	۱
۱	مقدمه	۱.۱
۴	برآورد ناحیه کوچک چیست؟	۲.۱
۷	انواع روش‌های برآورد ناحیه کوچک	۳.۱
۹	برآوردگرهای مبتنی بر طرح	۴.۱
۱۱	برآوردگرهای مبتنی بر مدل	۵.۱
۱۲	برآوردگر ترکیبی	۱.۵.۱
۱۴	برآوردگر مرکب	۲.۵.۱

۱۴	.....	برآوردگر مدل صریح	۳.۵.۱
۱۷	.....	مدل سطح ناحیه	۴.۵.۱
۱۹	.....	مدل سطح واحد	۵.۵.۱
۲۱	.....	رهیافت‌های مختلف برای برآورد ناحیه کوچک	۶.۱
۲۱	.....	رهیافت <i>EBLUP</i>	۱.۶.۱
۲۲	.....	بهترین پیشگوی نااریب خطی تجربی در مدل سطح ناحیه	۲.۶.۱
۲۳	.....	رهیافت بیز تجربی	۳.۶.۱
۲۴	.....	برآورد بیز تجربی پارامترهای مدل سطح ناحیه	۴.۶.۱
۲۸	۲ برآوردگرهای بیز سلسله مراتبی مدل‌های پایه		
۲۸	.....	مقدمه	۱.۲
۳۰	.....	نمونه‌گیری گیبس	۲.۲
۳۳	.....	رهیافت بیز سلسله مراتبی در مدل سطح ناحیه	۳.۲
۳۴	.....	واریانس اثرهای ناحیه معلوم	۱.۳.۲
۳۷	.....	واریانس اثرهای ناحیه نامعلوم	۲.۳.۲

۴۱	.....	واریانس خطای نمونه‌گیری نامعلوم	۴.۲
۴۳	.....	برآورد بیز سلسله مراتبی واریانس خطای نمونه‌گیری	۱.۴.۲
۵۱	.....	برآورد بیز سلسله مراتبی در مدل سطح واحد	۵.۲
۵۴		<b>۳ برآورد بیز شبه سلسله مراتبی در مدل سطح واحد</b>	
۵۴	.....	مقدمه	۱.۳
۵۶	.....	برآوردگر طرح سازگار	۱.۱.۳
۵۹	.....	مدل سطح واحد براساس وزن‌های نمونه‌گیری	۲.۳
۶۰	.....	برآورد بیز شبه سلسله مراتبی میانگین‌ها با معلوم بودن مولفه‌های واریانس	۳.۳
۶۴	.....	برآورد بیز شبه سلسله مراتبی میانگین‌ها با نامعلوم بودن مولفه‌های واریانس	۴.۳
۶۶	.....	برآورد بیز شبه سلسله مراتبی میانگین‌ها هنگام بزرگ بودن حجم ناحیه کوچک	۵.۳
۶۹		<b>۴ برآورد ناحیه کوچک متوسط درآمد خانوار در استان‌های نمونه کشور</b>	

فهرست مندرجات

د

۱.۴ ارزیابی دقت برآوردها و بررسی درستی فرض‌های مدل ..... ۷۲

۲.۴ محاسبه برآوردها ..... ۸۰

۳.۴ نتیجه‌گیری ..... ۸۶

الف برنامه‌ها

۱۰۰

## لیست اشکال

- ۸ . . . . . ۱.۳.۱ انواع مدل‌های ناحیه کوچک (اقتباس از دفتر آمار استرالیا)
- ۷۴ . . . . . ۱.۱.۴ بررسی اثر حجم نمونه بر میانگین توان دوم خطا
- ۷۶ . . . . . ۲.۱.۴ بررسی فرض‌ها در استان خراسان رضوی
- ۷۷ . . . . . ۳.۱.۴ بررسی فرض‌ها در استان لرستان
- ۷۸ . . . . . ۴.۱.۴ بررسی فرض‌ها در استان همدان
- ۷۹ . . . . . ۵.۱.۴ بررسی فرض‌ها در استان تهران

