بسم الله الرحمن الرحيم

دانشگاه صنعتی اصفهان

دانشکده مهندسی عمران

تحلیل خمشی و پایداری الاستیک و غیر الاستیک ورق‌ها با استفاده از موجک

پایان‌نامه کارشناسی ارشد مهندسی عمران-سازه

رضا بصیرتی

استاد راهنما

دکتر مجتبی ازهری

۱۳۹۲

دانشگاه صنعتی اصفهان

دانشکده مهندسی عمران

پایان‌نامه کارشناسی ارشد مهندسی عمران-سازه

آقای رضا بصیرتی

تحت عنوان

تحلیل خمشی و پایداری الاستیک و غیر الاستیک ورق‌ها با استفاده از موجک

در تاریخ ۱۳۹۲/۱۱/۳ توسط کمیته تخصصی زیر مورد بررسی و تصویب نهایی قرار گرفت.

۱. استاد راهنمای پایان‌نامه	دکتر مجتبی ازهری	امضاء
۲. استاد مشاور پایان‌نامه	دکتر بیژن برومند	امضاء
۳. استاد داور	دکتر محمدمهدی سعادت‌پور	امضاء
۴. استاد داور	دکتر کیاچهر بهفرنیا	امضاء
سرپرست تحصیلات تکمیلی دانشکده	دکتر عبدالرضا کبیری سامانی	امضاء

تشکر و قدردانی

سپاس بی کران پروردگار یکتا را که هستی مان بخشید و به طریق علم و دانش رهنمونمان شد و به همنشینی رهروان علم و دانش مفتخرمان نمود و خوشه چینی از علم و معرفت را روزیمان ساخت. اکنون که با لطف و یاری خداوند متعال این مقطع تحصیلی را به پایان رساندم بر خود لازم می دانم از زحمات کلیه ی عزیزانی که مرا در این راه کمک کردند تشکر کنم.

در ابتدا بر خود لازم می دانم از **پدر بزرگوار** و **مادر مهربانم** که تمامی موفقیت هایم را مدیون زحمات و فداکاری های ایشان می دانم، تشکر و قدردانی کنم. هم چنین از **خواهران و برادرانم** که وجودشان باعث دلگرمی و آرامش من بود، بسیار سپاسگزارم.

انجام این تحقیق بدون راهنمایی های ارزنده ی استاد ارجمند جناب آقای **دکتر مجتبی ازهری** کاری غیر ممکن می بود. از ایشان به خاطر زحمات فراوانی که در مراحل مختلف این تحقیق متحمل شدند، نهایت سپاس و قدردانی را دارم.

از استاد مشاور گرامی جناب آقای **دکتر بیژن برومند** که در انجام این تحقیق از محضر علمی ایشان بسیار بهره مند شدم و با نظرات ارزشمندشان مرا یاری نمودند، بسیار سپاسگزارم.

از استاد فرزانه جناب آقای **دکتر محمدمهدی سعادت پور** و هم چنین جناب آقای **دکتر کیاچهر بهفرنیا** که زحمت داوری و بازخوانی این پایان نامه را قبول کردند و با نظرات سازنده شان موجب پربارتر شدن این اثر شدند، نهایت تشکر و قدردانی را دارم.

درک و فهم مفاهیم تئوری موجک بدون شرکت در کلاس های پربار و ارزشمند استاد گرامی جناب آقای **دکتر سعید صدری** غیر ممکن می بود. از ایشان بابت زحماتشان بسیار سپاسگزارم.

در پایان از خانواده ام که در کلیه ی مراحل زندگی از حمایت های بی دریغ شان بهره مند شدم، اساتید دانشکده مهندسی عمران دانشگاه صنعتی اصفهان که در طول دوره ی کارشناسی ارشد از محضر علمی شان بسیار استفاده کردم و هم چنین کلیه ی دوستان عزیزم که در کنارشان لحظات فراموش نشدنی را سپری کردم، بی نهایت سپاسگزارم و برای همگی این عزیزان از خداوند متعال آرزوی سلامتی و توفیق روزافزون دارم.

رضا بصیرتی

بهمن ۱۳۹۲

کلیه‌ی حقوق مادی مترتب بر نتایج مطالعات، ابتکارات و نوآوری‌های ناشی از تحقیق موضوع این پایان‌نامه متعلق به دانشگاه صنعتی اصفهان است.

پروردگارا

نه می‌توانم موهای‌شان را که در راه عزت من سفید شد، سیاه کنم و نه برای دست‌های پینه بسته‌شان که ثمره‌ی تلاش برای افتخار من است، مرهمی دارم. پس توفیقم ده که هر لحظه شکرگزارشان باشم و ثانیه های عمرم را در عصای دست بودنشان بگذرانم.

