بسم الله الرحمن الرحيم

دانشکده علوم پایه

پایان نامه

جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

رشته فیزیک

عنوان

نگاشت همدیس در انگشت شدگی سافمن-تیلور

استاد راهنما

دکتر ناهید ملکی جیرسرایی

استاد مشاور

دکتر شاهین روحانی

دانشجو

معصومه گودرزی

مهر ماه سال ۱۳۹۰

"کلیه دستاوردهای ناشی از تحقیق فوق متعلق به دانشگاه الزهراء (س) است"

تقدیم به:

بانوی یاس ها

قدردانی و تشکر

پس از تشکر و سپاس از پروردگار بی نیاز که چون ببخشد کف حاجت پیش کس نبریم و چون ایمن فرماید از سطوت و صولت کس نهراسیم، از پدر و مادر عزیـزم بـه خـاطر لطـف هـای بـی دریغشان که همواره یاری بخش من در لحظات سخت بوده اند تشکر و قدردانی می نمایم.

همچنین از سرکار دکتر ناهید ملکی استاد راهنمای عزیز و گرانقدر که در انجـام ایـن پـژوهش پیوسته راهنمایم بوده اند و نیز از جناب آقای دکتر شاهین روحانی اسـتاد مشـاور ارجمنـد بـه خاطر راهنماییهای ارزشمندشان، کمال تشکر و سپاس را دارم.

چکیده

ما در این کار انگشتهای وشکسان سافمن–تیلور را که یک رشد لاپلاسی است با استفاده از نگاشت همدیس بررسی می کنیم. انگشتهای وشکسان از بروز ناپایداری سافمن – تیلور در مرز مشترک بین دو سیال در سلول هل–شاو مستطیلی، هنگامی که سیال با وشکسانی کمتر سیال با وشکسانی بیشتر را می راند پدید می آید و بوسیله تکنیکهای نگاشت همدیس، معادله لاپلاس را با شرایط مرزی برای فصل مشترک دو سیال حل می کنیم سپس آن را در محیط کامپیوتری به تصویر می کشیم و آثار کشش سطحی را در دینامیکهای رقابت انگشت شدگی در مسئله سافمن–تیلور با هندسه کانال بررسی می کنیم.

حرکت فصل مشترک را بین دو سیال در یک میدان فشار مطالعه می کنیم. سیال وشکسان تر تراکم ناپذیر است و با سرعتی متناسب با گرادیان فشار حرکت می کند. در حالت دو بعدی فصل مشترک را می توان با یک تابع مختلط شرح دادکه به صورت تحلیلی است.

ابتدا، ما جزییات برخی از کلاسهای واضح از حلهای دقیق در غیاب کشش سطحی را بررسی می کنیم و آنها را با حل مسئله با کشش سطحی محدود مقایسه می کنیم. کلاس حداقل از حلهای دقیق مسئله سافمن-تیلور با کشش سطحی صفر که شامل نقاط ثابت فیزیکی مسئله منظم (کشش سطحی غیر صفر) می باشد را مطالعه می کنیم. سپس حلهای چند انگشت شدگی را برای مسئله با کشش سطحی محدود بیان می کنیم. هدف اصلی در این قسمت رها شدن از مکانیسم انتخاب حلهای پیوسته می باشد. می بینیم که معرفی کشش سطحی پیوستگی حلهای با کشش سطحی صفر را از بین می برد و مجموعه ای گسسته از حلها را تولید می کند. نتیجه آن فهم رقابت انگشت شدگی به صورت کیفی می باشد. این رقابت بیان می کند که انگشتهایی که جلوتر از بقیه هستند سرعت بیشتری دارند و انگشتهای عقب تر را سرکوب می کنند.

با توجه به ارتباط نزدیک بین عرض انگشتها و کشش سطحی، انتظار می رود کشش سطحی در دینامیک های رقابت انگشت شدگی نقش حیاتی داشته باشد. اعمال کشش سطحی در معادلات، باعث شکافت نوک در انگشت بزرگتر (جلوتر) شد. در مرتبه صفرم اختلال انگشتها را با و بدون کشش سطحی معادل یکدیگر گرفتیم. ولی در مرتبه اول اختلال، تفاوت مشاهده شد و در حلهای با کشش سطحی محدود در انگشت بزرگتر (جلوتر) شکافت نوک را مشاهده کردیم، این نتیجه با مشاهدات تجربی در تطابق کامل است.

