



٤٤٤٢٩



دانشکده مهندسی

پایان نامه کارشناسی ارشد در رشته مهندسی هوافضا گرایش آیرودینامیک

تعیین مسیر حرکت بهینه فضاپیما با استفاده از روش اجزاء محدود در دامنه زمان

توسط

غلامعلی ورزندیان

استاد راهنما:

دکتر سید احمد فاضل زاده

۱۳۸۶ / ۱ / ۱۸

آبان ماه ۱۳۸۶

۹۷۶۶۹

به نام خدا

تعیین مسیر حرکت بهینه فضاپیما با استفاده از روش اجزاء محدود در دامنه زمان

به وسیله ی:  
غلامعلی ورزندیان

پایان نامه

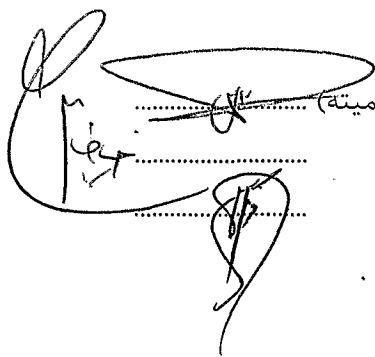
ارائه شده به تحصیلات تکمیلی دانشگاه به عنوان بخشی  
از فعالیتهای تحصیلی لازم برای اخذ درجه کارشناسی ارشد

در رشته ی:  
مهندسی هوافضا (آیرودینامیک)

از دانشگاه شیراز

شیراز

جمهوری اسلامی ایران



ارزیابی شده توسط کمیته پایان نامه با درجه: عالی

دکتر سید احمد فاضل زاده ، استادیار بخش مهندسی مکانیک (رئیس کمیته)

دکتر علیرضا خیاطیان ، دانشیار بخش مهندسی برق و الکترونیک

دکتر فرهنگ دانشمند ، استادیار بخش مهندسی مکانیک

آبان ماه ۱۳۸۶

## با تقدیر و سپاس فراوان از اساتید گرانقدر:

- جناب آقای دکتر فاضل زاده که مساعدتهای بی دریغ ایشان را در انجام و نگارش پایان نامه فراموش نخواهم کرد.
- جناب آقای دکتر خیاطیان و جناب آقای دکتر دانشمند که مرا از راهنماییهای ارزشمندشان بی بهره نساختند.
- جناب آقای دکتر نعمت الهی نماینده محترم تحصیلات تکمیلی بخاطر قبول زحمت و شرکت در جلسه دفاع پایان نامه.

## تقدیم به:

- همسر عزیزم،

که به من درس محبت، صفا و صمیمیت آموخت، راهم را به همراهی کوتاه و دشواریم را به یاری آسان نمود.

- مادر مهربانم،

که بدون بردباری و فداکاریهای او رسیدن به این مراحل برایم میسر نبود.

- پدر بزرگوالم،

که همواره در تربیتم کوشید و در آموختن و اندوختن دانش همراهیم کرد.

- برادر و خواهران عزیزم، سعید، بهاره و سارا که همواره دوستشان خواهم داشت.

## چکیده

تعیین مسیر حرکت بهینه فضاپیما با استفاده از روش اجزاء محدود در دامنه زمان

به وسیله ی:

### غلامعلی ورزندیان

در این تحقیق مسیر بهینه حرکت یک فضاپیما به کمک روش اجزاء محدود در دامنه زمانی تعیین گردیده است. جهت ارزیابی این روش، سه مساله مختلف مورد بررسی قرار گرفته که عبارتند از:

- مدلسازی حرکت فضاپیما با تئوری مسئله دو جسمی و با در نظر گرفتن حداقل تلاش کنترلی
- مساله مسیرهای پرواز بهینه فضاپیما با رانش متغیر در حداقل زمان
- شبیه سازی مسیرهای پرواز بهینه فضاپیما در مدارهای نزدیک به زمین و ماه با رانش متغیر در حداقل زمان

معادلات مسیر حرکت با استفاده از معادله گرانش نیوتون و به صورت معادلات فضای حالت ارائه شده است. با در نظر گرفتن تابع عملکردی حداقل تلاش کنترلی و حداقل زمان معادلات حاکم بر مسئله بدست آمده است. با گسسته سازی مسئله در محدوده زمانی و استفاده از روش حساب تغییرات فرم اجزاء محدود معادلات استخراج میگردد. نهایتاً پس از تنظیم معادلات گسسته شده، یک دستگاه معادلات جبری غیر خطی حاصل می شود. شرایط مرزی در آغاز و پایان به گونه ای است که انجام حل نیاز به یک روش سعی و خطا دارد. با روش سعی و خطای نیوتن رافسون پاسخ بهینه بدست آمده است. مسیر بهینه حرکت به همراه متغیرهای حالت و کنترلی مربوطه محاسبه و ارائه گردیده که با نتایج حاصل از روش خطی سازی گام به گام و روش شوتینگ مطابقت خوبی را نشان می دهد.