این اثر را اگر قابل باشد

به پدر و مادرم

تقدیم می کنم

فهرست مطالب

عنوان.....**صفحه**

فهرست مطالب.....هشت

چکیده ۱

فصل اول مقدمه و کلیات ۲

۱-۱ مقدمه.....۲

۱-۲ کمانش اعضای فشاری ۳

۱-۲-۱ تاریخچه تحلیل الاستیک..... ۴

۱-۲-۲ تاریخچه کمانش غیرالاستیک..... ۶

۱-۳ تحلیل ورق بر روی بستر ارتجاعی ۷

۱-۴ تحلیل ورق با تکیه‌گاه نقطه‌ای.....۸

۱-۵ آشنایی با موجک‌ها.....۹

۱-۵-۱ انگیزه پیدایش موجک‌ها ۹

۱-۵-۲ تاریخچه موجک‌ها و کاربرد آن‌ها در تحلیل ورق‌ها ۱۵

۱-۶ اهداف تحقیق ۱۶

۱-۷ محتوای پایان‌نامه ۱۶

فصل دوم آشنایی با موجکها ۱۸

۲-۱ مقدمه.....۱۸

۲-۲ فضاهای برداری در تئوری موجک ۱۸

۲-۲-۱ تعاریف مورد نیاز ۱۸

۲-۲-۲ تعریف فضای V_j ۲۰

۲-۲-۳ تعریف فضای W_j ۲۱

۲-۳ فیلترهای $h(n)$ و $g(n)$ ۲۴

۲-۴ موجک‌های دابشیز.....۲۵

۲-۵ محاسبه مشتقات موجک دابشیز ۲۸

۲-۶ محاسبه انتگرال‌های موجک دابشیز ۳۳

فصل سوم معادلات حاکم بر رفتار صفحات و فرمول‌بندی روش حل ۳۶
۳-۱ مقدمه ۳۶
۳-۲ فرضیات تئوری کلاسیک ورق‌ها ۳۷
۳-۳ استخراج معادلات حاکم بر ورق نازک ۳۷
۳-۳-۱ روابط بین تنش، کرنش و تغییرمکان ۳۷
۳-۳-۲ روابط بین لنگر و تغییرمکان ۳۸
۳-۳-۳ محاسبه برآیند نیروهای درون صفحه ۳۹
۳-۳-۴ تعادل لنگرها و نیروهای برشی ۴۰
۳-۳-۵ استخراج معادله دیفرانسیل حاکم بر رفتار ورق نازک ۴۱
۳-۴ بررسی شرایط مرزی مختلف در مسائل ورق ۴۲
۳-۴-۱ لبه گیردار ۴۲
۳-۴-۲ لبه لغزنده (هدایت شونده) ۴۲
۳-۴-۳ لبه با تکیه‌گاه ساده ۴۳
۳-۴-۴ لبه آزاد ۴۳
۳-۵ روش‌های تقریبی تحلیل ورق ۴۳
۳-۵-۱ روش‌های انرژی ۴۴
۳-۵-۲ تعیین انرژی کرنشی و پتانسیل ورق ۴۵
۳-۶ فرمول‌بندی روش اجزای محدود با استفاده از موجک ۴۷
۳-۶-۱ نحوه درون‌یابی و ساخت توابع شکل ۴۷
۳-۶-۲ فرمول‌بندی روش اجزای محدود به کمک موجک برای حل مسئله‌ی خمش ورق ۵۰
۳-۶-۳ فرمول‌بندی روش اجزای محدود به کمک موجک برای حل مسئله‌ی کمانش ورق ۵۵
فصل چهارم نتایج تحلیل خمش ورق ۵۸
۴-۱ مقدمه ۵۸
۴-۲ معرفی هندسه‌ی مسئله و فرضیات ۵۸
۴-۳ بررسی همگرایی روش ارائه شده ۶۰
۴-۴ بررسی صحت نتایج نرم‌افزار ۶۰
۴-۴-۱ ورق با تکیه‌گاه سراسری ۶۰
۴-۴-۲ ورق با تکیه‌گاه نقطه‌ای ۶۱
۴-۴-۳ ورق با تکیه‌گاه سراسری و بستر ارتجاعی ۶۱

۴-۵ تحلیل استاتیکی ورق با تکیه‌گاه نقطه‌ایروی بستر ارتجاعی ۶۲
۴-۵-۱ بستر ارتجاعی وینکلر ۶۲
۴-۵-۲ بستر ارتجاعی پاسترناک ۶۳
۴-۶ مقایسه‌ی بستر ارتجاعی وینکلر و پاسترناک ۶۳
فصل پنجم نتایج کمانش الاستیک ورق ۶۵
۵-۱ مقدمه ۶۵
۵-۲ معرفی هندسه‌ی مسئله و فرضیات ۶۵
۵-۳ بررسی همگرایی روش ارائه شده ۶۶
۵-۴ بررسی صحت نتایج نرم‌افزار ۶۶
۵-۴-۱ کمانش ورق با تکیه‌گاه سراسری ۶۶
۵-۴-۲ کمانش ورق با تکیه‌گاه نقطه‌ای ۶۷
۵-۴-۳ کمانش ورق با تکیه‌گاه سراسری و بستر ارتجاعی ۶۸
۵-۵ بررسی اثر بستر ارتجاعی ۶۸
۵-۵-۱ بستر ارتجاعی وینکلر ۶۸
۵-۵-۲ بستر ارتجاعی پاسترناک ۶۹
۵-۵-۳ مقایسه‌ی بستر ارتجاعی وینکلر و پاسترناک ۷۱
۵-۶ بررسی اثر ابعاد ورق ۷۲
۵-۷ اندرکنش نیروهای درون‌صفحه‌ای ۷۲
فصل ششم نتایج کمانش غیرالاستیک ورق ۷۵
۶-۱ مقدمه ۷۵
۶-۲ تئوری‌های کمانش غیرالاستیک ورق ۷۵
۶-۲-۱ تئوری جریان ۷۶
۶-۲-۲ تئوری تغییرشکل ۷۶
۶-۳ روابط تنش-کرنش مواد ۷۸
۶-۴ فرمول‌بندی روش حل مسئله‌ی کمانش غیرالاستیک به کمک موجک ۷۸
۶-۵ کنترل صحت نتایج ۸۰
۶-۶ بررسی اثر بستر ارتجاعی ۸۱
۶-۶-۱ ورق با تکیه‌گاه سراسری روی بستر ارتجاعی ۸۱
۶-۶-۲ ورق با تکیه‌گاه نقطه‌ای روی بستر ارتجاعی ۸۲

۶-۷ مقایسه با حالت الاستیک ۸۲
فصل هفتم نتیجه‌گیری و پیشنهادات ۸۵
۷-۱ مقدمه ۸۵
۷-۲ نتایج ۸۵
۷-۳ پیشنهادات ۸۶
مراجع ۸۷

چکیده

تنوع مسائل گوناگون ریاضی و مهندسی در دهه‌های اخیر و محدودیت‌های حل دقیق باعث توجه روزافزون محققان به حل‌های عددی و تقریبی شده است. روش اجزای محدود یکی از قدرتمندترین و پرکاربردترین روش‌های تقریبی حل معادلات دیفرانسیل می‌باشد که در تحقیق حاضر از آن استفاده شده است.یکی از اساسی‌ترین قدم‌ها در استفاده از روش اجزای محدود، انتخاب توابع پایه‌ی مناسب برای فرمول‌بندی المان می‌باشد. در سال‌های اخیر استفاده از موجک‌ها در حل عددی معادلات دیفرانسیل مورد توجه بسیاری از محققین قرار گرفته است. یکی از کاربردهای موجک در حل عددی معادلات دیفرانسیل، استفاده از آن به‌عنوان تابع پایه‌ی روش اجزای محدود می‌باشد. موجک‌های دابشیز به‌دلیل دقت بالای درون‌یابی، یکی از پرکاربردترین موجک‌ها در این زمینه می‌باشند.