واژه های کلیدی: انگشتهای وشکسان، نگاشت همدیس، رشد لاپلاسی

فهرست مطالب

فصل اول: مقدمه

مقدمه ۱
۱-۲ تاریخچه تشکیل انگشتهای وشکسان ۶
۱-۳ نمونه هایی از پدیده انگشت شدگی وشکسان در آزمایشگاه ۹
۱-۴ قانون دارسی ۱۱
۱-۵سیالات نیوتونی و نانیوتونی ۱۱

فصل دوم: مبانی نظری

۲-۱ مقدمه ۱۴
۲-۲ سیالات ۱۵
۲-۲-۱ تعریف سیال ۱۵
۲-۲-۲ جریان پایا و عملگر D/Dt ۱۶
۲-۲-۳ تنش در سیالات ۱۷
۲-۲-۴ کشش سطحی ۱۹
۲-۲-۵ تنش برشی در سیالات نیوتونی ۲۱
۲-۲-۶ معادله ناویر–استوکس ۲۴
۲-۲-۷ انواع جریان ها ۲۵
۲-۲-۸ جریان وشکسان لامینار ۲۶
۲-۲-۹ جریان پایا بین صفحات موازی ساکن ۲۷
۲-۲-۱۰ جریان هل–شاو ۲۸
۲-۲-۱۱ قانون دارسی ۳۱
۲-۲-۱۲ انتشار موج ۳۴
۲-۲-۱۳ تعریف ناپایداری ۳۶
۲-۲-۱۴ ناپایداری سافمن-تیلور ۳۹
۲-۳ نگاشت همدیس ۴۲
۲-۳-۱ مقدمه ۴۲
۲-۳-۲ توابع تحلیلی و نگاشت های همدیس ۴۳
۲-۳ -۳ معادله ی لاپلاس و نگاشت همدیس ۴۶
۲- ۳ -۴ کاربرد نگاشت همدیس در پدیده های رشد لاپلاسی ۴۷
۲- ۳- ۵ مدلهای رشد لاپلاسی ۴۷

فصل سوم: رسم نقش های انگشت شدگی در محیط کامپیوتر

۳-۱ مقدمه ۵۰

۳-۲ فرمول بندی مسئله با نگاشت همدیس و حلهای دقیق ۵۰
۳-۳ خواص دینامیکهای انگشت شدگی(رشد و رقابت) ۵۷
۳-۴ مطالعه حلهای دقیق با کشش سطحی صفر ۵۸
۳-۴-۱ مفاهیمی از نظریه سیستمهای دینامیکی ۵۸
۳-۴-۲ کلاس حداقل از حلهای انگشت شدگی دو تایی ۵۹
۳-۵ شکل مر بوط به حل انگشت شدگی رابط مسطح ۶۰
۳-۶ شکل مر بوط به حل انگشت شدگی منفرد ۶۲
۳-۷ شکل مر بوط به حل انگشت شدگی دوتایی یکسان ۶۳
۳-۸ چند انگشت شدگی ۶۵
۳-۹ اختلالی برای پیشروی(جلو رفتن) ۶۷
۳-۱۰اختلالی برای تغییر عرض انگشتها ۶۹
۳-۱۱ نظریه حل پذیر چند انگشت شدگی ۷۱
۳-۱۱-۱ فرمول بندی مسئله عمومی ۷۱
۳-۱۱-۲ شکلهای مربوط به مسئله عمومی ۷۴

فصل چهارم: بحث و نتیجه گیری

۴-۱ مقدمه ۸۱
۴-۲ فرمول بندی انگشت شدگی با کشش سطحی صفر ۸۱
۴-۳ فرمول بندی انگشت شدگی با کشش سطحی محدود ۸۲
۴-۴ تأثیر کشش سطحی محدود در نقشهای انگشت شدگی اضافه ۸۲
۴-۵ تغییر محدوده وشکسانی برای آب ۸۴
مراجع ۸۶
Abstract ۹۲

فصل اول

مقدمه

۱-۱ مقدمه

دینامیک سطح مشترک با نگاشت همدیس حدود نیم قرن است که بررسی می شود. این مسئله در ابتدا با مدل های انگشت شدگی وشکسان[۱] و انجماد درختی[۲] شروع شد و مطالعات بعدی در علم مواد شامل مهاجرت الکتریکی حفره در فلزات[۳] و سینترشدگی وشکسان[۴] بود. در دهه گذشته نگاشت های همدیس برای مسائل تصادفی مانند انبوهش محدود به پخش[۵] (DLA) و شکست دی الکتریک[۶] نیز استفاده شده اند که معادله حاکم بر همه آنها معادله پخش می باشد [۵۰].

دلیل انتخاب این پژوهش به عنوان پایان نامه، بررسی پدیده ناپایداری سافمن–تیلور برای سیالات نیوتنی با استفاده از نگاشت همدیس بوده است. چرا که بیشتر کارهای انجام شده در این زمینه تجربی بوده است، از این رو با استفاده از تحلیل مسئله از دید تئوری، سعی شد نگاشتهای همدیس نقشهای انگشت شدگی را که یک رشد لاپلاسی است، بیابیم و با بررسی آنها به فهم بیشتر مسئله پیچیده انگشت شدگی نائل آییم.

