بسم الله الرحمن الرحيم

۱۲۹۸۰

دانشکده فنی مهندسی

گروه مکانیک

پایان‌نامه

برای دریافت درجه‌ی کارشناسی ارشد

مهندسی مکانیک-طراحی کاربردی

تحلیل شکست استاتیکی با استفاده از تلفیق روش‌های MLPG و المان‌محدود

استاد راهنما: دکتر علیرضا شفیعی

استاد مشاور: دکتر علیرضا فتوحی

پژوهش و نگارش: محمد علی مشایخی پور

۱۳۸۸/۷/۱

مرکز اطلاعات و مدارک علمی ایران
تقدیم به مدارک

بهمن‌ماه ۱۳۸۷

۱۲۶۸۰۷

تقدیم به:

تمام کسانی که دوستشان دارم.

قدردانی

اکنون که با تأییدات خداوند متعال توفیق یافتم تا پایان‌نامه‌ی خود را به پایان رسانم، سر تعظیم بر آستان کبریایی او فرود آورده، و از این که از دریای بیکران علم خود ذره‌ای به من عطاء فرموده تا با کمک و استعانت از او در جهت خدمت و اعتلای سطح علمی جامعه‌ی مهندسین کشورم گامی هر چند ناچیز بردارم، خاضعانه و بی‌ریا او را حمد و سپاس می‌گویم.

در طول انجام این پایان‌نامه عزیزانی مرا یاری و همراه بوده‌اند که بر خود واجب می‌دانم قدردان محبت‌های ایشان باشم.

بدون شک زحمات و کمک‌های طاقت‌فرسا، پشتیبانی و سعه‌ی صدر پدر و مادر عزیزم، در تمام مراحل تحصیل و به خصوص در انجام این رساله را هرگز فراموش نخواهم کرد و از ایشان کمال تشکر را دارم.

از جناب آقای دکتر شفیعی که به عنوان استاد راهنما که با رهنمودهای حکیمانه‌ی خود از انتخاب تا تکمیل پروژه با سعه‌ی صدر، و حسن خلق و دقت‌نظر مرا یاری کرده، در این راه زحمات زیادی متحمل شده‌اند از صمیم قلب تشکر می‌کنم و برای این استاد نمونه و برجسته در راه تعلیم آینده‌سازان این مرز و بوم آرزوی توفیق روزافزون دارم.

از جناب آقای دکتر علیرضا فتوحی، به عنوان استاد مشاور که از راهنمایی‌های ایشان در انجام و تدوین این پایان‌نامه بهره‌ی وافر برده‌ام، قدردانی می‌کنم.

در پایان از تمامی اساتید و دوستانی که برای پیشرفت و موفقیت علمی من زحمت کشیده‌اند، صمیمانه تشکر کرده و برای ایشان آرزوی موفقیت دارم.

محمد علی مشایخی پور – بهمن ۱۳۸۷

بسمه تعالی

مدیریت تحصیلات تکمیلی	صورتجلسه دفاعیه پایان نامه دانشجوی دوره کارشناسی ارشد	شناسه: ب/ک/۳

جلسه دفاعیه پایان نامــه تحصیلی آقای/ خانم: محمد علی مشایخی پور دانشجوی کارشناسی ارشد

رشتــه/گرایش: مهندسی مکانیک – طراحی کاربردی

به شماره دانشجویی: ۸۵۰۳۹۱٤

تحت عنوان: تحلیل شکست استاتیکی با استفاده از تلفیق روشهای MLPG و المان محدود

و تعداد واحد: ٦ درتاریخ ۱۳۸۷/۱۱/۳۰ باحضور اعضای هیأت داوران (به شرح ذیل) تشکیل گردید.

پس از ارزیابی توسط هیأت داوران، پایان‌نامه با نمره: به عدد ۱۹ به حروف نوزده تمام

و درجه عالی مورد تصویب قرارگرفت.