در تحقیق حاضر از موجک‌های دابشیز مرتبه‌ی ۶ به‌منظور فرمول‌بندی المان ورق استفاده شده است. ثابت می‌شود این موجک‌ها توانایی درون‌یابی دقیق چندجمله‌ای با حداکثر توان ۵ را دارند. از آن‌جایی که این موجک‌ها به‌شکل صریح بیان نمی‌شوند، ابتدا روشی برای محاسبه‌ی مشتقات و انتگرال‌های این توابع ارائه می‌شود. سپس ماتریس‌های سختی، سختی بستر ارتجاعی، نیرویی و هندسی ورق، به منظور حل مسئله‌ی خمش، کمانش الاستیک و کمانش غیرالاستیک ورق با تکیه‌گاه‌های سراسری و نقطه‌ای بر روی بستر ارتجاعی، به کمک موجک دابشیز فرمول‌بندی می‌شوند.از آن‌جایی که گره‌های متعددی در مرز و داخل المان فرمول‌بندی شده با استفاده از روش حاضر وجود دارد، می‌توان بدون افزایش تعداد المان‌ها، اثر تکیه‌گاه‌های نقطه‌ای را نیز در نظر گرفت که این کار در تحقیق حاضر صورت گرفته است. با مقایسه‌ی نتایج به‌دست آمده از تحلیل ورق با استفاده از روش ارائه شده در این تحقیق و نتایج تحقیقات پیشین، مشاهده شد نتایج تحقیق حاضر همگرایی مناسبی با نتایج تحقیقات پیشین دارد. هم‌چنین به دلیل دقت بالای درون‌یابی، روش حاضر با تعداد المان کمتری منجر به جواب مطلوب می‌شود. در بررسی ورق بر روی بستر ارتجاعی مشاهده شد افزایش سختی بستر ارتجاعی باعث کاهش تغییرمکان و لنگر وسط ورق و افزایش بار کمانشی آن می‌شود اما با سخت‌تر شدن شرایط مرزی، اثر افزایش سختی بستر بر کاهش تغییرمکان‌ها و لنگرها و افزایش بار کمانشی به‌صورت نسبی کاهش می‌یابد.

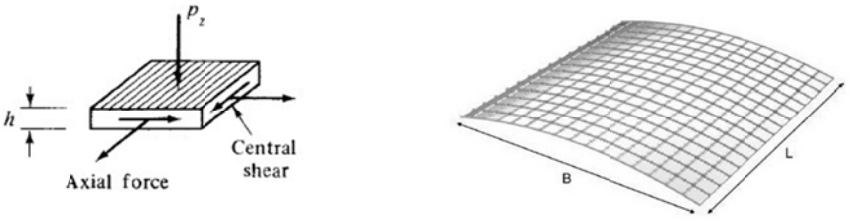
کلمات کلیدی: خمش ورق، کمانش ورق، کمانش غیرالاستیک، روش اجزای محدود موجک-پایه، موجک دابشیز، بستر ارتجاعی

فصل اول
مقدمه و کلیات

۱-۱ مقدمه

ورق‌ها سازه‌های سه‌بعدی هستند که ضخامت آن‌ها نسبت به دو بعد دیگر بسیار کوچک‌تر می‌باشد. همین امر باعث می‌شود هنگامی که این سازه‌ها در معرض بارهای خارجی قرار می‌گیرند، دچار تغییرشکل ویا حتی ناپایداری شده و کارایی آن‌ها مختل شود. بنابراین لازم است رفتار آن‌ها تحت شرایط مرزی و بارگذاری مختلف مورد بررسی قرار گیرد. ورق‌ها بر اساس نسبت دهانه‌ی کوچکتر به ضخامت $\left(\frac{h}{L}\right)$ به چهار دسته تقسیم می‌شوند [۱]:

۱. پوسته‌ها $\left(\frac{h}{L}<\frac{1}{50}\right)$: این ورق‌ها بسیار نازک بوده و فاقد عملکرد خمشی هستند. در این سازه‌ها بارهای جانبی عمدتا به‌صورت غشایی تحمل می‌گردد. بنابراین در این نوع ورق‌ها، تنها نیروهای درون‌صفحه‌ای ایجاد می‌شود (شکل ۱-۱).



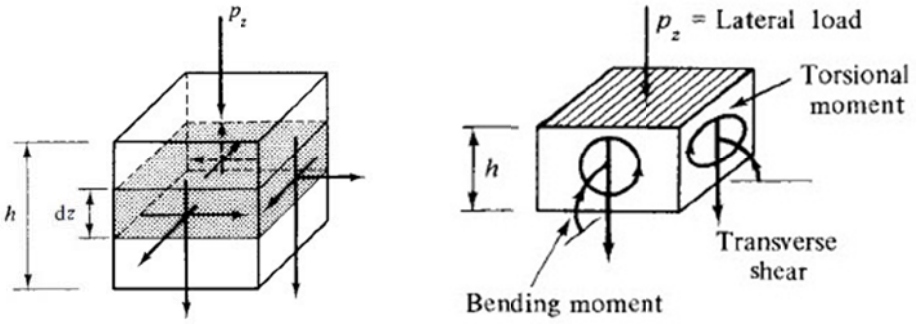
(الف) شکل کلی یک پوسته (ب) نیروهای داخلی یک پوسته

شکل ۱-۱: [۱]

۲. صفحات نازک $\left(\frac{1}{50}<\frac{h}{L}<\frac{1}{10}\right)$: این ورق‌ها دارای عملکرد خمشیمی‌باشند اما با توجه به ضخامت کم آن‌ها، تغییر شکل برشی نسبت به تغییر شکل خمشی بسیار ناچیز بوده و می‌توان از آن صرفنظر کرد (شکل ۱-۲-الف).