## فهرست مطالب

صفحه	عنوان
	فصل اول: مقدمه
۱-۷	۱-۱- پیشگفتار
۱	۲-۱- مرور تحقیقات قبلی
۳	۳-۱- هدف تحقیق
۶	فصل دوم: دینامیک مسیر پرواز فضاپیماها
۸-۲۰	۱-۲- مقدمه
۸	۲-۲- قوانین کیپلر
۹	۳-۲- حرکت تحت تاثیر نیروی مرکزی
۱۲	۴-۲- مساله دو جسمی
۱۳	۵-۲- مساله سه جسمی
۱۷	۶-۲- فرمول بندی مساله سه جسمی کاهش یافته دو بعدی و معادلات حرکت
۱۹	فصل سوم: مبانی تئوری کنترل بهینه
۲۱-۳۵	۱-۳- مقدمه
۲۱	۲-۳- روش های بهینه سازی
۲۱	۳-۳- کنترل بهینه
۲۳	۴-۳- شاخص عملکردی
۲۴	۱-۴-۳- شاخص عملکردی با زمان حداقل
۲۴	۲-۴-۳- شاخص عملکردی با حداقل مصرف سوخت
۲۴	۳-۴-۳- شاخص عملکردی با حداقل تلاش کنترلی
۲۴	۴-۴-۳- شاخص عملکردی برای سیستمهای کنترل زمان انتهایی
۲۵	۵-۴-۳- شاخص عملکردی برای سیستمهای کنترل بهینه عمومی
۲۵	۵-۳- قیود
۲۶	

صفحه	عنوان
۲۶	۳-۶- فرم استاندارد برای بیان سیستمهای کنترل بهینه
۲۸	۳-۷- حساب تغییرات و کنترل بهینه
۲۸	۳-۷-۱- مفاهیم اولیه
۳۱	۳-۸- معرفی انواع مختلف سیستم های کنترلی
۳۲	۳-۹- فرم تضعیف شده معادلات کنترل بهینه به کمک حساب تغییرات
۳۶-۴۹	فصل چهارم: روشهای حل مسائل کنترل بهینه و معرفی روش اجزاء محدود در دامنه زمان
۳۶	۴-۱- مقدمه
۳۷	۴-۲- روش شوتینگ
۳۷	۴-۲-۱- الگوریتم پایه
۳۹	۴-۲-۲- پیدا نمودن $\alpha$ بعدی
۴۰	۴-۳- روش شبه خطی سازی
۴۰	۴-۴- روشهای مستقیم بهینه سازی
۴۱	۴-۴-۱- روش هم مکان سازی مستقیم با برنامه ریزی غیر خطی
۴۲	۴-۴-۵- روشهای غیر مستقیم بهینه سازی
۴۲	۴-۴-۵-۱- روش کاهش سریع
۴۳	۴-۴-۵-۲- روش خطی سازی ناقص
۴۳	۴-۴-۵-۳- روش تغییر اکستریمها
۴۴	۴-۴-۵-۴- روشهای اجزاء محدود
۴۴	۴-۴-۶- روش اجزاء محدود در دامنه زمان
۵۰-۵۸	فصل پنجم: روش حل دستگاه معادلات جبری غیر خطی
۵۰	۵-۱- مقدمه
۵۰	۵-۲- روش نیوتن - رافسون
۵۲	۵-۳- حدسهای اولیه
۵۳	۵-۳-۱- روش سری تیلور
۵۵	۵-۳-۲- هوموتاپی و روشهای تعقیبی
۵۶	۵-۴- تخمین خطا



صفحه	عنوان
۵۷	۵-۴-۱- روشهای حل
۵۷	۵-۴-۲- مثالهای حل شده
۵۹-۹۵	<b>فصل ششم: شبیه سازی عددی و ارائه نتایج</b>
۵۹	۶-۱- مقدمه
۶۱	۶-۲- شبیه سازی مسیر پرواز بهینه فضاپیما با حداقل تلاش کنترلی
۶۲	۶-۲-۱- معادلات قیدی و شرایط مرزی
۶۳	۶-۲-۲- ارائه نتایج
۶۶	۶-۲-۳- آماده سازی معادلات جهت حل به روش شوتینگ
۶۷	۶-۲-۴- محاسبه خطا
۷۰	۶-۳- شبیه سازی مسیرهای پرواز بهینه فضاپیما در حداقل زمان
۷۲	۶-۳-۱- معادلات قیدی و شرایط مرزی
۷۲	۶-۳-۲- حل عددی و ارائه نتایج
۷۶	۶-۴- شبیه سازی مسیرهای پرواز بهینه فضاپیما در مدارهای نزدیک به زمین و ماه در حداقل زمان
۷۷	۶-۴-۱- شرایط مرزی
۷۸	۶-۴-۲- اطلاعات پایه
۷۹	۶-۴-۳- ارائه نتایج - مسیر رفت از زمین به ماه
۸۸	۶-۴-۴- ارائه نتایج - مسیر برگشت از ماه به زمین
۹۶-۹۸	<b>فصل هفتم: جمع بندی و پیشنهادات</b>
۹۶	۷-۱- جمع بندی
۹۷	۷-۲- پیشنهادات
۹۹	فهرست مراجع
۱۰۲	پیوست الف