عنوان	نام و نام خانوادگی	امضاء
استاد/ استادان راهنما:	آقای دکتر علیرضا شفیعی	
استاد/ استادان مشاور:	آقای دکتر علیرضا فتوحی	
متخصص وصاحبنظرداخلی:	آقای دکتر محمود خراداد	
متخصص و صاحبنظر خارجی:	آقای دکتر حسینعلی رحیمی	

نماینده تحصیلات تکمیلی دانشگاه (ناظر)

نام ونام خانوادگی:آقای دکتر منصور نخ کش

امضاء:

چکیده

روش MLPG یکی از روشهای بدون‌مش واقعی است که براساس فرم ضعیف متقارن محلی بوده و برای درونیابی تابع‌میدان و نیز انتگرال‌گیری عددی نیازی به مش ندارد، در این روش از تخمین MLS برای درونیابی تابع میدان استفاده می‌شود. این روش از لحاظ محاسباتی در تحلیل مسائل مکانیک شکست وقت‌گیر و پرهزینه است. در پژوهش حاضر، از تلفیق روش‌های MLPG و المان‌محدود برای رفع این مشکل استفاده می‌شود.

بدین منظور در ابتدا روش MLPG برای حل مسایل الاستواستاتیک دو بعدی فرمول‌بندی می‌شود و سپس روش المان‌مشترک برای تلفیق روش‌های MLPG و المان‌محدود توضیح داده می‌شود و روش المان‌متداخل برای این کار پیشنهاد می‌شود.

در ادامه برای حل مسایل مکانیک شکست الاستیک خطی، با استفاده از الگوریتم‌های المان‌محدود و MLPG روش‌هایی بیان می‌شود. از روش انتگرال J برای محاسبه‌ی ضریب شدت‌تنش مود اول و دوم در ماده‌ی همگن استفاده شده است.

در انتها یک برنامه بر اساس روش المان‌متداخل برای حل مسائل یک‌بعدی و دوبعدی الاستیسیته در محیط MATLAB نوشته شده و سپس این برنامه برای تحلیل مسائل شکست الاستیک خطی توسعه داده شده است.