---

۱ Viscouse fingering
۲ Dendritic soliddification
۳ Void electro-migration
۴ Viscouse sintering
۵ Diffusion-limited aggregation
۶ Dielectric breakdown

مطالعه کلی در مورد ناپایداری مرز دو سیال در اواخر دهه ۱۹۵۰ آغاز شد، هنگامی کـه آب به داخل نفت پمپاژ شد. در این حالت مرز بین آب و نفـت ناپایـدار بـود و نقـش هـای انگشـت شدگی ایجاد شد. این پدیده توسط تیلور (۱۹۵۸) و سـافمن و تیلـور (۱۹۵۸) نشـان داده شـد. مطالعه کلاسیکی این پدیده بوسیله تجزیه و تحلیل ساده بر اساس قـانون دارسـی توضـیح داده می شود.

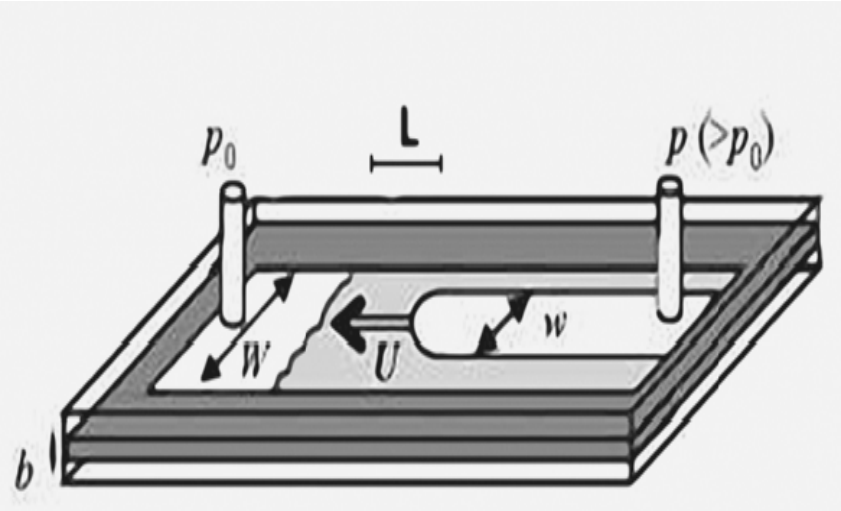
مطالعه حرکت انگشتها در یک سیال با وشکسانی کم به خاطر وجود سیال با وشکسـانی بیشـتر در سلول هل – شاو را می توان هم از نظر تحلیلی و هم از نظر عددی حل کرد [۱].

مسئله سافمن–تیلور [۲] به شدت به مدت چهار دهه به عنوان الگوی پیش زمینه در مسئله مرز-متحرک که مربوط به کلاس گسترده حلهای ناپایداری های ریخت شناسی و شکل گیـری الگوی فصل مشترک در فیزیک های غیر تعادلی می باشد، مورد مطالعه قرار گرفته است. نمونه هایی از آن هم در علوم غیر خطی و هم در کاربردهای فـن آوری آشـکار مـی شـود. کـه از آن جملـه مـی تـوان بـه رشـد کریسـتالی[۱]، جابجـایی سـیال در محـیط متخلخـل[۲]، رسـوب الکتروشیمیایی[۳]، انتشار شعله[۴]و غیره اشـاره کـرد [۳ و۴]. مسـئله سـافمن–تیلـور، عمومـاً بـه انگشت شدگی وشکسان در سلول هل-شاو اشاره دارد [۵].

ناپایداری سافمن-تیلور زمانی روی می دهد که سـیالی بـا وشکسـانی کمتـر از طریـق یـک سوراخ به لایه ی نازکی از سیالی با وشکسانی بیشتر (کـه بـین دو صـفحه ی مـوازی و شـفاف نگهداری می شود) به آرامی تزریق شود. در این سلول که به سـلول هـل-شـاو معـروف اسـت، توزیع فشار در معادله ی لاپلاس صدق می کند. در شکل (۱-۱) ایـن سـلول نشـان داده شـده است. نگاشت همدیس به علت کاربرد در حل معادله لاپلاس از اهمیـت خاصـی برخـوردار مـی

[۱] Crystal growth
[۲] Fluid displacement in porous media
[۳] Electrochemical deposition
[۴] Flame propagation

باشد. در واقع نگاشت همدیس روشی برای حل معادله لاپلاس در هندسه های مختلف ارائه می دهد.