## فهرست جدول ها

صفحه	عنوان
۱۰	جدول ۱-۲: مقادیر تجربی کمیتهای مربوط به اثبات قانون سوم کپلر
۴۸	جدول ۱-۴: تعداد معادلات مربوط به ضرایب معادله ۴-۱۵
۵۸	جدول ۱-۵: سریهای تیلور و خطا
۵۸	جدول ۲-۵: جمع بندی خطاها
۶۹	جدول ۱-۶: مقایسه روش اجزاء محدود و روش شوتینگ
۶۹	جدول ۲-۶: خطا در روش شوتینگ
۷۶	جدول ۳-۶: تغییرات زمان پرواز فضاپیما با توجه به تغییر ضریب سرعت خروجی موثر و مدار هدف
۷۶	جدول ۴-۶: جدول زمانی اجرای برنامه
۷۹	جدول ۵-۶: اطلاعات پایه
۸۰	جدول ۶-۶: پرواز زمین به ماه - در حالت ساعتگرد - پارامترهای اصلی
۸۰	جدول ۷-۶: پرواز زمین به ماه - در حالت ساعتگرد - زوایای فاز هنگام خروج از مدار زمین
۸۱	جدول ۸-۶: پرواز زمین به ماه - در حالت ساعتگرد - زوایای فاز هنگام ورود به مدار ماه
۸۱	جدول ۹-۶: پرواز زمین به ماه - در حالت پادساعتگرد - پارامترهای اصلی
۸۲	جدول ۱۰-۶: پرواز زمین به ماه - در حالت پادساعتگرد - زوایای فاز هنگام خروج از مدار زمین
۸۲	جدول ۱۱-۶: پرواز زمین به ماه - در حالت پادساعتگرد - زوایای فاز هنگام ورود به مدار ماه

## فهرست شکل ها

صفحه	عنوان
۸	شکل ۱-۲: سیستم مختصات قطبی زمین مرکزی در دو بعد
۱۰	شکل ۲-۲: سه قانون کپلر
۱۳	شکل ۳-۲: حرکت تحت تاثیر نیروی مرکزی
۱۴	شکل ۴-۲: مساله دو جسمی
۱۵	شکل ۵-۲: مساله دو جسم.
۱۶	شکل ۶-۲: مساله دو جسمی در حالت خاص با نیروی رانش
۱۷	شکل ۷-۲: مساله سه جسم
۲۰	شکل ۸-۲: مساله سه جسم کاهش یافته در دو بعد
۲۲	شکل ۱-۳: تقسیم بندی کلی بهینه سازی
۲۳	شکل ۲-۳: ساختار کلی کنترل مدرن
۲۷	شکل ۳-۳: بیان مساله کنترل بهینه
۳۰	شکل ۴-۳: نمو، دیفرانسیل و مشتق یک تابع
۳۱	شکل ۵-۳: نمو و تغییر اول یک فانکشنال
۳۲	شکل ۶-۳: انواع مختلف سیستم های کنترلی
۳۷	شکل ۱-۴: نمای کلی از روش شوتینگ
۴۵	شکل ۲-۴: خط زمانی تقسیم شده به المانها و نامگذاری گرهها
۶۰	شکل ۱-۶: الگوریتم کلی برنامه
۶۱	شکل ۲-۶: الف) دیاگرام آزاد نیروها ب) متغیرهای حالت و کنترل مسئله
۶۴	شکل ۳-۶: تغییرات شاخص عملکردی نسبت به تعداد بازه های زمانی
۶۴	شکل ۴-۶: تاریخچه زمانی اندازه کنترل (بر حسب متر بر مجذور ثانیه) نسبت به زمان بازاء $t_f = 2$ .