فهرست مطالب

چکیده

۱ مقدمه

۱-۱ کلیات ۱

۱-۲ تاریخچه ۳

۱-۳ پژوهش حاضر ۵

۲ تلفیق روش‌های MLPG و المان‌محدود

۲-۱ روش MLPG ۶

۲-۱-۱ مقدمه ۶

۲-۱-۲ انواع دامنه در روش MLPG ۷

۲-۱-۳ تخمین MLS ۹

۲-۱-۴ تابع وزن ۱۲

۲-۱-۵ فرمول‌بندی MLPG ۱۴

۲-۲ روش المان‌محدود ۱۸

۲-۳ تلفیق روش‌های MLPG و المان‌محدود ۲۰

۲-۳-۱ تلفیق به روش المان‌مشترک ۲۲

۲-۳-۲ تلفیق به روش المان‌متداخل ۲۶

۳ حل مسائل مکانیک شکست الاستیک خطی

۳-۱ مقدمه ۳۱

۳-۲ تعیین میدان تنش و جابجایی در اطراف نوک ترک ۳۲

۳-۳ مکانیک شکست در روش المان‌محدود ۳۴

۳-۴ مکانیک شکست در روش MLPG ۳۷

۳-۴-۱ توسعه‌ی توابع پایه ۳۷

۳-۴-۲ اصلاح تابع وزن ۳۷

۳-۵ تعیین میدان تنش و جابجایی در مسائل شکست متقارن ۴۳

۳-۶ محاسبه‌ی ضرایب شدت تنش ۴۳

۳-۶-۱ ارتباط تنش و جابجایی ۴۳

۳-۶-۲ روش J-انتگرال ۴۵

۴ تحلیل مسائل با استفاده از روش المان‌متداخل

۴-۱ میله‌ی یک بعدی ۵۱

۴-۲ تیر یک سر گیردار دو بعدی ۵۴

۴-۳ بررسی مسائل شکست ۵۷

۴-۳-۱ نوار ترکدار لبه‌ای تحت مود اول شکست ۵۸

۴-۳-۲ نوار ترکدار مرکزی تحت مود اول شکست ۶۴

۴-۳-۳ نوار ترکدار لبه‌ای تحت ترکیب مودها ۶۷

۴-۴ مسائل شکست متقارن ۷۰

۴-۴-۱ نوار دارای دو ترک لبه‌ای متقارن تحت مود اول ۷۰

۴-۴-۲ نوار ترکدار لبه‌ای تحت مود اول ۷۲

۵ نتایج و پیشنهادات

۵-۱ نتایج ۷۴

۵-۲ پیشنهادات ۷۶

فهرست منابع و مآخذ ۷۸

ABSTRACT (چکیده به زبان انگلیسی)

فهرست شکل‌ها

شکل ۲- ۱ دامنه‌ی تربیع Ω_Q ، دامنه‌ی وزن دار Ω_w حول گره‌ی Iام و دامنه‌ی پوشش Ω_S حول نقطه‌ی گوسی در روش MLPG ۸

شکل ۲- ۲ تابع تخمین $u^h(\mathbf{x})$ و پارامترهای گره‌ای $\mathbf{u}_I$ در تخمین MLS ۱۱

شکل ۲- ۳ دامنه و مرزها در روش MLPG : Ω دامنه‌ی مسأله، Γ_u مرز اساسی، Γ_t مرز طبیعی، Ω_Q دامنه‌ی تربیع و محدود به مرز Γ_Q، Γ_{Qu} قسمتی از مرز اساسی که با مرز Ω_Q تلاقی دارد، Γ_{Qt} قسمتی از مرز طبیعی که با دامنه‌ی Ω_Q تلاقی دارد ۱۶

شکل ۲- ۴ المان چهارگوش درجه یک ۱۹

شکل ۲- ۵ تقسیم دامنه‌ی مسأله به سه دامنه‌ی المان محدود، MLPG و المان‌مشترک ۲۲

شکل ۲- ۶ المان‌های مشترک استفاده شده برای تلفیق دو ناحیه‌ی المان‌محدود و MLPG ۲۲

شکل ۲- ۷ تابع‌شکل المان‌مشترک در حالت یک بعدی با استفاده از تابع وزن اسپیلان درجه ۳ الف : تابع‌شکل و ب : مشتق تابع‌شکل ۲۵