شکل ۱-۱ انگشت پایدار در سلول هل- شاو مستطیلی

مدل انبوهش محدود به پخش توسط ویتن[۱] و سندر[۲]معرفی شد و بر اساس پیوستن ذره هایی در حال گشت کاتوره ای به خوشه در حال رشد می باشد. این فرآیند با ذره ای در مبدأ به عنوان تخم یا بذر آغاز می شود. ذره ای از فاصله دور رها شده و مجاز است تا رسیدن به مکانی در مجاورت بذر دستخوش حرکت پخشی باشد، وقتی به این مکان رسید به طور دائم به بذر می چسبد. ذره های دیگر تک تک رها می شوند و به همین صورت به انبوهه در حال رشد اضافه می شوند. در این فرآیند، احتمال رشد در نوک شاخه ها از عمق دره ها بیشتر می باشد. گاهی نوک تیز هر شاخه بزرگ به چند شاخه کوچک شکافته می شود و نتیجه آن یک ساختار فراکتالی می باشد. اساس این مدل حرکت پخشی ذرات است. بسیاری از پدیده های رشد در

[۱] Witten
[۲] Sander

طبیعت با معادله پخش توصیف می شوند که در تقریب شبه مانا به معادله لاپلاس تبدیل می شود. بنابراین سیستمهای فیزیکی متعددی مانند شکست دی الکتریک، رشد کریستالی و انگشت شدگی وشکسان را می توان با استفاده از مدل انبوهش محدود به پخش مطالعه کرد. این مدل به تازگی برای مطالعه سیستمهای بیولوژی نیز استفاده شده است [۵۰].

اگر چه معادله حاکم بر دو مسئله انبوهش محدود به پخش و انگشت شدگی وشکسان یکسان می باشد ولی تفاوتهایی وجود دارد. در انگشت شدگی وشکسان مرز نقش حاصل به طور پیوسته رشد می کند و تمام نقاط مرز همزمان جابجا می شوند. در صورتی که در مدل انبوهش محدود به پخش رشد به صورت تصادفی می باشد و ذرات تک تک اضافه می شوند.

شرایمن[۱] و بن سایمون[۲] نشان دادند که در مسئله انگشت شدگی وشکسان با کشش سطحی صفر پس از گذشت زمان متناهی تکینگیهایی در مرز بین دو سیال ایجاد می شود. در رشد لاپلاسی تصادفی اندازه متناهی ذرات باعث می شود تکینگیها ظاهر نشوند.

بارا[۳] و همکارانش اختلاف در قانون رشد (جابجایی همزمان همه نقاط فصل مشترک در رشد پیوسته در مقابل افزایش تک تک ذرات در رشد تصادفی) را بررسی نمودند و به این نتیجه رسیدند که رشد لاپلاسی تصادفی و پیوسته به رده جهانی یکسانی تعلق ندارند. سامفای[۴] و همکارانش با مطالعه رشد تصادفی در کانال و گوه و متوسط گیری هنگردی[۵] مرز خوشه به این نتیجه رسیدند که نقش حاصل با رشد پیوسته یکسان نمی باشد.

---

۱ Shraiman
۲ Bensimon
۳ Barra
۴ Somfai
۵ Ensemble averaging

نگاشت همدیس در دو بعد ابزار مناسبی برای حل معادله لاپلاس می باشد. دینامیک فصل مشترک حاصل از انگشت شدگی وشکسان با استفاده از نگاشت همدیس وابسته به زمان توسط گلین[۱] و پولو بارینوا–کوچینا [۲]مطالعه شده است. در سال ۱۹۹۸ هستینگز و لویتو (HL)[۳] با استفاده از نگاشت همدیس الگوریتمی برای تولید خوشه های انبوهش محدود به پخش معرفی کردند. این فرمول بندی ابزارتحلیلی مناسبی برای مطالعه تئوری مدل انبوهش محدود به پخش فراهم می کند [۵۰].

ناپایداری سافمن-تیلور برای سیالات نیوتونی به میزان زیادی مورد مطالعه قرار گرفته و شناخته شده است [۶ و ۷]. چگونگی تشکیل نقش‌ها و قانونمندی‌های حاکم بر آنها به درستی شناخته شده می باشند. این پدیده در سالهای اخیر در سیالات غیرنیوتونی نیز مورد آزمایش قرار گرفته اند [۸]. مشاهده شد که نقشهای انگشتی بدست آمده کاملا با نقشهای بدست آمده از سیالات نیوتونی متفاوت هستند [۹ و ۱۰ و۸ و ۵۱]. بدین ترتیب فرمول بندی‌های بدست آمده برای سیالات نیوتونی توجیه‌گر نقشهای حاصل از سیالات غیر نیوتنی نیستند. بنابراین تلاش زیادی هم به طور نظری وهم تجربی برای حل این مساله آغاز شد که تاکنون نیز ادامه دارد [۱۱ و ۱۲ و ۱۳]. به عبارت دیگر این مطالعات نشان دادند ناپایداری سافمن-تیلور در سیالات غیرنیوتونی به صورت آشکار متفاوت است.