- شکل ۵-۶: مولفه سرعت در جهت شعاع (بر حسب متر بر ثانیه) نسبت به زمان بازاء  
 ۶۵  $t_r = 2$
- شکل ۶-۶: زاویه کنترلی (بر حسب رادیان) نسبت به زمان بازاء  $t_r = 2$   
 ۶۵
- شکل ۷-۶: مسیر بهینه حرکت فضاپیما  
 ۶۵
- شکل ۸-۶: متغیرهای حالت و کنترل  
 ۷۱
- شکل ۹-۶: نمودار شتاب نیروی جلوبرنده بر حسب زمان  
 ۷۲
- شکل ۱۰-۶: نمودار زاویه کنترلی بر حسب زمان  
 ۷۳
- شکل ۱۱-۶: نمودار شاخص عملکردی بر حسب تعداد المان  
 ۷۳
- شکل ۱۲-۶: مسیر بهینه فضاپیما بازاء ضریب سرعت خروجی موثرواحد  
 ۷۴
- شکل ۱۳-۶: مقایسه مسیرهای فضاپیما با توجه به تغییر ضریب سرعت خروجی موثر  
 ۷۴
- شکل ۱۴-۶: مقایسه زمان پرواز فضاپیما با توجه به تغییر ضریب سرعت خروجی موثر و مدار هدف  
 ۶۶
- شکل ۱۵-۶: مقایسه زمان پرواز فضاپیما با توجه به تغییر ضریب سرعت خروجی موثر و مدار هدف  
 ۷۵
- شکل ۱۶-۶: مسیر زمین - ماه، سیستم مختصات اینرسی،  $h_{LMO} = 100km$ ، LEO پادساعتگرد، LMO ساعتگرد  
 ۸۳
- شکل ۱۷-۶: مسیر زمین - ماه، سیستم مختصات اینرسی،  $h_{LMO} = 100km$ ، LEO پادساعتگرد، LMO ساعتگرد، نزدیک مدار زمین  
 ۸۳
- شکل ۱۸-۶: مسیر زمین - ماه، سیستم مختصات اینرسی،  $h_{LMO} = 100km$ ، LEO پادساعتگرد، LMO ساعتگرد، نزدیک مدار ماه  
 ۸۴
- شکل ۱۹-۶: نمودار نیروی رانش نسبت به زمان،  $h_{LMO} = 100km$ ، LEO پادساعتگرد، LMO ساعتگرد  
 ۸۴
- شکل ۲۰-۶: نمودار زاویه نیروی رانش نسبت به زمان،  $h_{LMO} = 100km$ ، LEO پادساعتگرد، LMO ساعتگرد  
 ۸۵
- شکل ۲۱-۶: نمودار شاخص عملکردی نسبت به تعداد المان ها،  $h_{LMO} = 100km$ ، LEO پادساعتگرد، LMO ساعتگرد  
 ۸۵

- شکل ۶-۲۲: مسیر زمین - ماه، سیستم مختصات اینرسی،  $h_{LMO} = 100km$ ، LEO پادساعتگرد، LMO پادساعتگرد  
۸۶
- شکل ۶-۲۳: مسیر زمین - ماه، سیستم مختصات اینرسی،  $h_{LMO} = 100km$ ، LEO پادساعتگرد، LMO پادساعتگرد، نزدیک مدار زمین  
۸۶
- شکل ۶-۲۴: مسیر زمین - ماه، سیستم مختصات اینرسی،  $h_{LMO} = 100km$ ، LEO پادساعتگرد، LMO پادساعتگرد، نزدیک مدار ماه  
۸۷
- شکل ۶-۲۵: نمودار زاویه نیروی رانش نسبت به زمان،  $h_{LMO} = 100km$ ، LEO پادساعتگرد، LMO پادساعتگرد  
۸۷
- شکل ۶-۲۶: نمودار شاخص عملکردی نسبت به تعداد المانها،  $h_{LMO} = 100km$ ، LEO پادساعتگرد، LMO پادساعتگرد  
۸۸
- شکل ۶-۲۷: مسیر ماه - زمین، سیستم مختصات اینرسی،  $h_{LMO} = 100km$ ، LMO ساعتگرد، LEO پادساعتگرد  
۸۹
- شکل ۶-۲۸: مسیر ماه - زمین، سیستم مختصات اینرسی،  $h_{LMO} = 100km$ ، LMO ساعتگرد، LEO پادساعتگرد، نزدیک مدار ماه  
۸۹
- شکل ۶-۲۹: مسیر ماه - زمین، سیستم مختصات اینرسی،  $h_{LMO} = 100km$ ، LMO ساعتگرد، LEO پادساعتگرد، نزدیک مدار زمین  
۹۰
- شکل ۶-۳۰: مسیر ماه - زمین، سیستم مختصات اینرسی،  $h_{LMO} = 100km$ ، LMO پادساعتگرد، LEO پادساعتگرد  
۹۰
- شکل ۶-۳۱: مسیر ماه - زمین، سیستم مختصات اینرسی،  $h_{LMO} = 100km$ ، LMO پادساعتگرد، LEO پادساعتگرد، نزدیک مدار ماه  
۹۱
- شکل ۶-۳۲: مسیر ماه - زمین، سیستم مختصات اینرسی،  $h_{LMO} = 100km$ ، LMO پادساعتگرد، LEO پادساعتگرد، نزدیک مدار زمین  
۹۱
- شکل ۶-۳۳: مسیر زمین - ماه - زمین، سیستم مختصات چرخشی،  $h_{LMO} = 100km$ ، LEO پادساعتگرد، LMO ساعتگرد  
۹۲
- شکل ۶-۳۴: مسیر زمین - ماه - زمین، سیستم مختصات چرخشی،  $h_{LMO} = 100km$ ، LEO پادساعتگرد، LMO ساعتگرد، نزدیک مدار زمین  
۹۲

