

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ



دانشگاه تهران  
پردیس علوم  
دانشکده‌ی فیزیک

## مدل هولوگرافی انرژی تاریک

نگارنده:

نرگس ودود

استاد راهنما:

دکتر حسین محسنی سجادی

۱۳۸۷ / ۳ / ۲

پایان‌نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد در رشته  
فیزیک-گرایش ذرات بنیادی

بهمن‌ماه ۱۳۸۶

۹۵۷۱۳۰



جمهوری اسلامی ایران  
دانشگاه تهران

اداره کل تحصیلات تکمیلی

شماره \_\_\_\_\_  
تاریخ \_\_\_\_\_  
پیوست \_\_\_\_\_

باسمه تعالی

تعهد نامه اصالت اثر

اینجانب *سید علی حسینی* متعهد می شوم که مطالب مندرج در این پایان نامه / رساله حاصل کار پژوهشی اینجانب است و به دستاوردهای پژوهشی دیگران که در این پژوهش از آنها استفاده شده است ، مطابق مقررات ارجاع و در فهرست منابع و مآخذ ذکر گردیده است. این پایان نامه / رساله قبلاً برای احراز هیچ مدرک هم سطح یا بالاتر ارائه نشده است . در صورت اثبات تخلف ( در هر زمان ) مدرک تحصیلی صادر شده توسط دانشگاه از اعتبار ساقط خواهد شد .  
کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به پردیس / دانشکده / مرکز دانشگاه تهران می باشد .

نام و نام خانوادگی دانشجو *سید علی حسینی*  
امضاء:

۱۳۸۷ / ۳ / ۱۱

آدرس : خیابان انقلاب اول خیابان فجر رازی - پلاک ۵ کد پستی : ۱۳۰۴۵/۵۶۸  
فاکس : ۶۴۹۷۳۱۴

به پدر و مادر عزیزم

## چکیده

مدل هولوگرافی انرژی تاریک را برای جهان فریدمن-رابرتسون-واکر به کار می‌بریم. با در نظر گرفتن افق مناسب برای جهان، معادله‌ی حالت مناسبی برای انرژی تاریک بدست می‌آید. با در نظر گرفتن برهم‌کنش بین انرژی تاریک و ماده‌ی تاریک می‌توان روی پارامترهای این مدل قیدهایی اعمال کرد که امکان گذار پارامتر معادله‌ی حالت انرژی کل جهان از مقدار منهای یک باشد.

**کلید واژه‌ها:** شتاب مثبت کیهانی، تورم، انرژی تاریک، مدل هولوگرافی انرژی تاریک، مدل

برهم‌کنشی انرژی تاریک، گذار  $\omega = -1$ .

با سپاس از استاد گرامی جناب آقای دکتر حسین محسنی سجادی

که با راهنمایی‌ها و صبوری ایشان این کار انجام گرفت؛

و تشکر فراوان از جناب آقای دکتر مسعود علیمحمدی

که در طول دوران دانشجویی از راهنمایی‌های ایشان بهره برده‌ام.

۱

مقدمه

فصل اول: مدل استاندارد کیهانشناسی

- ۱-۱- جهان قابل رؤیت..... ۳  
 ۲-۱- متریک فریدمن-رابرتسون-واکر و سینماتیک آن..... ۸  
 ۳-۱- معادلات فریدمن..... ۱۰

فصل دوم: تورم

- ۱-۱- نارسایی‌های مدل استاندارد..... ۱۶  
 ۱-۱-۴- مشکل افق..... ۱۶  
 ۲-۱-۲- ناهمگنی در مقیاس‌های کوچک..... ۱۷  
 ۳-۱-۲- مشکل تختی فضایی..... ۱۸  
 ۴-۱-۲- مشکل تک قطبی..... ۱۸  
 ۵-۱-۲- مشکل ثابت کیهانشناسی..... ۱۹  
 ۲-۲- چگونه تورم مشکلات مدل استاندارد را حل می‌کند؟..... ۲۰  
 ۳-۲- دینامیک تورم..... ۲۲

فصل سوم: شتاب مثبت کیهانی

- ۱-۳- انرژی تاریک..... ۲۷  
 ۱-۱-۳- میدان کوبینتسنس..... ۲۸  
 ۲-۱-۳- میدان فانتوم..... ۳۱  
 ۲-۳- گرانش تغییر یافته..... ۳۵