۳. صفحات نیمه‌ضخیم $\left(\frac{1}{10}<\frac{h}{L}<\frac{1}{5}\right)$: در این ورق‌ها به‌دلیل ضخامت زیاد نمی‌توان از تغییرشکل برشی صرف‌نظر کرد. بنابراین علاوه بر تغییرشکل خمشی، تغییرشکلبرشی نیز در در بررسی رفتار این ورق‌ها مورد توجه قرار می‌گیرد.

۴. صفحات ضخیم $\left(\frac{1}{5}<\frac{h}{L}\right)$: در این ورق‌ها شرایط حاکم بر میدان تنش، مشابه محیط سه بعدی در نظر گرفته می‌شود (شکل ۱-۲-ب).



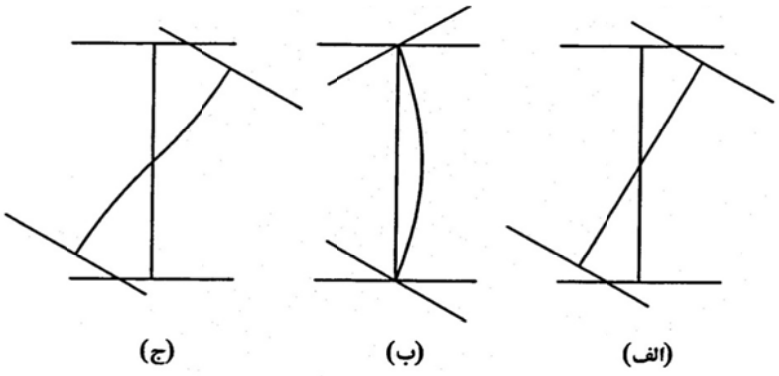
(الف) نیروهای داخلی یک المان ورق نازک (ب) نیروهای داخلی یک المان ورق ضخیم

شکل ۱-۲: [۱]

۱-۲ کمانش اعضای فشاری

کمانش یکی از رایج‌ترین پدیده‌هایی است که در اعضای تحت نیروی فشاری رخ می‌دهد. این پدیده زمانی رخ می‌دهد که نیروی فشاری داخل عضو از یک مقدار بحرانی فراتر رود در نتیجه‌ی این اتفاق، تغییر مکان‌های عضو به‌صورت ناگهانی افزایش می‌یابند. یکی از پیچیدگی‌های مساله‌ی کمانش این است که برخلاف اعضای کششی، بار بحرانی به مشخصات خمشی عضو نیز بستگی دارد زیرا در لحظه وقوع کمانش، تغییرشکل خمشی نیز در عضو به‌وجود می‌آید. بر این اساس، کمانش اعضای فشاری به انواع زیر طبقه‌بندی می‌شود:

۱. کمانش جانبی
۲. کمانش موضعی
۳. کمانش تغییرشکلی



شکل ۱-۳: (الف) کمانش جانبی (ب) کمانش موضعی (ج) کمانش تغییرشکلی

با توجه به این که ضخامت ورق‌ها کوچکتر از دو بعد دیگر آن‌ها می‌باشد، در اثر وارد آمدن نیروهای درون‌صفحه‌ای، همانند ستون‌ها دچار پدیده‌ی کمانش شده و سختی آن‌ها به‌صورت ناگهانی کاهش قابل ملاحظه‌ای می‌یابد. یکی از مهم‌ترین تفاوت‌ها میان کمانش ستون‌ها و کمانش ورق‌ها، این است که ستون‌ها پس از کمانش، مقاومت خود را به‌کلی از دست می‌دهند و با افزایش بار، تغییر شکل‌ها به‌سرعت افزایش می‌یابند. اما ورق‌ها پس از کمانش نیز توانایی تحمل بار اضافی را دارند به‌عبارت دیگر با افزایش بار، تغییرشکل‌ها افزایش چندانی نمی‌یابند. بنابراین در ورق‌ها رفتار پس از کمانش نیز مورد توجه قرار می‌گیرد. از آنجایی که کمانش باعث اختلال و یا حتی توقف عملکرد صحیح ورق‌ها می شود، لازم است این پدیده به‌صورت جدی در مراحل تحلیل و طراحی ورق مورد توجه قرار گیرد.

به طور کلی پدیده‌ی کمانش در ورق ها به یکی از دو صورت زیر رخ می دهد [۲]:

۱. کمانش الاستیک: در این حالت، در لحظه وقوع کمانش تنش در هیچ قسمتی از ورق به حد تسلیم نرسیده است. این نوع کمانش در ورق‌هایی با نسبت عرض به ضخامت زیاد رخ می دهد.
۲. کمانش غیرالاستیک: در این حالت در لحظه‌ی وقوع کمانش، تنش قسمتی یا قسمت هایی از ورق به حد تسلیم رسیده است. ورق‌هایی با نسبت عرض به ضخامت کم معمولا دچار این نوع کمانش می‌شوند.

در ادامه تاریخچه‌ی تحلیل ورق‌ها بررسی می‌شود.