شکل ۲- ۸ زیر دامنه‌های دامنه‌ی تربیع متداخل در المان‌های‌مشترک ۲۶

شکل ۲- ۹ ناحیه‌ی MLPG والمان‌محدود قبل از تلفیق ۲۹

شکل ۲- ۱۰ تلفیق نواحی MLPG والمان‌محدود پس از تلفیق ۲۹

شکل ۳- ۱ نمایش شعاع و زاویه‌ی نوک ترک ۳۳

شکل ۳- ۲ مدهای شکست در حالت صفحه‌ای ۳۳

شکل ۳- ۳ المان چهارگوش درجه دوم المان‌محدود ۳۵

شکل ۳- ۴ المان چهارگوش درجه دوم منفرد ۳۶

شکل ۳- ۵ الف-المان مثلثی درجه دوم ب- المان مثلثی منفرد ۳۶

شکل ۳- ۶ دامنه‌ی تأثیر در روش مشاهده ای ۳۸

شکل ۳- ۷ دامنه‌ی تأثیر در روش انکسار ۳۹

شکل ۳- ۸ توابع شکل بدست آمده از توابع‌وزن توسعه‌یافته درصفحه‌ی ترکدار (الف) صفحه‌ی ترکدار، ب) Φ_1، پ) Φ_2، ت) Φ_3 ..... ۴۲
شکل ۳- ۹ استفاده از روش برون‌یابی برای محاسبه‌ی ضریب شدت‌تنش ۴۵
شکل ۳- ۱۰ الگوی استفاده از روش انتگرال J ۴۶
شکل ۳- ۱۱ محاسبه‌ی J-انتگرال در روش MLPG ۴۷
شکل ۴- ۱ میله‌ی یک بعدی تحت تنش کششی ۵۱
شکل ۴- ۲ تلفیق نواحی MLPG و المان‌محدود به روش المان‌متداخل در میله‌ی یک‌بعدی ۵۲
شکل ۴- ۳ تغییر مکان میله بر حسب طول میله ۵۳
شکل ۴- ۴ زمان اجراء برنامه نسبت به طولهای مختلف ناحیه‌ی MLPG ۵۳
شکل ۴- ۵ تیر یک سرگیردار با بار سهمی شکل در انتها ۵۴
شکل ۴- ۶ نمودار جابجایی عمودی صفحه‌ی تقارن افقی تیر ۵۶
شکل ۴- ۷ توزیع تنش برشی در انتهای گیردار تیر ۵۶
شکل ۴- ۸ زمان اجراء برنامه برای طول‌های مختلف ناحیه‌ی MLPG در روش المان‌متداخل ۵۷
شکل ۴- ۹ نوار ترکدار لبه ای تحت مود اول شکست و گره‌بندی ۱۱×۲۱ ..... ۵۸
شکل ۴- ۱۰ نوار ترکدار مرکزی تحت مود اول شکست ۶۵
شکل ۴- ۱۱ نوار ترکدار لبه ای تحت ترکیب مودهای اول و دوم شکست ۶۸
شکل ۴- ۱۲ الف: نوار دارای دو ترک متقارن تحت مود اول ب: قسمت استفاده شده در تحلیل ۷۰
شکل ۴- ۱۳ گره‌بندی و المان‌بندی قسمت استفاده شده در تحلیل نوار ترک دوبل لبه‌ای متقارن ۷۱
شکل ۴- ۱۴ الف: نوار ترکدار لبه‌ای تحت مود اول شکست ب: قسمت استفاده شده در تحلیل ۷۳

شکل ۴- ۱۵ گره‌بندی و المان‌بندی قسمت استفاده شده در تحلیل نوار ترکدار لبه‌ای..... ۷۳

شکل ۵- ۱ نمودار اجراء زمان برای دو نوع گره‌بندی مثال ۴-۳-۱ ..... ۷۵

فهرست جداول

جدول ۴- ۱ ضریب شدت‌تنش مود اول نرمال ($K_I/\sigma_0\sqrt{\pi L_c}$) در طولهای مختلف ناحیه‌ی MLPG با فرض W=5 و L_c=2 واحد برای گره‌بندی ۶×۱۱ گره ۵۹

جدول ۴- ۲ ضریب شدت‌تنش مود اول نرمال ($K_I/\sigma_0\sqrt{\pi L_c}$) در طولهای مختلف ناحیه‌ی MLPG با فرض W=5 و L_c=2 واحد برای گره‌بندی ۱۱×۲۱ گره ۶۰

جدول ۴- ۳ ضریب شدت‌تنش مود اول نرمال ($K_I/\sigma_0\sqrt{\pi L_c}$) در طولهای مختلف ناحیه‌ی MLPG با فرض W=5 و L_c=2 واحد برای گره‌بندی ۲۱×۴۱ گره ۶۱

جدول ۴- ۴ ضریب شدت‌تنش مود اول نرمال ($K_I/\sigma_0\sqrt{\pi L_c}$) در طولهای مختلف ناحیه‌ی MLPG با فرض W=5 و L_c=2 واحد برای گره‌بندی ۱۵×۲۵ گره ۶۲