فصل چهارم: انرژی تاریک هولوگرافی برهم‌کنشی

- ۱-۴- انرژی تاریک هولوگرافی..... ۳۶  
 ۲-۴- انرژی تاریک هولوگرافی در برهم‌کنش با ماده‌ی تاریک..... ۴۰  
 ۳-۴- گذار  $\omega = -1$  و افق رویداد آینده..... ۴۳

- ۴-۴-۴-۴ افق ذره و دو بار گذار  $\omega = -1$  ..... ۵۰
- ۴-۵-۴-۵ انرژی تاریک هولوگرافی برهم‌کنشی در جهان بسته و گذار  $\omega = -1$  ..... ۵۳

### فصل پنجم: نتیجه‌گیری

- ۵-۱-۵-۱ نتایج ..... ۶۱

#### پیوست‌ها

- پیوست ۱ ..... ۶۳

- منابع و مآخذ ..... ۶۵



## فهرست اشکال

صفحه

شکل ۱- مثالی برای نمودار پتانسیل اینفلیتون..... ۲۴

شکل ۲- نمودار  $\omega$  بر حسب  $\Omega_h$  برای دو مثال از موردی که افق جهان افق رویداد باشد..... ۴۹

شکل ۳- نمودار  $\omega$  بر حسب  $\Omega_h$  برای یک مثال از موردی که افق جهان افق ذره باشد..... ۵۳

فهرست جداول

صفحه

جدول ۱- مقادیر فعلی برخی پارامترهای کیهانی..... ۷

## قراردادها

۱- علامت متریک:  $(+, -, -, -)$ .

۲- دستگاه واحدها:  $c = \hbar = k_B = 1$ .

۳- جرم پلانک:  $m_{pl} = G^{-\frac{1}{2}} = 1.22 \times 10^{19} GeV$  (ثابت گرانشی نیوتنی است).

۴- جرم پلانک کاهش یافته:  $M_{pl} = (8\pi G)^{-\frac{1}{2}} = 2.44 \times 10^{18} GeV$ .

۵- از بخش (۲-۴) تا پایان، دستگاه واحدها را بصورت  $c = \hbar = G = 1$  در نظر می‌گیریم.

در دو دهه‌ی اخیر تلاش‌ها و پیشرفت‌های بسیاری در کیهانشناسی تجربی و نظری صورت گرفته است. نظریه‌های فیزیک نظری، شامل اتحاد بزرگ، نظریه‌پردازان را قادر به بحث در مورد فیزیک تا مقیاس پلانک کرده است. بعلاوه پیشرفت در استفاده از مشاهدات کیهانشناسی و اختراق فیزیکی، اندازه‌گیری بسیاری از کمیت‌های کیهانشناسی را میسر ساخته است. مدل‌های بسیاری برای پاسخ به سؤالات بنیادی کیهانشناسی مانند: منشأ تختی و همگنی جهان، منشأ انبساط جهان و حتی سرنوشت نهایی جهان مطرح شده‌اند.

مشاهدات اخیر (از سال ۱۹۹۸)، نشان می‌دهند که در حال حاضر، جهان با شتاب مثبت انبساط می‌یابد. بنابراین این سؤال مطرح شد که منشأ شتاب مثبت فعلی چیست؟

سناریوی تورم، که برای پاسخ دادن به سؤالاتی در مدل استاندارد مطرح شد، بیان می‌کند که برای مدت کوتاهی از لحظات آغازین جهان، انبساط جهان با شتاب مثبت بوده است. اما این شتاب مثبت اولیه، جوابگوی شتاب مثبت فعلی نیست. بنابراین مفهومی بنام "انرژی تاریک" وارد مدل استاندارد کیهانشناسی شد. از زمانی که مشاهدات بطور قطعی نشان دادند که جهان با شتاب مثبت انبساط می‌یابد، نامزدهای بسیاری برای انرژی تاریک مطرح شده‌اند. معروف‌ترین این‌ها ثابت کیهانشناسی و میدان‌های خارجی اسکالر با پتانسیلی مناسب هستند. بنابراین، بدلیل نامعلوم بودن ماهیت تقریباً ۹۵٪ از محتوای جهان، مدل‌های بسیاری در کیهانشناسی استاندارد برای توجیه مشاهدات بوجود آمدند. یک انتخاب، که میدان مشخصی را به انرژی تاریک نسبت نمی‌دهد، انرژی هولوگرافی است که بر پایه‌ی اصل هولوگرافی است. ساختار این پایان نامه بصورت زیر است.