۶.۲.۴ بررسی همگرایی تبدیل لگاریتمی ..... ۸۲

۷.۲.۴ بررسی همگرایی تبدیل باکس-کاکس ..... ۸۴

۸.۲.۴ تعیین مقادیر اولیه و مرحله داغیدن ..... ۸۶

# تعاریف و مفاهیم مقدماتی در برآورد ناحیه

## کوچک

### ۱.۱ مقدمه

آمارگیری پیمایشی<sup>۱</sup> وسیله‌ای ارزشمند و تأثیرگذار در بدست آوردن اطلاعات است، که به طور وسیعی برای جمع آوری داده در زمینه‌های گوناگون به کار برده می‌شود. در آمارگیری پیمایشی سطحی از دقت که برآوردگر باید داشته باشد تعیین شده و از روی آن حجم نمونه مورد نیاز مشخص می‌شود. با توجه به نمونه‌اخذ شده برآوردگرهای مستقیم مناسب از پارامترهای جامعه یا زیر جامعه‌های بزرگ که حوزه<sup>۲</sup> بزرگ نیز نامیده می‌شوند، بدست می‌آیند. در ادبیات نمونه‌گیری به سطوحی از جامعه که بر اساس طرح نمونه‌گیری دقت برآوردها در آن سطوح تضمین شده است، حوزه بزرگ می‌گویند. اصطلاح

---

<sup>۱</sup> Survey Sampling

<sup>۲</sup> Domain

عمومی حوزه برای اشاره به ناحیه‌های جغرافیایی (مانند استان‌ها)، گروه‌های اجتماعی-جمعیت‌شناسی (مانند گروهی از مردم که درون ناحیه جغرافیایی بزرگی بوده و از نژاد، جنس و سن معین هستند) و یا فعالیت شرکت‌های بزرگ تجاری در گروه‌های صنعتی مختلف به کار برده می‌شود.

اگر از جامعه‌ای که از چند زیر جامعه تشکیل شده، نمونه‌گیری کنیم و براساس نمونه‌اخذ شده از هر زیر جامعه، برآوردگر مستقیم<sup>۳</sup> که فقط از اطلاعات خاص آن ناحیه استفاده می‌کند را بدست آوریم، این برآوردگر بندرت دارای دقت قابل قبول خواهد شد، چرا که از حجم نمونه‌کل سهم کوچک‌تری به هر زیر جامعه می‌رسد. برای رفع این مشکل باید با استفاده از منابع مختلف اطلاعات کمکی مانند اطلاعات حاصل از سرشماری، داده‌های ثبتی، داده‌های دامنه‌های مشابه با دامنه مورد نظر و ... به برآوردگرهای مستقیم قدرت قرضی<sup>۴</sup> داده و برآوردگرهای غیر مستقیم<sup>۵</sup> با دقت قابل قبول را بدست آورد. از این رو اساس برآورد ناحیه کوچک<sup>۶</sup>، یعنی ناحیه‌ای که به هر دلیلی امکان بدست آوردن برآوردگر مستقیم با دقت لازم از آن وجود ندارد را برآوردگر غیر مستقیم تشکیل می‌دهد. برآوردگر غیر مستقیم، منابع مختلف اطلاعات را به عنوان اطلاعات کمکی با داده‌های خاص آن ناحیه ترکیب می‌کند و امکان بدست آوردن برآوردگرهایی با دقت قابل قبول را فراهم می‌کند. به عنوان مثال اگر جامعه مورد بررسی یک کشور باشد. در این صورت هر استان می‌تواند یک حوزه بزرگ باشد و هر شهر را نیز به عنوان یک ناحیه کوچک می‌توان در نظر گرفت.

امروزه برآوردهای ناحیه کوچک ابزاری مهم و استراتژیک برای دولتمردان و سیاستگذاران در جهت برنامه‌ریزی و سازماندهی کارها و انجام طرح‌های منطقه‌ای است. به عنوان مثال اگر

---

Direct Estimator<sup>۳</sup>

Borrow Strength<sup>۴</sup>

Indirect Estimator<sup>۵</sup>

Small Area Estimation<sup>۶</sup>



دولت بخواهد برای رفع محرومیت در منطقه‌ای برنامه‌ریزی کند قبل از هر چیز باید برآوردهایی از نرخ بیکاری، تعداد افراد زیر خط فقر و ... در آن منطقه داشته باشد. علاوه بر این برای برآورد پارامترها در سطح ناحیه‌های کوچک از جانب بخش خصوصی نیز تقاضای زیادی وجود دارد. چون تصمیمات تجاری شرکت‌های بزرگ بطور معمول به فعالیت‌های تجاری کارگاه‌های کوچک، شرایط اجتماعی-اقتصادی و شرایط محیطی محل اجرا بستگی دارد.

برآورد ناحیه‌های کوچک به‌طور ویژه‌ای در فعالیت‌های اقتصادی مربوط به حمل‌ونقل در کشورهای اروپای شرقی و جمهوری‌های تازه استقلال یافته شوروی سابق مورد توجه است. به این علت که در سال ۱۹۹۰ این کشورها برنامه‌های خود را برای تمرکززدایی آغاز کردند، تا بتوانند امکانات را به‌طور عادلانه در سراسر کشور توزیع کرده و از تجمع جمعیت در بعضی شهرهای بزرگ جلوگیری نمایند. همچنین فعالیت مراکز خدمات بهداشتی کشورها نیز از علل گسترش برآوردهای ناحیه‌های کوچک است به عنوان مثال وقتی یک بیماری در سطح کشور شیوع یافته برای کنترل سریع‌تر آن توجه به شرایط مناطق مختلف بسیار مهم است، چرا که ویژگی‌های جغرافیایی و آداب رسوم ناحیه‌های مختلف متفاوت است (رائو، ۲۰۰۳a).