جدول ۴- ۵ مقادیر ضریب شدت‌تنش مود اول نرمال ($K_I/\sigma_0\sqrt{\pi L_c}$) به ازای مسیرهای بسته‌ی مختلف در نوار ترکدار لبه‌ای با فرض W=5 و L_c=2 واحد برای MLPG خالص و $L_{MLPG}/L = 0.5$ و گره‌بندی ۱۱×۲۱ ..... ۶۳

جدول ۴- ۶ ضریب شدت‌تنش مود اول نرمال ($K_I/\sigma_0\sqrt{\pi L_c}$) در نوار ترکدار لبه‌ای به ازای طول‌های مختلف ترک برای روش MLPG خالص و روش المان‌متداخل ($L_{MLPG}/L = 0.5$) و گره‌بندی ۱۱×۲۱ ..... ۶۴

جدول ۴- ۷ ضریب شدت‌تنش مود اول نرمال ($K_I/\sigma_0\sqrt{\pi L_c}$) در نوار ترکدار مرکزی تحت مود اول در طول‌های مختلف ناحیه‌ی MLPG با فرض W=5 و L_c=2 واحد برای ۱۱×۲۱ گره ۶۶

جدول ۴- ۸ مقادیر ضریب شدت‌تنش مود اول نرمال ($K_I/\sigma_0\sqrt{\pi L_c}$) به ازای مسیرهای بسته‌ی مختلف در نوار ترکدار مرکزی با فرض W=5 و L_c=2 واحد برای MLPG خالص و $L_{MLPG}/L = 0.5$ و گره‌بندی ۱۱×۲۱ ..... ۶۷

جدول ۴- ۹ مقادیر ضریب شدت‌تنش مود اول و دوم نرمال ($K/\sigma_0\sqrt{\pi L_c}$) برای مسیرهای بسته‌ی مختلف در نوارترکدار لبه‌ای تحت ترکیب مودها برای روش MLPG خالص و روش المان‌متداخل ($L_{MLPG}/L=0.5$) ۶۹

جدول ۴- ۱۰ مقادیر ضریب شدت تنش مود اول نرمال ($K_I/\sigma_0\sqrt{\pi L_c}$) به ازای مسیرهای بسته‌ی مختلف در نوار دوبل ترکدار لبه‌ای برای روش MLPG خالص و روش المان‌متداخل ($L_{MLPG}/L=0.5$) ۷۲

فصل اول

مقدمه

۱-۱ کلیات

مکانیک شکست[1] یکی از علومی است که در سه دهه‌ی اخیر در صنایع مختلف، به خصوص در صنایع هوافضا مورد توجه بسیار قرار گرفته است. امروزه طراحی‌های نوین بر اساس رشد ترک انجام می‌گیرد، یعنی اگر ترک رشد کند جسم به شکست می‌رسد و اگر ترک رشد نکرده و یا رشد آن متوقف شود جسم دچار شکست نمی‌شود. به همین دلیل با استفاده از روش‌های گوناگون از جمله تست‌های غیر مخرب موقعیت مکانی ترک‌ها مشخص شده و سپس با استفاده از علم مکانیک شکست به تحلیل استاتیکی، دینامیکی و ... بر روی ترک پرداخته می‌شود[۱].

تمامی روشهایی که در مکانیک شکست برای تحلیل ترک مورد استفاده قرار می‌گیرند، بر اساس نتایج آزمایشگاهی و یا حل تحلیلی است. به همین دلیل ابتدا مقادیر تنش و تغییرمکان بر اساس نتایج تحلیلی و آزمایشگاهی بدست آورده شده و سپس با استفاده از این نتایج به تحلیل ترک پرداخته می‌شود. ولی متأسفانه برای بسیاری از مسائل شکست حل تحلیلی وجود ندارد (یا حل تحلیلی آن بسیار مشکل است)، بنابراین باید به دنبال روش‌هایی بود که بتوان با خطای کم نتیجه‌ی مطلوب را بدست آورد. الگوریتم‌های عددی از جمله روش المان‌محدود، روش‌های بدون‌مش، روش المان‌مرزی و ... می‌توانند در تحلیل این‌گونه مسائل مفید باشند.