در فصل اول، مختصری در مورد مدل استاندارد کیهانشناسی، شامل مشاهداتی که منجر به اصول کیهانشناسی استاندارد می‌شوند، حل معادلات اینشتین با استفاده از این اصول و در نهایت بررسی تحول جهان در این مدل توضیح داده می‌شود.

در فصل دوم، مسایلی بیان می‌شوند که مدل استاندارد جوابگوی آنها نیست. سپس مکانیزم تورم، که برای پاسخ دادن به این سؤالات بوجود آمد، مطرح می‌شود. همچنین دینامیک میدان‌های اسکالر، که به منظور توجیه فاز تورمی بیان شده‌اند، را نیز بررسی می‌کنیم.

در فصل سوم، مفهوم انرژی تاریک برای توضیح شتاب مثبت فعلی جهان بیان می‌شود. در ادامه، انرژی تاریک بعنوان میدانی اسکالر برای توجیه مشاهدات فعلی در نظر گرفته می‌شود.

در فصل چهارم، ابتدا انرژی تاریک هولوگرافی معرفی می‌شود، متغیر این مدل طوری در نظر گرفته می‌شود که با مشاهدات سازگاری داشته باشد. سپس مدل هولوگرافی برهم‌کنشی را توضیح می‌دهیم. متغیرها و پارامترهای این مدل طوری در نظر گرفته می‌شوند که با مشاهدات، تطابق داشته باشند. در این صورت می‌توان نتایجی در مورد آینده‌ی جهان نیز بدست آورد.

## فصل اول

### مدل استاندارد کیهانشناسی

کیهانشناسی به مطالعه‌ی جهان در ابعاد بزرگ می‌پردازد. موضوعاتی چون تشکیل ستارگان، دینامیک کهکشانها یا حتی خوشه‌های کهکشانی مورد نظر ما نیست بلکه فواصلی را در نظر می‌گیریم که با ابعاد جهان قابل رؤیت، یعنی فواصلی در حدود میلیارد سال نوری، قابل مقایسه هستند. در چنین فواصل بزرگی طبیعت دقیق ذرات (کهکشانها)، که جهان را تشکیل می‌دهند، اهمیت چندانی ندارد. محتویات انرژی جهان را به عنوان یک توزیع پیوسته یا به بیانی دیگر، جهان را پر شده از یک شاره در نظر می‌گیریم. البته تنها در مقیاس‌های بزرگ، که مورد بحث ماست، مفهوم شاره یک تخمین بسیار خوب است. نگاه به جهان به معنی نگاه به گذشته است، و این به خودی خود به مطالعه‌ی تحول جهان منجر می‌شود.

کیهانشناسی علمی است با داده‌های مشاهداتی بسیار کم. علی‌رغم مشکلات مشاهداتی، پایه‌های مشاهداتی محکمی برای کیهانشناسی استاندارد وجود دارد، باقیمانده‌هایی از تقریباً  $0.01$  ثانیه بعد از انفجار بزرگ.

#### ۱-۱- جهان قابل رؤیت

مدل استاندارد کیهانشناسی، مدل مهبانگ گرم<sup>۱</sup> است که بیان می‌کند: عمر جهان، محدود و در حدود ۱۳ تا ۱۴ میلیارد سال است. در این مدل، جهان در حالتی آغاز می‌شود که بعد از کسر کوچکی از ثانیه بسیار چگال و در نتیجه بسیار گرم می‌شود. به دلیل وجود شدت گرمایی که باعث از هم گسیختگی سریع حتی پروتون‌ها و نوترون‌ها به کوارک‌ها (در صورت وجود) می‌شود، هیچ حالت مقیدی

<sup>۱</sup> Hot big bang

نمی‌توانسته وجود داشته باشد. سپس با گسترش و سرد شدن جهان، تشکیل ساختارها ممکن می‌شود: پروتون‌ها و نوترون‌ها، هسته‌ها و اتم‌ها، مولکول‌ها، ابرها، ستارگان و ... . مشاهداتی که مدل مهبانگ را حمایت می‌کنند بسیار زیادند. اما مهمترین آنها را بیان می‌کنیم.