در این بخش، نخست تاریخچه‌ای از ناپایداری سافمن-تیلور ارائه می‌شود، سپس به معرفی انواع سیال پرداخته می‌شود.

در فصل دوم ابتدا خصوصیات سیالات نیوتونی و سپس قوانین حاکم بر مکانیک آن‌ها و مفاهیم ریاضی مورد استفاده را شرح می‌دهیم و مختصری درباره تئوری حاکم بر پدیده توضیح

---

۱ Galin
۲ Polubarinova-Kochina
۳ Hastings and Levitov

می‌دهیم. در فصل سوم نحوه انجام کار و نتایج آنها را توصیف می‌کنیم و در فصل آخر نیز نتیجه‌گیری را بیان می‌کنیم.

۱-۲ تاریخچه تشکیل انگشتهای وشکسان

برای بررسی تاریخچه انگشتهای وشکسان ابتدا به بررسی معادلات حاکم بردینامیک سیالات می پردازیم. در حالت کلی دینامیک سیالات از معادله ناویر- استوکس پیروی می‌کند. این معادله به صورت تانسوری است و حل آن در حالت کلی بسیار پیچیده می باشد. به همین خاطر هل- شاو[۱] (۱۹۴۱-۱۸۵۴) مطالعات زیادی بر روی سیالات به منظور یافتن معادلاتی با جوابهای قابل دسترس در شرایط ساده تر انجام داد.

او از صفحات شیشه‌ای که با فاصله مناسبی روی یکدیگر قرار گرفته بودند (۰/۰۲ $inch$) که جریان بین آنها در تمام سرعتها لامینار خواهد بود، استفاده کرد [۱۴]. هل- شاو در سال ۱۸۹۸ سلول معروف خود را اختراع کرد که در آن خطوط جریان قابل مشاهده می باشد [۱۵]. در این سلول معادلات پیچیدهٔ ناویر- استوکس که مربوط به حرکت سیال هستند به روابط ساده زیر تبدیل می شوند، (این مسئله در فصل بعد به صورت مفصل بیان خواهد شد):

$$\vec{u} = -\frac{d^2}{12\eta}\vec{\nabla}p \quad , \quad \vec{\nabla}\cdot\vec{u} = 0 \quad , \quad \nabla^2 p = 0 \qquad (۱-۱)$$

فاصله کم دو صفحه شیشه ای موازی و مسطح در سلول هل-شاو و نیز داشتن ورودی و خروجی برای فشار اضافه اعمال شده در این سلول باعث شده است که بتوانیم شارش سیال را در آن دوبعدی در نظر بگیریم.

[۱] *Hele-Shaw*

در حدود ۵۰ سال بعد، دارسی معادله‌ای برای نفوذ سیال در محیط متخلخل به صورت $\vec{u} = -(k/\mu)\vec{\nabla}p$ بدست آورد [۱۶] که در آن k ضریب نفوذ در ماده و μ وشکسانی سیال را نشان می دهد.

بعدها برای سلول هل-شاو، معادله‌ای شبیه معادله دارسی بدست آمد که در آن نفوذ پذیری با مقدار $K = (d^2/12)$ بیان شد که d فاصلهٔ بین دو شیشه را مشخص می کرد. سلول هل – شاو برای شبیه سازی آبهای زیر زمینی به کار گرفته شد. همچنین از این سلول برای مدل سازی مشکلات ایجاد شده در جریان اکتشاف نفت با مشخصات طول $۲۰cm$ و عرض $۱۰cm$ و فاصله‌های $۱/۲\ mm$ و $۳/۷\ mm$ استفاده شد که سیالات مورد نیاز آن آب رنگی و گلیسیرین بودند. در این مدل سازی پدیده تشکیل نقشهای انگشت شدگی مشاهده شد.

پروفسور سافمن[۱] و سر تیلور[۲] نخستین آزمایشهای ناپایداری را با عنوان ناپایداری سافمن-تیلور انجام دادند که در سال ۱۹۵۸ نتیجه کار این دو دانشمند در مقاله‌ای با عنوان "نفوذ یک سیال در سلول هل-شاو که حاوی سیال وشکسان تری است" به چاپ رسید [۱]. آنها در آزمایشات خود نقش‌های انگشت مانندی را مشاهده کردند که نوک آنها کاملا گرد بود. آنها کمیت طول موج را بر حسب کسری از حجم سلول را که توسط سیال با وشکسانی کمتر اشغال شده بود تعریف کردند. آنها مشاهده کردند که این کمیت در تمام آزمایش‌ها به مقدار ثابت ۰/۵ میل می‌کند. آنها همچنین کمیت ثابت موئینگی را تعریف کردند که رابطه مشخصی را بین طول موج و سرعت حرکت بیان می‌کرد. نتایج بدست آمده توسط این دو دانشمند توسط محققان دیگر برای دیگر سیالات نیوتونی نیز تأیید شد [۱۷].