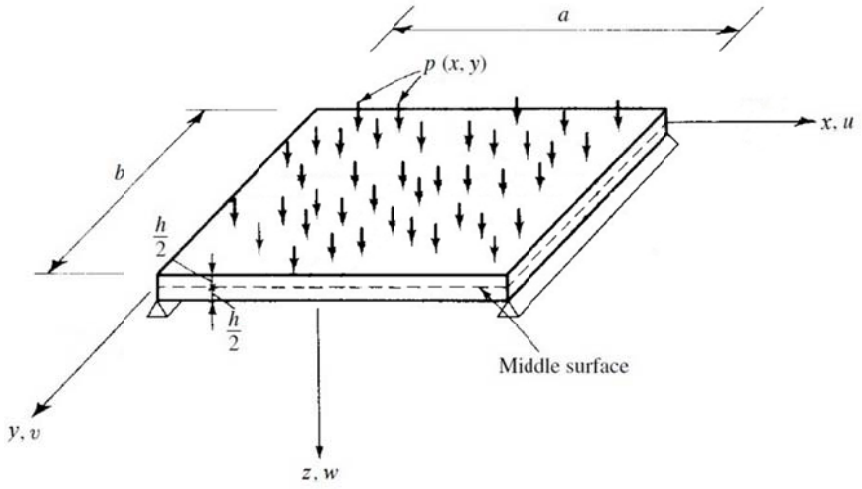
۱-۲-۱ تاریخچه تحلیل الاستیک

کمانش اعضای فشاری نخستین بار در سال ۱۷۴۴ توسط اویلر مورد توجه قرار گرفت. او با استفاده از روش تعادل خنثی، پایداری ستون‌ها را بررسی نموده و مودهای کمانش و ضرایب کمانش آن‌ها را استخراج کرد [۳]. وی مجددا در سال ۱۷۶۶ اولین نظریه‌ی غشایی ورق‌های نازک را ارائه داد.

لاگرانژ در سال ۱۸۱۱ ورق تحت اثر بار گسترده عمود بر میان‌صفحه را تحلیل نمود و معادله‌ی تغییرمکان آن را بدست آورد. در سال ۱۸۱۱ ریاضی‌دانی فرانسوی به نام سوفی ژرمن اولین معادله دیفرانسیل ورق را با استفاده از مفهوم انرژی کرنشی و کار مجازی ارائه کرد. وی مجددا در سال ۱۸۱۶ معادله دیفرانسیل خود را اصلاح نمود، اما معادله ارائه

شده باز هم کاستی‌هایی داشت. ناویر در سال ۱۸۲۰ با استفاده از سری فوریه مضاعف توانست ورق مستطیلی با تکیه‌گاه‌های ساده را تحلیل کند. حل او از دو جهت چندان مناسب نبود. عدم توانایی تحلیل ورق‌ها با سایر شرایط مرزی و پیچیدگی حل به دلیل استفاده از سری فوریه مضاعف از جمله مشکلات این روش بودند.

در نهایت در سال ۱۸۵۰ گوستاو کیرشهف دانشمند آلمانی، با در نظر گرفتن فرضیاتی که فرضیات کیرشهف نامیده می‌شوند، توانست نخستین تئوری کامل مربوط به خمش ورق نازک را توسعه دهد. او با در نظر گرفتن فرضیاتی که مهم‌ترین آن‌ها صرف‌نظر کردن از تغییرشکل‌های برشی ورق بود، توانست معادله‌ی(۱-۱) را که معادله دیفرانسیل حاکم بر رفتار ورق نازک نشان داده شده در شکل ۱-۴، تحت بارهای خارج از صفحه $p(x,y)$ می‌باشد را ارائه دهد [۱].



شکل ۱-۴: ورق نازک تحت بارهای خارج از صفحه [۱]

$$D\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial y^2}+\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right)=p(x,y) \qquad (۱-۱)$$

$$D=\frac{E h^3}{12\,(1-\nu^2)} \qquad (۱-۲)$$

در ادامه‌ی تحقیقات بر روی ورق‌ها، بررسی رفتار آن‌ها تحت نیروهای درون‌صفحه‌ای مورد توجه محققان قرار گرفت. سنت‌ونانت در سال ۱۸۸۳ معادله دیفرانسیل ورق تحت نیروهای درون‌صفحه‌ای را ارائه نمود. برایان در سال ۱۸۹۱ نخستین راه حل کمانش صفحات را به کمک روش انرژی و استفاده از سری مضاعف فوریه ارائه داد، اما حل او فقط برای صفحات مستطیلی با تکیه‌گاه‌های ساده تحت نیروی فشاری تک محوری ارائه شده بود. در نهایت در سال ۱۹۰۷ تیموشنکو روش حل برایان را برای شرایط تکیه‌گاهی مختلف توسعه داد.

تا اوایل قرن بیستم تمامی مسائل ورق با استفاده از روش‌های تحلیلی مورد بررسی قرار می‌گرفتند، اما این روش‌ها در عین حال که دقیق بودند معایبی نیز داشتند از آن جمله می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

۱. به علت استفاده از سری فوریه در جواب، محققان با مشکلاتی نظیر پیچیدگی محاسبات و همگرایی کند مواجه بودند.
۲. استفاده از روش‌های تحلیلی برای حل ورق‌ها با شرایط مرزی و بارگذاری مختلف، پیچیده و در اکثر موارد غیر ممکن بود.

با گسترش صنایع کشتی‌سازی، هوافضا و... دانشمندان برای حل ورق‌ها با شرایط مرزی و بارگذاری مختلف، به جای استفاده از روش‌های تحلیلی و دقیق، به روش‌های عددی و تقریبی روی آوردند.در سال ۱۹۲۵ نودا از روش تفاضل محدود برای تحلیل ورق‌ها استفاده کرد. ترنر و همکاران در سال ۱۹۵۶ روش اجزای محدود را برای حل مسائل مهندسی معرفی کردند. الدینی و کلاف در سال ۱۹۶۰ المان ۱۲ درجه آزادی را برای حل مسئله‌ی خمش ورق ارائه کردند [۴]. بسیاری از محققان از جمله گالاگر و پادلوگ، از روش اجزای محدود برای تحلیل پایداری ورق‌ها استفاده کردند، به نحوی که تا اواخر دهه شصت میلادی این روش برای کمانش کاملا فرموله شده بود.