بنیادی‌ترین جنبه‌ی کیهانشناسی استاندارد انبساط عالم است. این ایده‌ی انقلابی ابتدا توسط الکساندر الکساندروویچ فریدمن<sup>۲</sup>، ریاضی‌دان و هواشناس جوان روسی، پیشنهاد شد. فریدمن در سال ۱۹۲۲ و بطور مستقل لمره<sup>۳</sup>، کشیش و پژوهشگر بلژیکی، در سال ۱۹۲۷ دریافتند که حل معادلات نسبیت عام گرانش در جهان همگن و همسانگرد، استاتیک نیست و در نتیجه جهان یا باید منقبض شود و یا انبساط یابد. این پیش‌بینی زمانی که مشاهده شد عالم واقعاً انبساط می‌یابد، تأیید شد. مشاهدات نشان می‌دهند که اجرام اختر فیزیکی انتقال به سرخی<sup>۴</sup> ( $z$ ) دارند که متناسب با فاصله‌شان است (تنها تعداد محدودی از اجرام آسمانی، که همه نسبتاً به کهکشان ما نزدیکند، انتقال به آبی<sup>۵</sup> دارند. این انتقال به آبی، با حرکات موضعی در خوشه‌ی کهکشانی ما توضیح داده می‌شوند). چون انتقال به سرخ با فاصله اجسام افزایش می‌یابد می‌توانیم نتیجه بگیریم که سرعت دور شدن با فاصله زیاد می‌شود. این سرعت دورشدگی اولین بار توسط هابل<sup>۶</sup> در سال ۱۹۲۹ مشاهده شد:  $v = H_0 d$  که بعنوان قانون هابل شناخته می‌شود. ثابت هابل،  $H_0$ ، یکی از بنیادی‌ترین پارامترهای کیهانشناسی است. باید توجه کنیم که سیستم‌های مقید مثل کهکشان ما، بخاطر جاذبه گرانش موضعی، چنین انبساطی را تجربه نمی‌کنند. بنابراین سرعت انبساط با ثابت هابل داده می‌شود که مقدار افزایش در سرعت را بر حسب کیلومتر بر ثانیه برای هر مگا پارسک<sup>۷</sup> می‌دهد:  $H = 100h \text{ km/s/Mpc}$ ، که عدد  $h$  در حدود ۰/۷ است.

<sup>۲</sup> Alexandr Alexandrovich Friedmann

<sup>۳</sup> Lemaître

<sup>۴</sup> Red shift

<sup>۵</sup> Blue shift

<sup>۶</sup> Hubble

<sup>۷</sup>  $1 \text{ par sec}(pc) \approx 3.086 \times 10^{16} \text{ m} \approx 3.262 \text{ light} - \text{years}$

دومین شاهد مهم، وجود یک تابش تقریباً همسانگرد زمینه است. با کشف تابش زمینه‌ی ریزموج کیهانی<sup>۸</sup> در سال ۱۹۶۵، به‌مراه کشف انبساط عالم، دوره‌ی جدیدی برای کیهانشناختی مشاهداتی آغاز شد. در مدل مه‌بانگ گرم جهان بسیار داغ آغازین در اثر انبساط سرد می‌شود. دما و چگالی بسیار زیاد اولیه، شرایط بسیار خوبی را برای هسته‌ی زایی فراهم کرده که در نهایت منجر به ساخته شدن عناصر سبک شده است. فوتون‌های بسیار پر انرژی‌ای که در این واکنش‌های هسته‌ای آزاد شده‌اند، همان چیزی هستند که ما امروزه آن‌ها را به صورت تابش زمینه‌ی کیهانی مشاهده می‌کنیم. وجود چنین تابشی توسط گاموف<sup>۹</sup> و همکارانش در دهه‌ی ۱۹۴۰ پیش‌بینی شده بود، اما تا سال ۱۹۶۵ که این تابش به صورت اتفاقی کشف شد فراموش شده بود. این فوتون‌ها که از جهان داغ نخستین باقی مانده‌اند، در اثر انتقال به سرخ (به خاطر انبساط جهان) از پرتوهای گاما به تابش ریزموجی با دمای  $T = 2.728 \pm 0.004 K$  تبدیل شده‌اند. تعداد فوتون‌های این تابش که همه‌ی جهان را پر کرده‌اند بسیار زیادند. چگالی عددی این فوتون‌ها حدود  $10^{10}$  برابر چگالی عددی باریون‌هاست! تابش زمینه‌ی کیهانی، کامل‌ترین نمونه‌ی یک تابش جسم سیاه است که تاکنون در طبیعت دیده شده است. انحراف تابش زمینه‌ی کیهانی از طیف تابش جسم سیاه از مرتبه‌ی  $10^{-5}$  است. چنین مطابقتی، بسیار مهم است و چیزهای زیادی درباره‌ی فیزیک جهان نخستین به ما می‌آموزد.