[۱] *G. Saffman*
[۲] *G. Taylor*

سافمن و تیلور اولین حل تحلیلی را برای مسئله ناپایداری انگشتها در سال ۱۹۵۸ ارائه کردند. آنها در محاسباتشان از کشش سطحی به علت مقدار خیلی کوچک آن صرفنظر کردند. به همین علت این تحلیل از دیدگاه ریاضی، خیلی دقیق نبود.

آنها در آزمایشهایشان از سلول هل-شاو برای بررسی جریانهای سطح آزاد استفاده کرده و دو پدیده اصلی زیر را مشاهده نمودند:

۱- ناپایداری فصل مشترک متحرک دو سیال، به سمت سیال وشکسان تر (ناپایداری سافمن-تیلور)

۲- رشد یک انگشت بلند و تنها

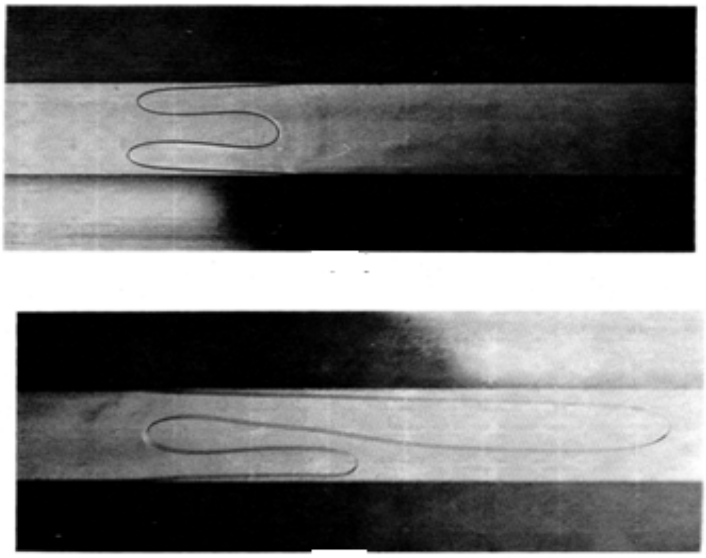
تحلیل پایداری خطی متحرک برای فصل مشترک دو سیال توسط سافمن و تیلور به صورت $x = ut + \xi e^{\alpha t}\sin(ny)$ درنظر گرفته شد که در آن $\alpha = nu$ سرعت رشد است و n یک عدد صحیح می باشد. سپس آنها اثرکشش سطحی را به صورت $p = -\sigma k$ بیان کردند که در آن k یک عدد ثابت است و p افت فشار در عبور از فصل مشترک بین دو سیال می باشد. در این حالت تغییرات سرعت رشد را به صورت $\alpha = nu - \sigma n^3$ بدست آوردند و تأثیر آن را در ایجاد ناپایداری در طول موجهای کوچک‌تر مشاهده نمودند [۱].

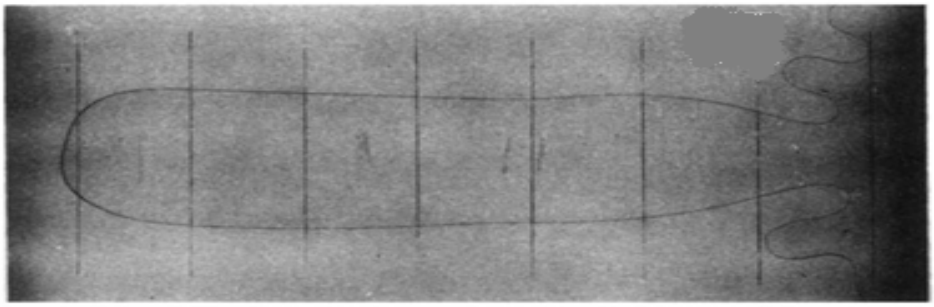
آنها متغییر مختلط ξ را برای یافتن پارامتری مربوط به جوابهای موجهای انگشتی شکل پیش رونده مطرح کردند. همان طور که گفته شد سافمن و تیلور در آزمایشهایشان مقدار کمیت λ را حدود ۰/۵ بدست آوردند. از سؤالاتی است که هنوز پاسخ درستی برای آن بیان نشده است این است که چرا سافمن و تیلور مقدار λ را در سیالات نیوتونی، که بر روی آنها آزمایش می‌کردند، همواره ۰/۵ بدست آوردند.