- شکل ۳۵-۶: مسیر زمین- ماه - زمین، سیستم مختصات چرخشی،  $h_{LMO} = 100km$ ، LEO پادساعتگرد، LMO ساعتگرد، نزدیک مدار ماه
- ۹۳
- شکل ۳۶-۶: مسیر زمین- ماه - زمین، سیستم مختصات چرخشی،  $h_{LMO} = 100km$ ، LEO پادساعتگرد، LMO پادساعتگرد
- ۹۳
- شکل ۳۷-۶: مسیر زمین- ماه - زمین، سیستم مختصات چرخشی،  $h_{LMO} = 100km$ ، LEO پادساعتگرد، LMO پادساعتگرد، نزدیک مدار زمین
- ۹۴
- شکل ۳۸-۶: مسیر زمین- ماه - زمین، سیستم مختصات چرخشی،  $h_{LMO} = 100km$ ، LEO پادساعتگرد، LMO پادساعتگرد، نزدیک مدار ماه
- ۹۴

## فصل اول

### مقدمه

#### ۱-۱- پیشگفتار

اصول تغییراتی یکی از مشترکات پایه ای تئوری کنترل بهینه و روش اجزاء محدود میباشد و در سالهای اخیر تلاشهایی جهت بکارگیری روش اجزاء محدود در حل مسائل کنترل بهینه صورت پذیرفته است. در این پژوهش با بکارگیری روش اجزاء محدود در دامنه زمان به مدلسازی مساله کنترل بهینه مسیر فضاییها اقدام گردیده است و چند مثال مختلف در این رابطه مورد بررسی قرار گرفته است.

از زمان توسعه روش حساب تغییرات ، مسائل بهینه سازی به یکی از مهمترین عناوین کارهای تحقیقاتی و پژوهشی تبدیل شده است. مساله کنترل بهینه مطرح شده در پژوهش حاضر به شرح زیر میباشد:

سیستمی را در نظر بگیرید که به طور کامل توسط یک تعداد محدود از متغیرهای حالت (یا به عبارت دیگر کمیتهایی که حالت کنونی سیستم را توصیف میکنند.) تعریف میشود. حالت سیستم توسط یک مجموعه معادلات دیفرانسیل عادی مرتبه اول تعیین میگردد. متغیرهای حالت تحت تاثیر یک تعداد محدود از متغیرهای کنترلی میباشدند. مساله بهینه سازی شامل انتخاب متغیرهای کنترلی به گونه ای است که شرایط مرزی داده شده را ارضاء نموده و در عین حال شاخص عملکردی (یا تابع هزینه) را کمینه (و یا بیشینه) نماید. استفاده از حساب تغییرات منجر به یک مساله مقدار مرزی چند نقطه ای میگردد. متاسفانه حلهای تحلیلی زیادی برای این نوع از مسائل کنترل بهینه پیدا نشده است. هر چند ، با ظهور کامپیوترهای دیجیتالی پرسرعت و قدرتمند در دهه ۱۹۵۰ ، تحولی در زمینه حل مسائل کنترل بهینه پدید آمد. کامپیوترها و روشهای عددی متعدد هم اکنون ابزارهای مناسبی برای پرداختن به سیستمهای پیچیده و غیر خطی امروزی بشمار می آیند. با افزایش توجه به زمینه های کاوش فضا و مسافرتها فضایی ، روشهای عددی با کارایی بالاتر و قابل اعتمادتر مورد نیاز میباشد. در این پژوهش با تکیه بر روش اجزاء محدود در

دامنه زمان به عنوان یک روش موثر، قابل اعتماد و سیستماتیک، بهینه سازی بر روی مسیر حرکت فضاپیما به عنوان یک جرم متمرکز که تحت تاثیر نیروهای گرانشی سیارات مجاور و نیز نیروی رانش موتور خود میباشد، انجام میپذیرد.

پیشرفت و گسترش ارتباطات ماهواره ای، پیش بینی شرایط جوی، هدایت و ناوبری هواپیماها و کشتیها و موارد مشابه از یک سو و از سوی دیگر گسترش روزافزون دانش بشری و دسترسی وی به جهان خارج و کرات دیگر مسائل بسیاری را مطرح می سازند که حل هر کدام گامی در جهت نیل به آرمانهای انسان امروزی است. یک سری از این مسائل در ارتباط با انتقال بهینه فضاپیماها از یک مدار به مداری دیگر میباشد که می تواند در چارچوب سفری بین سیاره ای یا اطراف یک سیاره صورت پذیرد. ملاقات فضاپیمای آتلانتیس و ایستگاه فضایی میر، سرویس تلسکوپ فضایی هابل، انتقال مداری به مدار هاله ای جهت به کار انداختن بادبانهای بزرگ خورشیدی (قرار دادن آینه های بزرگ فضایی برای روشن نمودن بخشی از سطح کره زمین) و همچنین برنامه ساخت ایستگاه فضایی بین المللی نمونه هایی از اینگونه مسائل هستند.