در سال ۱۹۷۶ چونگ برای اولین بار روش نوار محدود را معرفی کرد. در این روش، ورق در یک راستا المان‌بندی شده و در راستای دیگر تغییر شکل آن با توجه به شرایط مرزی به کمک یک دسته توابع پایه تقریب زده می‌شود. این کار باعث کاهش قابل ملاحظه‌ی حجم محاسبات می‌شود [۵]. روش نوارمحدود برحسب نوع توابع پایه‌ی مورد استفاده به سه دسته تقسیم می‌شود:

۱. روش نوار محدود معمولی: در این روش که توسط چونگ ارائه شد، از توابع مثلثاتی به‌عنوان تابع پایه استفاده می‌شود.
۲. روش نوار محدود اسپلاین: این روش در سال ۱۹۸۲ توسط چونگ و فان ارائه شد. آن‌ها در این روش توابع اسپلاین را به‌جای توابع مثلثاتی در روش نوار محدود معمولی به‌کار بردند [۶].
۳. روش نوار محدود مختلط: در این روش از توابع پایه‌ی نمایی برای درون‌یابی تغییرمکان در راستای طولی نوارها استفاده می‌شود.

روش نوار محدود از ابتدای ارائه تاکنون توسط محققان زیادی به منظور حل مسائل مختلف ورق، مورد استفاده قرار گرفته است.

۱-۲-۲ تاریخچه کمانش غیرالاستیک

همان‌طور که در ابتدای این فصل اشاره شد، کمانش ورق‌ها ممکن است به‌صورت غیرالاستیک اتفاق بیفتد. از آن‌جایی که در حالت غیرالاستیک رابطه‌ی تنش-کرنش مصالح تشکیل دهنده‌ی ورق غیر خطی است، لازم است از تئوری مناسبی به‌منظور مدل‌سازی رفتار مصالح تشکیل دهنده‌ی ورق استفاده کرد.

تئوری تغییرشکل و تئوری جریان دو تئوری مهم ارائه شده در این زمینه هستند. در سال ۱۹۴۸ استاول [۷]و در سال ۱۹۴۹ بیجلارد [۸]، بار کمانش غیرالاستیک ورق‌ها را با استفاده از تئوری تغییرشکل تعیین کردند. هندلمن و پراگر در سال ۱۹۴۹ از تئوری جریان برای تحلیل این مسئله استفاده کردند [۹]. حل مسئله‌ی کمانش غیرالاستیک ورق‌ها با استفاده از روش اجزای محدود، در سال ۱۹۶۹ توسط پیفکو و ایساکسون صورت گرفت [۱۰]. شیرواستاوا و بلیچ در سال ۱۹۷۵ با در نظر گرفتن بارهای برشی، کمانش غیرالاستیک ورق‌ها را بررسی نمودند. نتایج تحقیق آن‌هانشان داد تئوری

تغییرشکل با نتایج تجربی انطباق بیشتری دارد [۱۱].

در سال ۱۹۸۹ لو وهنکوک کمانش غیرالاستیک تیرها، ستون ها و صفحات را با استفاده از روش نوار محدود اسپلاین مورد بررسی قرار دادند [۱۲]. ازهری و برادفورد در سال ۱۹۹۳ از روش نوارهای محدود مختلط برای بررسی کمانش غیرالاستیک ورق ها همراه یا بدون تنش پس ماند استفاده کردند. آن‌ها آنالیز خود را بر پایه‌ی تئوری تغییرشکل و تئوری جریان با در نظر گرفتن اثرات بارهای برشی انجام دادند [۱۳]. در سال ۲۰۱۱ لطفی و همکاران کمانش غیرالاستیک ورق‌های مایل با تغییر ضخامت خطی را با استفاده از روش نوار محدود اسپلاین مورد بررسی قرار دادند [۱۴].

۱-۳ تحلیل ورق بر روی بستر ارتجاعی

از آنجایی که تکیه‌گاه کلیه‌ی سازه‌های ساختمانی و هم‌چنین بسیاری از سازه‌های صنعتی خاک می‌باشد، در نظر گرفتن رفتار بستر هنگام تحلیل این سازه‌ها امری اجتناب ناپذیر است. برای این منظور ابتدا باید رفتار خاک را در قالب مدلی ریاضی و نزدیک به رفتار واقعی آن ارائه نمود. یکی از اولین تلاش‌ها برای این منظور در سال ۱۸۶۷ توسط وینکلر، دانشمند آلمانی صورت گرفت. مدلی که او برای تعیین فشار وارد بر سازه پیشنهاد نمود، در رابطه‌ی (۱-۳) ملاحظه می‌شود.

$$p = -k_w w \tag{۱-۳}$$

در رابطه‌ی (۱-۳)، p فشار وارد بر هر نقطه‌ی ورق، k_w ضریب سختی بستر که با نام سختی وینکلر نیز شناخته می‌شود و w تغییرشکل بستر می‌باشد.همان‌طور که ملاحظه می‌شود، در این مدل فشار وارد شده از طرف بستر به سازه با نشست سازه در همان نقطه رابطه‌ی مستقیم دارد.

مدل وینکلر در عین حال که انطباق خوبی با نتایج تجربی داشت، با این واقعیت که خاک محیطی پیوسته است در تناقض بود. زیرا در این مدل تغییر شکل هر نقطه از تغییر شکل نقاط اطراف، مستقل در نظر گرفته شده بود. به‌منظور برطرف کردن این مشکل راه حل‌های مختلفی ارائه شد که در ادامه به برخی از آن‌ها اشاره می‌شود.