روش المان‌محدود[2] یکی از رایج‌ترین روش‌های عددی است که در حل مسائل مختلف به خصوص برای حل مسائل شکست در سه دهه‌ی اخیر مورد توجه زیاد قرار گرفته است، در این روش دامنه‌ی مسأله به نواحی کوچکتری به نام المان تقسیم شده و معادلات دیفرانسیل حاکم بر

---

[1] Fracture mechanics

[2] Finite element method(FEM)

سیستم بوسیله‌ی یک سری از معادلات جبری برای هر المان تقریب زده می‌شود[۲و۳]. با وجود اینکه روش المان‌محدود روشی قدرتمند و پیشرفته برای تحلیل مسائل استاتیکی و دینامیکی، آنالیز تنش خطی و یا غیر خطی جامدات است[۴]، ولی در تحلیل مسائل شکست دارای مشکلاتی از قبیل زیر می‌باشد:

۱- در تحلیل تغییر شکل‌های بزرگ، مقدار قابل توجهی از دقت به دلیل تغییر شکل زیاد المان‌ها از بین می‌رود.

۲- تحلیل مسائل رشد ترک با مسیرهای دلخواه مشکل است.

۳- شبیه‌سازی شکست ماده و گسستگی آن بسیار مشکل است.

۴- در مسائلی که رشد ترک وجود دارد نیاز به مش‌بندی مجدد است که در روش المان‌محدود این کار بسیار وقت‌گیر است[۵و۶].

تلاش برای رفع معایب فوق، منجر به ابداع روش‌های بدون‌مش[1] شده است. در تمامی انواع روش‌های بدون‌مش، دامنه‌ی مسأله و مرزهای آن با استفاده از یک مجموعه گره‌ی پراکنده و مجزا تعریف می‌شود. این گره‌ها بوجود آورنده‌ی مش نیستند و فقط برای درونیابی تابع‌میدان به کارمی‌روند. در این روش‌ها معادلات دیفرانسیل پاره‌ای فقط بر مبنای روابط بین گره‌ها، بدون نیاز به مش‌بندی، حل می‌شوند. در روش‌های بدون‌مش می‌توان به راحتی گره‌ای را در دامنه‌ی مسأله اضافه و یا کم کرد بدون آنکه گره‌بندی کامل سیستم تغییر کند، این مطلب در بررسی مسائل شکست بسیار با اهمیت می‌باشد. ولی روش‌های بدون‌مش در مقایسه با المان‌محدود از لحاظ محاسبات، زمان‌گیر و دارای حجم محاسبات زیادتری هستند و در نتیجه گران‌تر می‌باشند، (به خصوص در تحلیل مسائل شکست به دلیل آنکه از تعداد گره‌ی زیادی استفاده می‌شود) که با توجه به مزایایی که برای روش‌های بدون‌مش نسبت به المان‌محدود بیان شد یک ایراد به حساب می‌آید[۷]. بنابراین باید به دنبال روشی بود تا بتوان از مزایای هر دو روش استفاده کرد و معایب دو روش را تا حد امکان کاهش داد. بدین منظور از سال ۱۹۹۵ تلفیق روش‌های بدون‌مش با روش‌های

[1] Meshfree

عددی دیگر به خصوص روش المان‌محدود رواج یافته است. در تحلیل مسائل شکست در این روش اطراف ترک با روش بدون‌مش گره‌بندی می‌شود و مابقی ناحیه توسط روش المان‌محدود المان‌بندی می‌شود.