جهت انجام مانورهای مداری احتیاج به انرژی و نیروی کنترل شده می باشد که نتیجه آن تغییر بردار سرعت و در نتیجه تعویض مدار است. به این منظور مدل‌های ضربه ای در موتورهای ماهواره ها و سفینه های فضایی برای مدت‌ها مورد استفاده بودند که در حقیقت اعمال تغییر بردار سرعت در زمانی کوتاه می باشد. به دلیل خطا در رسیدن به مدار هدف در جهت گیری اشتباه نیروی رانش موتور و همچنین صدمه دیدن سیستم‌های درونی ماهواره در اثر نیروی ضربه ای زیاد، مدل‌های موتور با نیروی رانش پایین مورد توجه قرار گرفته اند که در آنها اندازه نیروی رانش ناچیز ولی زمان اعمال آنها طولانی است که در نتیجه می توان با انجام کنترل روی جهت گیری نیرو، دقت مورد نیاز را در رسیدن به مدارهای مقصد بدست آورد.

در بررسی حرکت انتقالی ماهواره ها و سفینه های فضایی از فرض نقطه مادی و جرم متمرکز در آنها استفاده می شود و دینامیک حرکت به صورت دینامیک ذره که بیان حرکت مرکز جرم سیستم است بررسی می گردد. چنانچه هدف بررسی جهت گیری فضاپیما باشد بایستی ویژگی گسترده جرم سیستم نیز در نظر گرفته شود.

نیروها و گشتاورهای وارد شده بر یک ماهواره بسیارند و در سفرهای طولانی از این نیروها و گشتاورها نمی توان چشم پوشی کرد. به عنوان نمونه می توان به موارد زیر اشاره نمود:

۱. نیروی گرانش سیاره ها و کره های دیگر

۲. نیروی ناشی از میدانهای مغناطیسی

۳. نیروی پرتو الکترومغناطیسی



۴. نیروی ناشی از برخورد با ذره های سرگردان در فضا

در این پژوهش تنها نیروی اصلی حاصل از گرانش سیاره مینا و همچنین نیروی رانش موتورهای فضاپیما در نظر گرفته می شوند. دلیل اصلی این امر کوتاه نمودن زمان مانور و همچنین محدوده مانور می باشد.

نیروهای رانش سفینه گونه های مختلفی دارد. در سیستمهای با نیروی رانش بالا مدت زمان اعمال رانش در مقایسه با زمان کل مأموریت پروازی کوتاه می باشد. به همین دلیل رانش سفینه را به صورت چند کنترل ضربه ای شکل در نظر می گیرند. در سیستمهای با نیروی رانش پایین، پیشرانس در بازه های دراز مدت تری (از لحاظ زمانی) حاصل می شود.

دسته بندی دیگری نیز برای سیستمهای پیشرانس وجود دارد که عبارتند از رانش با ضربه ویژه ثابت و رانش با ضربه ویژه متغیر [۱]. در سیستمهای رانش با ضربه ویژه ثابت (سرعت خروجی ثابت) گستره نیروی رانش به وسیله تغییر شار جرمی خروجی از نازل تعیین می شود. اینگونه سیستمها می توانند از نوع رانش بالا یا پایین باشند.

موتورهای رانش پایین از نوع ضربه ویژه ثابت را موتورهای با نیروی رانش محدود می نامند زیرا که شار جرمی خروجی از نازل موتور دارای یک کران بالای مشخص می باشد.

موتورهای با ضربه ویژه متغیر معمولاً از نوع نیروی رانش پایین هستند که با تغییر سرعت گازهای خروجی از نازل عمل می کنند. اینگونه موتورها به دلیل توان محدود منبع جداگانه نامین انرژی موتور، موتورهای با توان محدود نامیده می شوند. در اینجا موتوری از نیروی رانش محدود و پایین در نظر گرفته شده است.

اثر نیروی گرانش سیاره بر ماهواره با استفاده از قانون نیوتن به دست می آید.

در این پژوهش، مسئله کنترل بهینه برای حرکت سفینه های فضایی مورد بررسی قرار می گیرد و شرایط بهینه بودن یک مانور برای حالات مختلف بدست می آید. بدین منظور روشهای گوناگون شناسایی و برتری و کاستی های هر یک بررسی شده و در پایان روش اجزاء محدود تعریف گردیده و گسترش می یابد. پاسخهای این مسئله مسیر بهینه و قوانین کنترلی را بدست می دهد.

## ۱-۲- مرور تحقیقات قبلی

در اواخر قرن هفدهم علم حساب تغییرات توسط ریاضیدانان بزرگی همچون نیوتن<sup>۱</sup> و لیبنیز<sup>۲</sup> پایه گذاری گردید. به دنبال این علم در زمینه های مهندسی میدانهای تحقیقاتی متنوعی بنیانگذاری گردید که امروزه هر کدام دارای مبانی گسترده و پیچیده گردیده اند. تئوریهای بهینه

<sup>۱</sup> Newton

<sup>۲</sup> Leibniz

سازی و کنترل بهینه و روش اجزاء محدود از جمله محصولات علم حساب تغییرات بشمار می آیند [۲].