فیلوننکو برودیچ دانشمند روسی در سال ۱۹۴۰ با اضافه کردن یک غشای تحت کشش به مدل وینکلر، ناپیوستگی بین نقاط را برطرف کرد [۱۵]. در سال ۱۹۵۰ هتنی پیوستگی بین نقاط مجاور را با اضافه کردن یک ورق با سختی خمشی ثابت به مدل وینکلر، برقرار نمود [۱۶]. پاسترناک در سال ۱۹۵۴ با اضافه کردن یک ورق که تنها دارای سختی برشی بود، پیوستگی بین نقاط مجاور را تامین کرد [۱۷]. رابطه‌ای که پاسترناک ارائه کرد دررابطه‌ی (۱-۴) ملاحظه می‌شود.

$$p = -\left(k_w w + k_s \left(\nabla^2 w\right)\right) \tag{۱-۴}$$

$$\nabla^2 = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) \tag{۱-۵}$$

قسمت اول رابطه‌ی (۱-۴)، همان رابطه‌ی ارائه شده توسط وینکلر (رابطه‌ی (۱-۳)) می‌باشد و در قسمت دوم k_s سختی برشی عرضی ورق مورد استفاده به‌منظور اصلاح مدل وینکلر می‌باشد که از آن با عنوان ضریب بستر ارتجاعی پاسترناک یاد می‌شود. از آنجایی که مدل ارائه شده توسط پاسترناک نسبت به سایر مدل‌ها، انطباق بسیار خوبی با نتایج تجربی داشت، از این مدل به عنوان یکی از کارآمدترین مدل‌ها به منظور شبیه‌سازی رفتار خاک یاد می‌شود. در این تحقیق نیز از این مدل برای در نظر گرفتن اثر بستر ارتجاعی استفاده می‌شود.

در سال ۱۹۶۵ چونگ و زینکویچ با استفاده از روش اجزای محدود، مسئله‌ی خمش ورق بر روی بستر ارتجاعی وینکلر را حل کردند [۱۸]. زفرانی و همکاران در سال ۱۹۹۵ با استفاده از روش المان مرزی، مسئله‌ی کمانش ورق‌های نیمه‌ضخیم بر روی بستر ارتجاعی وینکلر را حل نمودند [۱۹]. در سال ۱۹۹۷ هان و لیو مسئله‌ی خمش ورق بر روی بستر ارتجاعی وینکلر و پاسترناک را بر مبنای تئوری تغییرشکل برشی مرتبه‌ی اول بررسی نمودند [۲۰].

لام و همکاران در سال ۲۰۰۰ کمانش ورق بر روی بستر ارتجاعی وینکلر و پاسترناک را با استفاده از حل لوی و توابع گرین بررسی کردند [۲۱]. بررسی خمش ورق نیمه ضخیم بر روی بستر ارتجاعی با استفاده از روش اجزای محدود، در سال ۲۰۰۰ توسط سادکا انجام شد [۲۲]. هنگ و تامبیراتنام در سال ۲۰۰۱ تحلیل خمش ورق بر روی بستر ارتجاعی وینکلر را به روش نوار محدود انجام دادند [۲۳].

در سال ۲۰۰۹ اخوان و همکاران، کمانش ورق مستطیلی بر روی بستر ارتجاعی را با استفاده از تئوری برشی مرتبه اول به‌صورت دقیق حل نمودند [۲۴]. استفاده از توابع پایه‌ی شعاعی[1] به‌منظور تحلیل ورق بر روی بستر ارتجاعی پاسترناک، برای اولین بار در سال ۲۰۱۰ توسط فریرا و همکاران صورت گرفت. آن‌ها در تحقیق خود مسئله‌ی خمش و ارتعاش آزاد ورق را بر مبنای تئوری تغییرشکل برشی مرتبه‌ی اول، بررسی نمودند [۲۵]. در سال ۲۰۱۱ دهقان و برادران، کمانش و ارتعاش ورق‌های مستطیلی بر روی بستر ارتجاعی را با استفاده از روش اجزای محدود حل کردند [۲۶]. فروغی و ازهری در سال ۲۰۱۳ کمانش مکانیکی و ارتعاش آزاد ورق‌های ضخیم و ناهمسان در ضخامت را با استفاده از روش نوار محدود اسپلاین بررسی نمودند [۲۷].

۱-٤ تحلیل ورق با تکیه‌گاه نقطه‌ای

از جمله مهم‌ترین کاربردهای ورق با تکیه‌گاه نقطه‌ای می‌توان به قرار گرفتن ورق‌های مسطح روی ستون، در سیستم‌های باربر بدون تیر اشاره کرد.هم‌چنین ورق با اتصال پیچ و پرچ نیز از دیگر کاربردهای ورق با تکیه‌گاه نقطه‌ای در صنعت می‌باشد.

اولین مطالعات صورت گرفته به‌منظور تحلیل این ورق‌ها در سال ۱۹۶۰ توسط لی و بالستروس صورت گرفت. آن‌ها ورق مستطیلی با چهار تکیه‌گاه نقطه‌ای در گوشه‌ها و تحت بار گسترده‌ی یکنواخت را تحلیل نمودند و با مقایسه‌ی نتایج تحقیق انجام شده با نتایج آزمایشگاهی، انطباق مناسبی را گزارش نمودند. تغییرمکان ورق در این تحقیق با استفاده از شش جمله از چندجمله‌ای درجه‌ی چهار تقریب زده شد [۲۸]. در سال ۱۹۷۲ ویجاخانا و همکاران ورق مثلثی متساوی‌الاضلاع را با سه تکیه‌گاه نقطه‌ای در سه گوشه‌ی آن تحت بار گسترده‌ی یکنواخت تحلیل نمودند. آن‌ها در این مطالعه با استفاده از ۹ جمله از چندجمله‌ای درجه‌ی چهار، تغییرمکان را تقریب زدند [۲۹].