۱-۲ تاریخچه

هرچند روشهای بدون‌مش در سالهای اخیر مورد توجه قرار گرفته‌اند، ولی شروع استفاده از این روش‌ها به اواخر دهه هفتاد بر می‌گردد. در اواخر دهه‌ی هفتاد یک روش عددی بر مبنای جداسازی گره‌ای برای حل مسائل مقدار مرزی ابداع شد. ویژگی اصلی این روش عدم نیاز به مش‌بندی دامنه‌ی مسأله و مرزهای آن بود و لذا روش بدون‌مش نامگذاری شد[۸و۹]. انواع مختلفی از روش‌های بدون‌مش در دهه‌ی اخیر ابداع شده‌اند که ویژگی مشترک تمامی آن‌ها استفاده از یک مجموعه گره‌ی مجزا برای تعریف دامنه و مرزهای مسأله است. با این حال، انتگرال‌گیری فرمول‌بندی ضعیف معادله‌ی حاکم نیاز به مش پس‌زمینه بر روی کل دامنه را اجتناب ناپذیر می‌سازد. در سال ۱۹۹۸ اتلوری[۱] و ژو[۲] یک روش بدون‌مش واقعی را ارائه دادند که برای درونیابی متغیرهای میدان و برای انتگرال‌گیری فرم ضعیف معادلات نیاز به ایجاد یک مش مشخص بر روی کل دامنه را نداشت. این روش با استفاده از فرم ضعیف متقارن‌محلی[۳] معادلات و تقریب MLS[۴] برای تخمین تابع‌میدان به نام روش MLPG[۵] شناخته می‌شود[۸].

استفاده از تلفیق روش‌های بدون‌مش به همراه روش‌های عددی دیگر از سال ۱۹۹۵ رواج یافته است. بلیچکو[۶] و اورگان[۷] در سال ۱۹۹۵ روش تلفیقی را ابداع کردند، که در آن توابع‌شکل اصلاح می‌گردید، این روش را به دلیل استفاده از المان‌هایی که خاصیت تابع شکل المان‌محدود و

---

[1] Atluri
[2] Zhu
[3] Local symmetric week form
[4] Moving Least Square
[5] Meshless Local Petrov-Galerkin
[6] Belytschko
[7] Organ

MLS را داشت روش المان‌مشترک[1] نامیدند، از این روش برای تلفیق روش‌های المان‌محدود و EFG[2] در تحلیل مسائل الاستواستاتیک و الاستودینامیک استفاده شده است[۱۰]. هگن[3] نیز در سال ۱۹۹۵ روش کوپلی را ارائه نمود که در آن فرم ضعیف معادله‌ی حاکم اصلاح می‌گردید، هگن از این روش برای تحلیل مسائل الاستیسیته و شکست با تلفیق روش‌های المان‌محدود و EFG استفاده کرد[۱۱]. لیو[4] و گیو[5] در سال ۲۰۰۰ میلادی با استفاده از تلفیق روش‌های MLPG و المان‌محدود یا المان مرزی با استفاده از روش تلفیق المان‌مشترک به بررسی مسائل الاستیسیته پرداختند[۱۲]. تحلیل مسائل شکست در سال ۲۰۰۱ میلادی توسط رائو[6] و رحمان[7] با استفاده از اصلاح توابع‌شکل در ناحیه‌ی تلفیق، برای تلفیق روش‌های EFG و المان‌محدود بکار رفته است[۱۳].

در تلفیق روش‌های EFG و MLPG در جایی که از تابع تبدیل MLS استفاده می‌شود امکان تلفیق به طور مستقیم وجود ندارد، زیرا تابع شکل MLS خاصیت تابع دلتای کرونکر را ارضاء نمی‌کند. بنابراین برای تلفیق این روش‌ها با المان‌محدود از روش‌های مختلفی استفاده شده است. مهم‌ترین این روش‌ها استفاده از روش المان‌مشترک است که در سال ۱۹۹۵ توسط بلیچکو و اورگان ابداع شده است. در این رساله روش جدیدی به نام المان‌متداخل[8] پیشنهاد می‌شود، که با استفاده از اعمال شرایط مرزی اساسی در دو روش، دو ناحیه را با یکدیگر تلفیق می‌کند.