اولین مساله بهینه سازی حل شده به کمک حساب تغییرات در سال ۱۶۸۶ توسط نیوتن تنظیم و حل گردید. مساله که حتی امروزه جزو مسائل مورد علاقه مهندسين هوا فضا بشمار می آید ، شامل انتخاب شکل یک دماغه برای کمینه کردن نیروی پسا در جریان ماوراء صوت بود [۲]. مساله دیگر بهینه سازی توسط جان برنولی در سال ۱۶۹۶ بیان شد. برنولی مساله کلاسیک خود را به شرح زیر بیان نمود:

(( در میان تمام خطوط متصل به دو نقطه داده شده ، منحنیی را پیدا کنید که در کوتاهترین زمان توسط یک جسم مادی تحت تاثیر جاذبه گرانش پیموده میشود. )) [۲]. این مساله به طور مستقل توسط جان و جیمز برنولی ، هوپیتال ، لایبنیز و نیوتن حل گردید. در طی سالها کارهای زیادی بر روی حل مسائل تغییراتی مختلف انجام پذیرفته است. اما کار برجسته ابداع یک روش منحصر بفرد برای حل مسائل تغییراتی متعلق به ریاضیدان بزرگ سوئیسی لئونارد اویلر میباشد. وی در سن ۲۵ سالگی دستاورد خود را تحت عنوان (( حل عمومی مساله ایزوپریمتریک در کلی ترین حالت )) منتشر نمود.

از اولین مساله بهینه سازی در سال ۱۶۸۶ میلادی که نیوتن به کمک روش حساب تغییرات حل نمود تا سالهای اخیر که مهندسان مکانیک و هوا فضا از روشهای کنترل بهینه و اجزاء محدود در حل مسائل پیچیده همچون تحلیل مسیر حرکت فضاییها و تحلیل سازه های هوایی پیشرفته بکار گرفته اند را میتوان نام برد که نشان از استحکام مبانی روشهای کنترل بهینه و روشهای اجزاء محدود در حساب تغییرات دارد [۳].

مسائل بهینه سازی زیادی در مانورهای ماهواره ها مطرح و حل شده اند که کاربردهای دوبردی داشته اند. مسئله انتقال بین دو مدار بیضوی هم صفحه توسط دو نیروی ضربه ای [۵و۴] ، انتقال به مدار سنکرون زمین [۶] ، قرار دادن ماهواره در مداری حول مریخ [۷] ، ملاقات بین مدارهای دایره ای هم صفحه با زمان پایان مشخص با استفاده از روشهای چند ضربه ای [۸] ، ملاقات بهینه بین مدارهای بیضوی توسط بادبانهای خورشیدی و کنترل جهت گیری آنها [۹] و انجام مانورهای گریز دوبردی در صورت احتمال برخورد با جرمهای سرگردان آسمانی [۱۰] بررسی رفتار دینامیکی فضاییها بر اساس المانهای مداری نسبی [۱۱] از جمله نمونه هایی هستند که در کنترل بهینه حرکت دو بعدی سفینه های فضایی به چشم می خورند. مسئله حرکت دو بعدی در این مطالعه نیز به عنوان ایده اولیه یک روش انتقال بهینه مورد بحث و بررسی قرار می گیرد. همچنین در اینجا از فرض جرم متمرکز برای مدل نمودن حرکت فضاییما بهره میگیریم. حرکت ذره تحت تاثیر نیروئی

که منشاء آن مرکز جاذبه ساکنی باشد موسوم به حرکت تحت تاثیر نیروی مرکزی است. بارزترین نمونه این حرکت، حرکت مداری سیاره ها و ماهواره ها می باشد. قوانین حاکم بر این نوع حرکت، توسط کپلر<sup>۳</sup> از طریق رصد کردن حرکت سیاره ها، استنتاج شده است. مطالعه دینامیک حرکت تحت تاثیر نیروی مرکزی، شالوده طراحی راکت‌های دوربرد، ماهواره های زمینی و انواع سفینه های فضائی را تشکیل می دهد.

مسئله سه جسم یکی از مسائل معروف و مهمی است که توسط محققان بسیاری مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته و تاریخچه ای طولانی را در بر دارد [۱۵-۱۲]. امروزه ثابت شده است که مسئله ۳ جسم در حالت کلی به طور تحلیلی قابل حل نمی باشد [۱۶]. هرچند در برخی حالت‌های خاص مانند مسئله ۳ جسم کاهش یافته (که در آن جرم یکی از جسمها در مقایسه با دو جسم دیگر قابل چشم پوشی باشد) یا مسئله کلی با دو جرم مساوی پاسخهایی به دست آمده است [۲۰-۱۷].

بسیاری از پژوهشگران به دلیل رفتار غیر خطی معادلات حرکت، معمولاً روشهای خطی سازی ساده با فرض کوتاه بودن طول مسیر را به کار می گیرند. انجام مانور ملاقات دو سفینه که هر دو حرکت فعال و پویا با اعمال نیرو دارند [۲۱] و انجام مانور گریز ضربه ای با برگشت توسط نیروی رانش به پایین به صورت انجام ملاقات [۲۲]، مسائل حل شده از این دست می باشند.