دلیل جسم سیاه بودن تابش زمینه در واقع همان دلیل جسم سیاه بودن یک جسم سیاه، یعنی هم‌دمایی است. در جهان نخستین برهم‌کنش‌ها و برخوردهای بسیار زیادی که رخ می‌دهند منجر به هم‌دما شدن تابش زمینه‌ی کیهانی می‌شود. این برهم‌کنش‌ها عبارتند از: پراکندگی کامپتون<sup>۱۰</sup> فوتون‌ها از الکترون‌ها، تابش ترمزی<sup>۱۱</sup> و پراکندگی دوگانه‌ی کامپتون. از میان این برهم‌کنش‌ها، پراکندگی کامپتون فقط انرژی فوتون‌های پراکنده شده را تغییر می‌دهد. این پراکندگی تا زمانی اتفاق می‌افتد که انرژی فوتون‌ها خیلی از جرم سکون الکترون کمتر نباشد. اگر انرژی فوتون‌ها خیلی کم باشد، پراکندگی

<sup>۸</sup> Cosmic Microwave Background Radiation (CMBR)

<sup>۹</sup> Gamow

<sup>۱۰</sup> Compton scattering

<sup>۱۱</sup> Bremsstrahlung



تامسون<sup>۱۲</sup> اتفاق می‌افتد و سطح مقطع پراکندگی مستقل از انرژی می‌شود. در زمان‌های نخستین که این برهم‌کنش‌ها مهم هستند، فوتون‌ها به سرعت هم‌دما می‌شوند و در نتیجه، اثر همهی واکنش‌هایی که می‌توانند تعادل دمایی را به هم زده، تابش جسم سیاه را مختل کنند، به سرعت پاک می‌شود. ولی این برهم‌کنش‌ها تا  $z \approx 10^7$  مهم هستند و از آن به بعد، هر واکنشی که بتواند طیف تابش جسم سیاه را تغییر دهد، روی تابش زمینه‌ی کیهانی اثر می‌گذارد و در صورتی که به اندازه‌ی کافی قوی باشد باید بشود از روی انحراف تابش زمینه از تابش جسم سیاه رد آن را گرفت. به این ترتیب فقط با استفاده از خاصیت جسم سیاه بودن تابش زمینه‌ی کیهانی و با توجه به این که انحراف آن از تابش جسم سیاه بسیار بسیار کم است نه تنها می‌توان همگنی و همسانگردی در مقیاس‌های بزرگ در حجم هابل را توجیه کرد، بلکه می‌توان روی بسیاری از سازوکارهای اختریف‌ی‌کی که پس از  $z \approx 10^7$  ممکن است اتفاق افتاده و منجر به داغ شدن الکترون‌ها (و بر هم زدن هم‌دمایی تابش زمینه) شده باشند، حد بالایی گذاشت. زمان شفاف شدن جهان نسبت به فوتون حدود چهارصد هزار سال بعد از مه‌بانگ ( $z \approx 10^3$ )، است. به سطحی که فوتون‌ها برای آخرین بار ماده را دیده‌اند و برای آخرین بار از ماده پراکنده شده‌اند، سطح آخرین پراکندگی<sup>۱۳</sup> گفته می‌شود. این سطح دورترین جایی است که می‌توانیم ببینیم. تابش زمینه‌ی کیهانی از این سطح به ما می‌رسد و پشت آن را نمی‌توانیم ببینیم. زیرا جهان پشت آن سطح کدر است. با مطالعه‌ی تابش زمینه‌ی کیهانی می‌توانیم اطلاعات فراوانی درباره‌ی جهان بدست آورد. بنابراین وجود تابش زمینه کیهانی یک شاهد قطعی برای نظریه مه‌بانگ گرم است.