[1] Radial basis functions

در سال ۱۹۸۷ ونوگوپال و همکاران با استفاده از المان مثلثی ورق، پایداری ورق‌های مربعی که با چهار تکیه‌گاه نقطه‌ای مقید بودند را بررسی کردند [۳۰]. ونگ و همکاران در سال ۲۰۰۲ مسئله‌ی خمش ورق مستطیلی با چهار تکیه‌گاه نقطه‌ای در گوشه‌ها را بر مبنای تئوری تغییرشکل برشی مرتبه‌ی اول و با استفاده از روش ریتز تحلیل نمودند [۳۱]. هدایتی و همکاران در سال ۲۰۰۷ کمانش موضعی یک‌طرفه‌ی ورق‌های نازک با تکیه‌گاه نقطه‌ای را با استفاده از روش ضرایب لاگرانژ مورد بررسی قرار دادند [۳۲]. در سال ۱۳۹۰ جمشیدی کمانش ورق با تکیه‌گاه نقطه‌ای و اشکال مختلف را با استفاده از روش Hp-Cloud همراه با ضرایب لاگرانژ بررسی نمود [۳۳].

۱-۵ آشنایی با موجک‌ها

با گذشت حدود سی سال از ارائه تئوری موجک[1] به‌صورت امروزی، این تئوری به یکی از پرکاربردترین و قدرتمندترین ابزارهای پردازش سیگنال تبدیل شده است. علاوه بر این، امروزه موجک‌ها در پردازش تصویر، اکتشافات زیرزمینی، تحلیل امواج زلزله، شناسایی ترک و عیوب سازه‌ها، تصویربرداری پزشکی و... نقش به‌سزایی ایفا می‌کنند. اما کاربرد موجک‌ها تنها به این حوزه‌ها محدود نشد و امروزه موجک‌ها به عنوان ابزاری قدرتمند برای حل عددی معادلات دیفرانسیل نیز شناخته می‌شوند.

۱-۵-۱ انگیزه پیدایش موجک‌ها

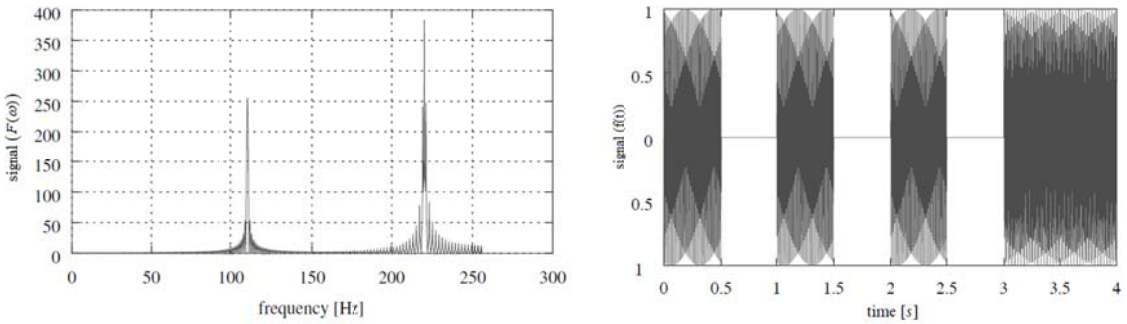
انگیزه‌ی اصلی پیدایش موجک‌ها، برطرف کردن نقص روش‌های موجود در پردازش سیگنال بود که در ادامه برخی از این روش‌ها بیان می‌شود.

به‌طور کلی هدف از پردازش سیگنال، استخراج اطلاعاتی از آن می‌باشد که به‌صورت مستقیم قابل اخذ نباشند. به‌همین منظور ابزارهای مختلفی برای پردازش سیگنال‌ها ارائه شده‌اند. تبدیل فوریه[2] یکی از اولین ابزارهای ارائه شده برای این منظور می‌باشد، که در رابطه‌ی (۱-۶) معرفی شده است.

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \qquad (۱-۶)$$

در ادامه، نمونه‌ای از کاربرد این تبدیل ملاحظه می‌شود. در سیگنال نشان داده شده در شکل ۱-۵-الف، فرکانس سه قسمت اول سیگنال، با یکدیگر برابر بوده و با فرکانس قسمت چهارم متفاوت می‌باشد. در شکل ۱-۵-ب، تبدیل فوریه این سیگنال نمایش داده شده است.

[1] Wavelet theory
[2] Fourier transform



(ب) سیگنال در حوزه‌ی فرکانس (الف) سیگنال در حوزه‌ی زمان

شکل ۱-۵: پردازش سیگنال به کمک تبدیل فوریه [۳۴]

همان‌طور که در شکل ۱-۵-ب، ملاحظه می‌شود، تفکیک در حوزه فرکانس به‌خوبی صورت گرفته اما محتوای زمانی سیگنال به‌کلی از بین رفته است. برای رفع این مشکل، لازم بود تبدیلی ارائه شود که سیگنال را از حوزه زمان به حوزه‌ی مشترک زمان و فرکانس منتقل کند. در اواسط قرن بیستم تبدیل فوریه زمان-کوتاه[1] به‌منظور رفع مشکل فوق، به‌صورت رابطه‌ی (۱-۷) ارائه شد [۳۵].

$$F(\omega,t)=\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)\,w^{*}(\tau-t)\,e^{-i\omega\tau}d\tau \qquad (۱-۷)$$

در رابطه‌ی (۱-۷)، تابع $w(\tau-t)$، که پنجره نیز نامیده می‌شود، باعث می‌شود که محتوای فرکانسی هر قسمت از سیگنال به‌صورت جداگانه تفکیک شود. به‌منظور کاربردهای مختلف، پنجره‌های متعددی ارائه شده‌اند. پنجره گابور که یکی از متداول‌ترین پنجره‌ها می‌باشد، در رابطه‌ی (۱-۸) تعریف شده است.

$$w(t)=\frac{1}{\sqrt[4]{\pi}}e^{-\frac{t^2}{2}} \qquad (۱-۸)$$

در شکل ۱-۶ تبدیل فوریه زمان کوتاه سیگنال شکل ۱-۵-الف ملاحظه می‌شود. این تبدیل به‌کمک پنجره‌ی گابور انجام شده است.

[1] Short Time Fourier Transform (STFT)