---

[1] Interface Element
[2] Element Free Galerkin
[3] Hegen
[4] Liu
[5] Gu
[6] Rao
[7] Rahman
[8] Inside Element

۱-۳ پژوهش حاضر

هدف از این رساله استفاده از مزایای دو روش MLPG و المان‌محدود و کاهش معایب این دو روش است، تا بتوان یک ترک را که تحت بار استاتیکی قرار دارد، تحلیل کرده و ضرایب شدت‌تنش اطراف نوک ترک را به کمک روش J-انتگرال بدست آورد.

بدین منظور در فصل دوم تاریخچه‌ای از روش‌های بدون‌مش و دلایل استفاده از این روش‌ها بیان می‌شود. در ادامه، فرمول بندی MLPG در حالت الاستواستاتیک دوبعدی و مفاهیم مطرح در این روش شرح داده شده، و سپس فرمول‌بندی المان‌محدود برای مسائل الاستواستاتیک و در نهایت فرمول‌بندی تلفیق روش‌های MLPG و المان‌محدود بیان می‌شود.

در فصل سوم به فرمول‌بندی شکست استاتیکی، المان‌های منفرد در روش المان‌محدود، چگونگی اصلاح تابع وزن در روش MLPG و طریقه‌ی محاسبه‌ی ضرایب شدت‌تنش در این روش پرداخته می‌شود.

در فصل چهارم مثال‌هایی در مورد بحث‌های بیان شده در فصول قبل ارائه می‌شود، و دقت و زمان اجراء روش المان‌متداخل بررسی می‌شود.

در فصل پنجم، نتایج بدست آمده از این پژوهش جمع‌بندی شده و پیشنهاداتی برای ادامه‌ی کار ارائه می‌شود.

فصل دوم

تلفیق روش‌های MLPG و المان‌محدود

۲-۱ روش MLPG

۲-۱-۱ مقدمه

در دو دهه‌ی اخیر یک روش عددی جدید و مؤثر بر مبنای جداسازی گره‌ای برای حل مسائل مقدار مرزی تا حد قابل توجهی جایگزین روش المان‌محدود شده است. ویژگی بارز این روش آن است که دامنه‌ی مسأله و مرزهای آن با استفاده از یک مجموعه گره با توزیع پراکنده معرفی می‌شوند. این گره‌ها بوجود آورنده‌ی مش نبوده و تنها برای درونیابی تابع متغیرهای میدان از آنها استفاده می‌شود. لذا هیچ نیازی به ایجاد ارتباط و اتصال گره‌ها برای تخمین تابع میدان نیست. این روش، روش بدون‌مش نامگذاری شده است. بنا براین برخلاف روش المان‌محدود نه تنها عمل مش‌بندی انجام نمی‌گیرد، بلکه به جای مش‌بندی‌های مکرر می‌توان گره‌های مورد نظر را حذف یا اضافه نمود[۶].

انواع مختلفی از روشهای بدون‌مش در سالهای اخیر ابداع شده‌اند که از این بین می‌توان به روش بدون المان گالرکین (EFG)، روش بدون‌مش محلی پتروف-گالرکین (MLPG)، روش باهم‌گذاری[1] و روش ابرهای اچ پی[2] اشاره کرد. تمام روشهای بدون‌مش یک ویژگی مشترک دارند: برای تقریب متغیرهای میدان فقط به گره احتیاج دارند. تفاوت اساسی این روشها در نحوه‌ی درونیابی متغیرهای میدان است.الگوریتم‌های درونیابی مورد استفاده در روشهای بدون‌مش به طورکلی عبارتند از الگوریتم‌های کرنل[3]، MLS و جزء واحد[4] [۱۴].

---

[1] Collocation
[2] Hp-clouds
[3] Kernel
[4] Partition of unity