در این پایان‌نامه ضمن تعریف برآورد ناحیه کوچک، انواع روش‌های برآورد ناحیه کوچک مورد بررسی قرار می‌گیرد و رهیافت‌های مختلف در بدست آوردن برآورد پارامترهای ناحیه کوچک ارائه می‌شود. با توجه به عنوان پایان‌نامه رهیافت پیز سلسله مراتبی برای مدل‌های پایه ناحیه کوچک که در ادامه تعریف می‌شوند، در حالت‌های مختلف بدست می‌آید. در فصل سوم با ترکیب وزن‌های نمونه‌گیری با مدل سطح واحد برآوردگر بیز شبه سلسله مراتبی میانگین تصادفی ناحیه کوچک بدست می‌آید و در فصل چهارم با استفاده از داده‌های طرح هزینه و درآمد خانوار نتایج بدست آمده در فصل‌های اول تا سوم عملاً مورد بررسی قرار می‌گیرند.

حال پس از بیان مقدماتی در مورد ناحیه کوچک، در این جا ابتدا به معرفی مسائل ناحیه کوچک و تاریخچه آن پرداخته و سپس انواع روش‌های برآورد ناحیه کوچک را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

## ۲.۱ برآورد ناحیه کوچک چیست؟

ناحیه کوچک از نظر لغوی اغلب به یک ناحیه جغرافیایی کوچک مانند استان، شهر، ایالت، ناحیه اداری یا یک بخش سرشماری اطلاق می‌گردد. همچنین می‌توان یک زیر جامعه کوچک همانند یک گروه از مردم درون یک ناحیه جغرافیایی بزرگ را که از جنس و سن و نژاد معینی هستند به عنوان یک ناحیه کوچک در نظر گرفت. برای مثال در یک نمونه‌گیری از سطح کشور، استانها (یا شهرها) را می‌توان به عنوان ناحیه کوچک گرفت. از نقطه نظر آماری، اگر در طراحی یک آمارگیری کوچکترین بخش جامعه آماری که برآوردها مربوط به آن است مورد توجه قرار گیرد اما بخواهیم از این آمارگیری‌ها برآوردهایی در سطوح کوچکتر نیز بدست آوریم به این سطوح کوچکتر ناحیه کوچک گفته می‌شود.

ممکن است از اصطلاح‌های دیگری برای بیان ناحیه‌ای با حجم نمونه کم (ناحیه کوچک) استفاده شود. چند اصطلاح رایج دیگر عبارتست از: «ناحیه محلی<sup>۷</sup>»، «زیرحوزه<sup>۸</sup>»، «زیرگروه کوچک<sup>۹</sup>»، «زیر ایالت<sup>۱۰</sup>» و «حوزه جزئی<sup>۱۱</sup>».

همان طور که اشاره شد در برآورد ناحیه کوچک با برخی ناحیه‌ها روبرو هستیم که مشاهدات کمی از آن در اختیار داریم و می‌خواهیم با این حجم کم نمونه برآوردهایی با دقت لازم تهیه کنیم.

---

Local Area<sup>۷</sup>

Subdomain<sup>۸</sup>

Small Subgroup<sup>۹</sup>

Subprovincence<sup>۱۰</sup>

Minor Domain<sup>۱۱</sup>

واضح است که به علت محدودیت منابع یا محدودیت‌های زمانی نمی‌توان از هر ناحیه، نمونه‌ای به اندازه کافی بزرگ اختیار کرد. بنابراین یک راه‌کار اساسی آن است که با ترکیب اطلاعات از منابع کمکی، دقت برآوردها را افزایش داد. قرض گرفتن اطلاعات در برآورد ناحیه کوچک به دو صورت استفاده از مدل‌های ضمنی و مدل‌های صریح می‌باشد، که در ادامه مورد بررسی قرار می‌گیرند.

امروزه آمارگیری‌های نمونه‌ای در زمینه‌های مختلف جایگزین سرشماری‌ها شده‌اند. ویژگی بارز آمارگیری‌های نمونه‌ای صرفه‌جویی در هزینه و وقت است. علاوه بر این با کنترل خطای نمونه‌گیری، حتی می‌توان برآوردهایی دقیقتر از برآوردهای حاصل از سرشماری بدست آورد.

