بسم الله الرحمن الرحیم

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

دانشکده مهندسی هوافضا

پایان‌نامه دوره کارشناسی ارشد مهندسی هوافضا-گرایش جلوبرندگی

تحلیل دینامیکی جریان سیال پس از فرایند قطع در مسیرهای هیدرولیکی

توسط:

سیدمهدی اسکندری

استاد راهنما:

دکتر حسن کریمی مزرعه‌شاهی

بهار ۱۳۹۲

تقدیم به:

پدر و مادر عزیزتر از جان و زحمتکشم

و

همسر عزیز و صبورم که تا اتمام این تحقیق بسی صبر و بردباری به خرج دادند.

تأییدیّه هیات داوران

(برای پایان نامه)

اعضای هیئت داوران، نسخه نهائی پایان نامه آقای **سیدمهدی اسکندری** را با عنوان:

تحلیل دینامیکی جریان سیال پس از فرآیند قطع در مسیرهای هیدرولیکی

از نظر فرم و محتوی بررسی نموده و پذیرش آن را برای تکمیل درجه **کارشناسی ارشد** تأیید می‌کند.

اعضای هیئت داوران	نام و نام خانوادگی	رتبه علمی	امضاء
استاد راهنما	دکترحسن‌کریمی	دانشیار	
استاد مشاور	مهندس محمد شفیعی	دانشجودکتری	
استاد مشاور			
استاد ممتحن	دکتر رضا ابراهیمی	دانشیار	
استاد ممتحن	دکتر حمید پرهیزگار	استادیار	
نماینده تحصیلات تکمیلی	دکتر رضا ابراهیمی	دانشیار	

تاسیس ۱۳۰۷
دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

اظهارنامه دانشجو

اینجانب **سید مهدی اسکندری** دانشجوی **کارشناسی ارشد** رشته **مهندسی هوافضا** در گرایش **جلوبرندگی** دانشکده **مهندسی هوافضا** دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی گواهی می‌نمایم که تحقیقات ارائه شده در پایان‌نامه با عنوان:

تحلیل دینامیکی جریان سیال پس از فرآیند قطع در مسیرهای هیدرولیکی

با راهنمایی استاد محترم **جناب آقای دکترحسن کریمی مزرعه شاهی** توسط شخص اینجانب انجام شده است. صحت و اصالت مطالب نگارش شده در این پایان‌نامه مورد تأیید می‌باشد. در مورد استفاده از کار دیگر محققان به مرجع مورد استفاده اشاره شده است. به علاوه گواهی می‌نمایم که مطالب مندرج در پایان‌نامه تاکنون برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی توسط اینجانب یا فرد دیگری در هیچ جا ارائه نشده است و در تدوین متن پایان‌نامه چارچوب (فرمت) مصوب دانشگاه را به طور کامل رعایت کرده‌ام.

امضاء دانشجو:

تاریخ:

حق طبع، نشر و مالکیت نتایج

۱- حق چاپ و تکثیر این پایان‌نامه متعلق به نویسنده و استاد راهنمای آن می‌باشد. هرگونه تصویربرداری از کل یا بخشی از پایان‌نامه تنها با موافقت نویسنده یا استاد راهنما یا کتاب‌خانه دانشکده مهندسی هوافضای دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی مجاز می‌باشد.

۲- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی می‌باشد و بدون اجازه کتبی دانشگاه به شخص ثالث قابل واگذاری نیست.

۳- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

تشکر و قدردانی

بدین وسیله از کلیه اساتید و دوستان عزیزم که در انجام این تحقیق مرا یاری نمودند کمال تشکر رادارم. به خصوص:

- جناب آقای دکتر حسن کریمی مزرعه شاهی استاد راهنمای عزیزم.
- جناب آقای دکتر رضا ابراهیمی که وقتشان را در اختیارم گذاشتند و نقش مشاوری دلسوز را برایم داشتند.
- جناب آقای دکتر پرهیزگار که صادقانه و بدون منت از مشورت‌هایشان دریغ نکردند.
- جناب آقای مهندس محمد شفیعی دهج که در طول انجام این تحقیق یاری‌ام نمودند.
- جناب آقای حسین هاشمی نسب و مهندس پور رجبیان که در برخی مشکلات نرم افزاری تحقیق، از کمک‌هایشان از استفاده نمودم.
- جناب مهندس کاظم خانپور و برادر ارجمندم مهندس سید امین اصفهانی که در مراحل آماده‌سازی تحقیق کمک بسیاری نمودند.
- جناب آقای مهندس حامد ده پناه که از تجاربشان در زمینه کدنویسی فلوئنت استفاده نمودم.