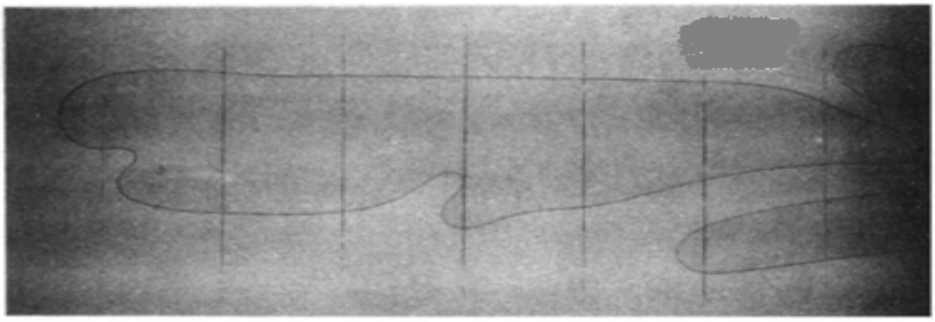
افراد زیادی در سالهای اخیر به بررسی مسائل مربوط به سلول هل-شاو در حالت‌ها و شرایط هندسی مختلف پرداخته اند. آنها با انواع تحلیل‌های دقیق و روش‌های متفاوت مانند شبیه

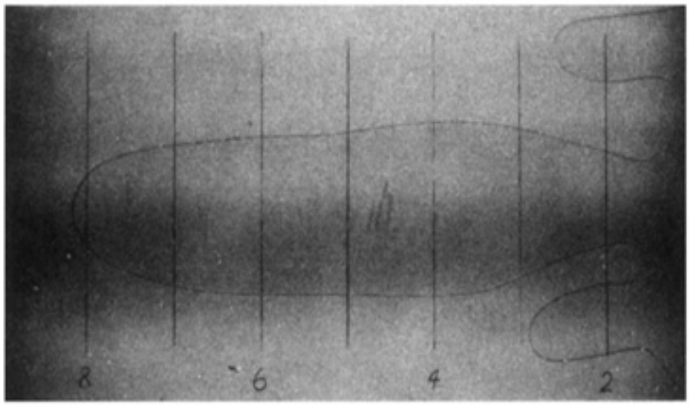
سازی و غیره این مسائل را بررسی کرده اند. مقالات فراوانی نیز در این زمینه بـه چـاپ رسـیده است [۱۸ و ۱۹ و ۲۰].

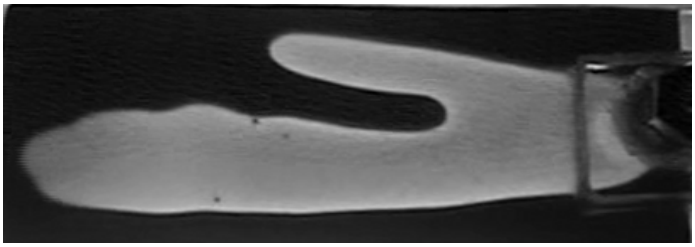
۱-۳ نمونه هایی از پدیده انگشت شدگی وشکسان در آزمایشگاه