در سال‌های اخیر برآوردهای مبتنی برمدل به طور گسترده‌ای در برآوردیابی ناحیه کوچک مورد توجه قرار گرفته‌اند. ویژگی اصلی این برآوردها توانایی استفاده از منابع مختلف اطلاعات کمکی و اثرات نواحی برای افزایش دقت برآورد است. برآوردیابی به این طریق اغلب نیاز به محاسبات زیاد و پیچیده دارد. از این رو گسترش این روش‌ها تا قبل از پیدایش کامپیوترها، رشد و توسعه مناسبی نیافت. با این وجود استفاده از آمارهای ناحیه کوچک به چند قرن قبل برمی‌گردد. پیدایش چنین آماره‌هایی را در انگلیس در قرن یازدهم و در کانادا در قرن هفدهم می‌دانند (براک استون، ۱۹۸۷). اما در آن موقع داده‌های حاصل از سرشماری و داده‌های ثبتی تنها منابع اطلاعات کمکی بود. استفاده از نمونه‌گیری‌های جدید، که از ساختار جامعه برای طراحی روش نمونه‌گیری استفاده می‌کرد، در قرن نوزدهم آغاز شد و بعد از جنگ جهانی دوم به سرعت پیشرفت کرد. علت این امر پیدایش کامپیوترهایی با سرعت بالا بود که امکان تجزیه و تحلیل حجم زیادی از داده‌ها را فراهم می‌کرد.

استفاده گسترده از برآوردهای مبتنی برمدل در برآورد ناحیه کوچک باعث رشد و پیشرفت تئوری‌های بهترین پیشگوی ناریب خطی تجربی<sup>۱۲</sup> (*EBLUP*)، بیز تجربی<sup>۱۳</sup> (*EB*) و تئوریهای

<sup>۱۲</sup> Empirical Best Linear Unbiased Prediction

<sup>۱۳</sup> Empirical Bayes

الگوریتم‌های مونت کارلو و روش‌های باز نمونه‌گیری<sup>۱۴</sup> برای ناحیه‌های کوچک شده است. در هیافت *EBLUP* اساس کار کمترین توان‌های دوم خطاست و برآوردگرها با این روش بدست می‌آیند (کاکارو هارویل ۱۹۸۴، پراساد و راتو ۱۹۹۰).

استفاده از مدل خطی آمیخته با اثرهای تصادفی برای برآورد ناحیه کوچک توسط کلف و راتو (۱۹۹۲) مورد بررسی قرار گرفت. مدل چند سطحی برای ناحیه‌های کوچک توسط هالت و مورا (۱۹۹۳) بررسی شد. بعد از بررسی جامع پراساد و راتو (۱۹۹۰) درباره انواع مدل‌های ناحیه کوچک، چندین برآوردگر *EBLUP* و میانگین مربع خطا<sup>۱۵</sup> (*MSE*)ی آنها با توجه به مدل‌های متفاوت ناحیه کوچک که شامل مدل‌های سری زمانی نیز بود توسط گوش و همکاران (۱۹۹۶) بدست آمد. مدل ناحیه کوچک پایدار توسط لاهیری و راتو در (۱۹۹۵) و مدل رگرسیون با خطای تودرتوی دو مرحله‌ای توسط استوکل و راتو (۱۹۹۹) مورد مطالعه قرار گرفت.

آغاز ورود روش‌های بیزی به برآورد ناحیه کوچک بعد از مقاله بنیادی گلفند و اسمیت (۱۹۹۰) در خصوص روش‌های مونت کارلو زنجیر مارکوفی<sup>۱۶</sup> (*MCMC*) بود. در این مقاله نحوه تولید نمونه تصادفی از توزیع توأم با توجه به توزیع‌های شرطی بیان شده بود. از آنجا که در روش‌های بیزی ناحیه کوچک، اطلاعات در قالب چند مدل شرطی حداقل با دو سطح، بیان می‌شود این مقاله تحولی بنیادی در روش‌های بیزی برآورد ناحیه کوچک بوجود آورد. بعد از آن روش بیز تجربی و روش بیز سلسله‌مراتبی<sup>۱۷</sup> (*HB*) در موارد متفاوت از استنباط آماری مانند آزمون فرض‌ها، برآوردیابی و ... و در قالب برآورد ناحیه کوچک توسط دانا و گوش (۱۹۹۱) به کار رفت. فارل (۱۹۹۵) روش

Resampling<sup>۱۴</sup>Mean Square Error<sup>۱۵</sup>Monte Carlo Markov Chain<sup>۱۶</sup>Hierarchical Bayes<sup>۱۷</sup>