سومین مشاهده، مرتبط با فراوانی‌های نسبی عناصر سبک است (تا  ${}^7Li$ ). فراوانی‌های اندازه‌گیری شده با پیش‌بینی‌های نظری مدل مه‌بانگ گرم، کاملاً در تطابق است. نمی‌توان مدل‌های تحول ستاره‌ای را برای محاسبه فراوانی‌های نسبی بکار برد، به دلیل اینکه تولید ستاره‌ای عناصر سبک حتماً تولید عناصر سنگین‌تر مثل کربن و نیتروژن را به‌همراه دارند. گاموف اولین کیهانشناسی بود که بطور

<sup>۱۲</sup> Thomson scattering

<sup>۱۳</sup> Last Scattering Surface (LSS)

جدی به نخستین لحظات بعد از خلقت جهان پرداخت و با استفاده از فراوانی عناصر سبک ثابت کرد که مهبانگ، تنها یک فاز چگال از جهان نیست بلکه یک فاز بسیار داغ نیز هست. بنابراین مفهوم مهبانگ گرم برای اولین بار بوجود آمد.

مقدار برخی از کمیت‌های کیهانی، بدست آمده از داده‌های تجربی، در جدول ۱ داده شده‌اند. پارامترهای چگالی، نسبت چگالی انرژی مؤلفه‌های مختلف جرم-انرژی به چگالی انرژی کل است.  $\Omega_i$  بصورت  $\Omega_i \equiv \rho_i / \rho_{crit}$  تعریف می‌شود، چگالی بحرانی است که معادل با چگالی جهان کاملاً تخت است.

$71_{-3}^{+4} \text{ Km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$	$H_0$	پارامتر هابل
$13.4 \pm 0.3 \text{ Gyr}$	$t_0$	عمر جهان
$4.8_{-0.9}^{+1.3} \times 10^{-5}$	$\Omega_{rad}$	پارامتر چگالی تابش
$0.044 \pm 0.004$	$\Omega_{bar}$	چگالی جرم باریونی
$0.29 \pm 0.07$	$\Omega_{mat}$	چگالی جرم کل
$0.73 \pm 0.04$	$\Omega_d$	چگالی انرژی تاریک <sup>۱۴</sup>
$1.02 \pm 0.02$	$\Omega_{tot}$	پارامتر چگالی کل

جدول ۱: مقادیر فعلی برخی پارامترهای کیهانی [۲۰].

<sup>۱۴</sup> Dark energy

## ۲-۱ - متریک فریدمن-رابرتسون<sup>۱۵</sup> - واکر<sup>۱۶</sup> و سینماتیک آن

هسته‌ی مرکزی مدل استاندارد، تقارن بیشینه‌ی قسمت فضایی متریک است. در این صورت ساده بودن متریک، که فقط به یک متغیر دینامیکی (ضریب مقیاس<sup>۱۷</sup>  $a(t)$ ) بستگی دارد، تحلیل نظری را بسیار آسان می‌کند.

اینشتین برای اولین بار، فرض همگنی و همسانگردی را بدون هیچ پایه‌ی مشاهداتی، تنها برای ساده شدن ریاضی مسئله انجام داد. امروزه شواهد بسیاری فرض همگنی و همسانگردی را برای قسمتی از جهان، که ما می‌بینیم، تأیید می‌کند (حجم هابل فعلی، اندازه‌اش با  $H_0^{-1} \approx 3000h^{-1}Mpc \approx 10^{28}h^{-1}cm$  مشخص می‌شود). بهترین شاهد برای همسانگردی جهان، یکنواختی دمای تابش زمینه‌ی کیهانی است. همانطور که در بخش قبل گفته شد انحراف این تابش از طیف تابش جسم سیاه از مرتبه‌ی  $10^{-5}$  است. این جهان همگن و همسانگرد با متریک فریدمن-رابرتسون-واکر (۱-۲-۱) توصیف می‌شود که تحول زمانی ضریب مقیاس در آن، از معادله‌های فریدمن بدست می‌آید (بخش ۱-۳).