در این مطالعه گسسته سازی بر روی دامنه زمانی حرکت صورت گرفته و سپس با در نظر گرفتن سیستم پیشرانه از نوع رانش پایین با ضربه ویژه متغیر و اعمال کنترل بهینه به صورت کمینه ساختن مصرف سوخت، مسائلی مانند انتقال به مدارهایی با فاصله نسبتاً کم مورد توجه قرار می گیرند.

مسئله کنترل بهینه یک سفینه فضایی به حل مسئله مقدار مرزی دو نقطه ای می انجامد که برای انجام آن دو دسته از روشها رایج هستند که عبارتند از روشهای غیر مستقیم و روشهای مستقیم. در روشهای غیر مستقیم معادلات سیستم بر اساس تئوری حساب تغییرات بدست می آیند و با روشهایی مانند کاهش سریع، شبه خطی سازی و تغییر اکستریمها حل می شوند. مشکل عمده این روشها در حساسیت نسبت به حدس اولیه و پایداری حل می باشد. در روش دیگر معادلات دیفرانسیل سیستم، گسسته شده و با یک سری از معادلات جبری غیر خطی تقریب زده می شوند و بدین ترتیب یک مساله بهینه سازی پارامتری جبری بدست می آید. چنین روشی روش مستقیم نام دارد. این روش نیز مشکلات خاص خود را دارد.

در این پژوهش، از روش اجزاء محدود به عنوان یک روش غیر مستقیم در حل مسائل کنترل بهینه استفاده میگردد. روش اجزاء محدود یکی از روشهای تحلیل سیستمهای فیزیکی است که در

<sup>3</sup> J.Kepler,1571-1630

سالهای اخیر به گونه ای فراگیر در بسیاری از رشته های مهندسی و علوم کاربردی توسعه یافته است و عموماً برای مسائلی که دارای یک فرم تابعی<sup>۴</sup> میباشند قابل اعمال میباشد. روشهای مختلفی همچون روش رایلی - ریتز<sup>۵</sup>، گالرکین<sup>۶</sup> و روش پهلوی هم گذاری<sup>۷</sup> در زمینه حل مسائل کنترل بهینه استفاده گردیده است [۲۳]. هاجز و بلس با بکارگیری اصل تضعیف<sup>۸</sup> اقدام به مدلسازی مسائل کنترل بهینه نموده اند [۲۴ و ۲۵].

ایشان شرایط بهینگی مسئله پایه کنترل بهینه را به کمک حساب تغییرات و بر اساس اصل تضعیف همیلتون استخراج و معادلات حاکم را به کمک روش اجزاء محدود در دامنه زمان حل نموده اند. این روش جهت شبیه سازی سیستمهای دینامیکی غیر خطی و مسائل کنترل بهینه مانند مسئله بهینه سازی مسیر یک پرتابه با جرم متمرکز به کار گرفته شده است. این روش همچنین برای مسائلی با قیود نامساوی برای متغیرهای حالت و کنترل و نیز سیستمهای دینامیکی ناپیوسته توسعه یافته است. روش یاد شده همچنین برای مسئله بهینه سازی مسیر یک فضاپیما با سیستم رانش چند مرحله ای با قیود فشار دینامیکی به کار گرفته شده است. میل و ویکس به کمک الگوریتم بهبود یافته گرادیان زنجیره ای مساله مسیر فضاپیما را برای دو حالت کمترین زمان و کمینه کردن مصرف سوخت در سه بعد و با فرض جرم متمرکز برای فضاپیما حل نموده اند [۲۶ و ۲۷].

ارتباط زنجیروار معادلات گسسته به یکدیگر و ایجاد معادله ای که بیانگر مجهولات نقاط مرزی ابتدا و انتها است، دستگاه معادلاتی غیر خطی را نتیجه می دهد که با کاربرد روش نیوتن در حل دستگاههای معادلات جبری پاسخ بدست می آید.

### ۱-۳- هدف تحقیق

در این تحقیق با استفاده از روش اجزاء محدود در دامنه زمان مسیرهای بهینه حرکت فضاپیما تعیین میگردد. کاربرد حساب تغییرات در بررسی مسئله کنترل بهینه به یک سری معادله های غیر خطی با شرایط مرزی دو نقطه ای برای متغیرهای حالت و وابسته حالت می انجامد. در حل غیر مستقیم مسئله کنترل بهینه، شیوه بهینه سازی و شیوه حل با یکدیگر متفاوتند. در روشهای مستقیم بهینه سازی، معادلات دیفرانسیل سیستم گسسته شده و با

<sup>4</sup> Functional

<sup>5</sup> Rayleigh - Ritz

<sup>6</sup> Galerkin

<sup>7</sup> Collocation Method

<sup>8</sup> Weak Principle