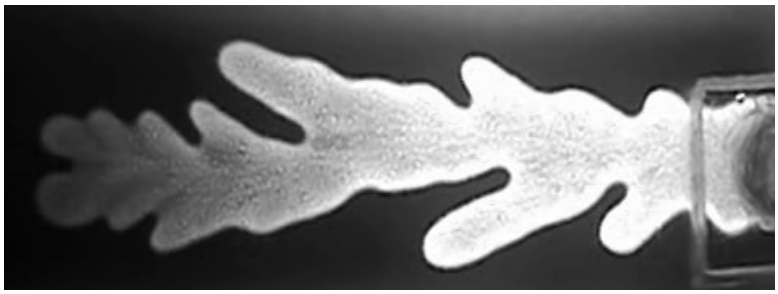


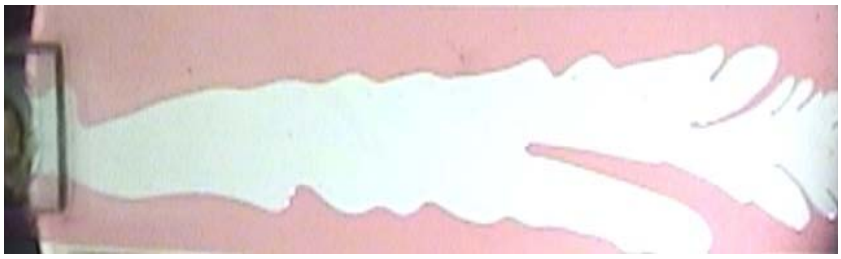





8
6
4
2







۱-۴ قانون دارسی

معادله حاکم بر حرکت سیالات در جریان هل-شاو، معادله دارسی می باشد. به همین خاطر توجه به این معادله حائز اهمیت می باشد. برای سیالات نیوتنی قانون دارسی نشان می‌دهد که سرعت انگشت با گرادیان فشار رابطه خطی دارد. در سیالات غیرنیوتنی این رابطه خطی نیست. اکنون این سؤال مطرح است که آیا با تعمیم قانون دارسی می‌توانیم رفتار غیرخطی سیالات غیر نیوتنی را بیان کنیم یا نیاز است روشهای دیگری برای توجیه رفتار دینامیکی سیال غیر نیوتنی به کار گرفته شود. بن و همکاران در سال ۱۹۹۵ برای سیالات غیر نیوتنی یک معادله تعمیم یافتهٔ دارسی را پیشنهاد کردند که در آن وشکسانی را تابع آهنگ برش در نظر گرفتند [۲۱].

۱-۵ سیالات نیوتونی و نانیوتونی

سیالات در اثر نیروی مماسی به صورت لایه هایی که روی یکدیگر می لغزند و یا می چرخند و یا به صورت های دیگر، حرکت می کنند. بنابراین مؤلفه مماسی نیرو عامل حرکت در سیالات است. به مؤلفه مماسی نیرو بر واحد سطح، *تنش برشی* گفته می‌شود. رابطه بین تنش برشی و سرعت برشی به صورت زیر بیان می شود:

$$s_{xy} = \eta \frac{\partial u_x}{\partial y} \qquad (۲-۱)$$

رابطه ۱-۲، فرمول وشکسانی نیوتن نامیده می شودکه در آن s_{xy} تنش برشی، u_x سرعت در جهت شارش و $\partial u_x/\partial y$ تغییرات این سرعت در جهت عمود بر جهت شارش سیال، و η وشکسانی سیال است که نیوتون در بررسی‌های خود آن را ثابت در نظر گرفت.

وشکسانی، مقاومتی است که به هنگام حرکت لایه های سیال بر روی هم در سیال ظاهر می شود. در واقع وجود چنین مقاومتی سبب می شود تا در سیال قابلیت انتقال تنش برشی

ایجاد گردد. نکته قابل توجه در قانون وشکسانی نیوتن آن است که با تکیه بـر ایـن قـانون مـی توان انواع سیال را از دیدگاه تنش برشی به دو دسته نیوتنی و غیـر نیـوتنی تقسـیم کـرد. اگـر رابطه تنش برشی و گرادیان سرعت خطی باشـد (وشکسـانی در معادلـه نیـوتن مقـداری ثابـت داشته باشد)، در آن صورت سیال مورد نظر نیوتنی نامیده می شود. از جملـه سـیالات نیـوتنی: آب، روغن موتور رقیق، الکل و هوا می باشد.

اگر رابطه تنش برشی وگرادیان سرعت غیر خطی باشد، سیال غیر نیـوتنی مـی باشـد. ایـن گونه سیالات وشکسانی معینی ندارند به همین علت برای آنها از وشکسانی ظاهری استفاده می شود. سیالات غیر نیوتنی به دو دسته مستقل از زمان و وابسـته بـه زمـان تقسـیم مـی شـوند. سیالات غیر نیوتنی مستقل از زمان به سه دسته سیالات ضـخیم *شـونده در بـرش*[1] (اتسـاعی)، *نازک شونده در برش*[2](شبه پلاستیک) و سیالات دارای خاصیت *تنش بازدهی*[3](پلاستیک ایـده آل) تقسیم می شود.

در سیالات ضخیم شونده در برش بـا افـزایش تـنش برشـی، وشکسـانی افـزایش مـی یابـد. بنابراین، در رابطه ۱-۲، η برای این سیالات در طول حرکت زیاد می شود کـه نمونـه هـایی از آن خاک رس، ترکیبات شیرین، نبات و نشاسته در آب می باشند.

در سیالات نازک شونده در برش با افزایش تنش برشی، وشکسانی کاهش می یابد. بنـابراین در رابطه ۱-۲، η برای این سیالات در طول حرکت کم می شود که نمونـه هـایی از آن مرکـب چاپ،گریس، رنگ، امولسیون ها و نشاسته می باشد.

سیالات دارای خاصیت تنش بازدهی، این مواد تا تنش مشخصی که تنش تسلیم نامیده مـی شود مانند جسم جامد عمل می کند ولی از آن پس جریان یافته و رفتار سیال را دارنـد. نمونـه هایی از این سیالات خمیر دندان و پارافین می باشد.

---

[1] *Shear Thickening*
[2] *Shear Thinning*
[3] *Yield Stress*