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) \left\{ \frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \right\}, \quad (1-2-1)$$

که  $(t, r, \theta, \phi)$  مختصه‌ها هستند (مختصات همراه<sup>۱۸</sup>)،  $a(t)$  ضریب مقیاس کیهانی است و با انتخاب مقیاس مناسب برای مختصه‌ها،  $k$  می‌تواند  $+1$ ،  $-1$  یا صفر برای فضاهایی با خمش فضایی ثابت مثبت، منفی و یا صفر باشد. مختصه  $r$  در (۱-۲-۱) بی‌بعد است، در نتیجه  $a(t)$  بعد طول دارد. برای جهانی با انحنای فضایی مثبت، مختصه شعاعی " $r$ " از صفر تا یک تغییر می‌کند. مختصه‌ی زمانی در (۱-۲-۱)، زمان مشخصه (یا ساعت) اندازه‌گیری شده توسط ناظر در چارچوب همراه است. انتخاب عبارت

<sup>۱۵</sup> Robertson  
<sup>۱۶</sup> Walker  
<sup>۱۷</sup> Scale factor  
<sup>۱۸</sup> Comoving coordinate

"همراه" مناسب است، زیرا ناظرهای ساکن در چارچوب همراه، در حال سکون باقی می‌مانند یعنی  $(r, \theta, \varphi)$  بدون تغییر می‌مانند.

یک سؤال بنیادی در کیهانشناسی می‌تواند این باشد که چه کسری از جهان با ناظری همراه رابطه‌ی علی دارد؟ به طور دقیق‌تر، برای چه مقادیری از  $(r, \theta, \varphi)$  سیگنال نور ساطع شده در  $t = 0$  در زمان  $t$  یا قبل از آن به ناظری همراه در نقطه‌ی  $(r_0, \theta_0, \varphi_0)$  می‌رسد؟ می‌توان با استفاده از متریک (۱-۲-۱) این مقدار را بدست آورد. سیگنال نور از معادله ژئودزیک  $ds^2 = 0$  پیروی می‌کند. بدلیل همگنی فضا، بدون کم شدن از کلیت مسئله، می‌توانیم در نظر بگیریم:  $r_0 = 0$ . ژئودزی‌های عبور کننده از مبدأ، خطوطی با  $\theta$  و  $\varphi$  ثابت هستند، در نتیجه  $d\theta = d\varphi = 0$  و همسانگردی فضا انتخاب راستای  $(\theta_0, \varphi_0)$  را بی‌ربط می‌کند. در اینجا انتشار نور از یک کهکشان دور را به عنوان یک پدیده موجی کلاسیکی در نظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم که یک موج از منبعی در مختصه‌ی  $r = r_1$  در زمان  $t_1$  ساطع می‌شود و به آشکارسازی در زمان  $t_0$  و در مختصه‌ی  $r = 0$  می‌رسد

$$\int_{t_1}^{t_0} \frac{dt}{a(t)} = \int_0^{r_1} \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}} \equiv f(r_1). \quad (2-2-1)$$

بنابراین می‌توان فاصله‌ی فیزیکی طی شده توسط سیگنال نور را بصورت زیر بیان کرد:

$$d_H(t) = a(t) \int_{t_1}^{t_0} \frac{dt'}{a(t')}. \quad (3-2-1)$$

اگر  $d_H(t)$  محدود باشد، مخروط نوری گذشته با افق ذره<sup>۱۹</sup> محدود می‌شود، که مرز بین جهان قابل رؤیت و قسمتی از جهان است که سیگنال‌های نور هنوز از آن به ما نرسیده‌اند. بدون حل دقیق معادلات اینشتین برای دینامیک انبساط، امکان فهمیدن بسیاری از اثرات سینماتیکی انبساط، از روی نور رسیده از کهکشان‌ها وجود دارد.

<sup>۱۹</sup> Particle horizon