چکیده

فرآیند خاموشی در موتورهای سوخت مایع یکی از مباحث کلیدی و حیاتی محسوب می‌شود. فرآیند قطع در موتورهای سوخت مایع از نوع فرآیندهای متغیر با زمان می‌باشد. این فرآیند با فرمان فعال نمودن شیرهای کنترلی قطع آغاز می‌شود. موفقیت آمیز بودن مأموریت، به تحلیل و پیش‌بینی این فرآیند بستگی خواهد داشت و عدم کنترل و پیش بینی دقیق رفتار موتور پس از خاموشی، ممکن است به شکست مأموریت و حتی انهدام موتور بیانجامد. به‌همین علت، تعیین مقدار دبی عبوری پس از شیر قطع و میزان ایمپالس پس از خاموشی به‌طور دقیق، جهت بررسی رفتار موتور پس از خاموشی،مهم می‌باشد. امروزه کدهای تجاری مختلف، شبیه‌سازی فرآیندهای پیچیده جریان سیال را با در نظر گرفتن اثرات کاویتاسیون و جریان چندفازی، در اختیار محققان قرار می دهند. در پژوهش حاضر برای شبیه سازی فرآیند قطع از نرم افزار FLUENT استفاده گردیده است. مدل‌سازی این فرآیند با توجه به افت فشار و رسیدن فشار به فشار بخار سیال در پایین دست جریان پس از انسداد مسیر و ایجاد حباب، با انتخاب مدل مخلوط چندفازی و فعال نمودن اثرات کاویتاسیون و بر اساس معادلات انتقال انجام گرفته است. نتایج محاسباتی به‌دست آمده با داده‌های تجربی موجود مقایسه گردیده و سعی شده است تا روند تغییرات و رفتار آن‌ها صحه‌گذاری شود.

.**کلید واژه**: فرآیند قطع، تحلیل جریان، جریان چندفازی، FLUENT، شیر قطع

فهرست مطالب

عنوان	صفحه
فصل۱: مقدمه	۱
۱-۱- تاریخچه و مرور کارهای قبل	۲
۱-۲- هدف از انجام تحقیق	۴
۱-۳- ساختار گزارش	۵
فصل۲: مفاهیم پایه	۶
۲-۱- مقدمه	۷
۲-۲- ویژگی‌های موتورهای سوخت مایع	۷
۲-۳-اجزا ی اصلی و تجهیزات موتور سوخت مایع	۱۲
۲-۳-۱- سیستم تغذیه موتور سوخت مایع	۱۳
۲-۳-۲- مولد گاز	۱۴
۲-۳-۳- لوله‌های انتقال مولفه‌های سوخت و اکسیدکننده	۱۵
۲-۳-۴- دستگاه‌های کنترل موتوری	۱۶
۲-۴- خاموشی در موتورهای سوخت مایع	۱۷
۲-۴-۱- اهمیت خاموشی در موتورهای سوخت مایع	۱۷
۲-۴-۲- خاموشی یا پایان کار موتور	۱۹
۲-۴-۳- شرایط خاص در خاموشی موتور	۲۱
۲-۴-۴- فرآیند قطع در خاموشی موتور	۲۲
۲-۴-۵- تشریح فرآیند قطع در موتور سوخت مایع	۲۲
۲-۴-۶- ایمپالس پس از قطع	۲۵

۲-۴-۷- شیر قطع ۲۹

فصل۳: حل عددی جریان پایین دست ۳۰

۳-۱- مقدمه ۳۱

۳-۲- معادلات حاکم بر جریان سیال و انتقال حرارت برای روش حجم محدود در فلوئنت ۳۲

۳-۲-۱- معادله بقای جرم در حالت سه‌بعدی ۳۲

۳-۲-۲- معادله اندازه حرکت در حالت سه بعدی ۳۳

۳-۲-۳- معادله انرژی در حالت سه‌بعدی ۳۵

۳-۲-۴- معادلات ناویر – استوکس برای سیال نیوتنی ۳۶

۳-۳- شبکه‌بندی دینامیکی ۳۶

۳-۳-۱- روش بازسازی شبکه ۳۷

۳-۳-۲- روش بازسازی شبکه محلی ۳۸

۳-۳-۳- روش هموارسازی ۳۹

۳-۳-۴- روش لایه‌بندی دینامیکی ۴۱

۳-۳-۵- کاربردهای روش لایه‌بندی دینامیکی ۴۳

۳-۴- تئوری جریان‌های چندفازی ۴۴

۳-۴-۱- جریان‌های گاز- مایع یا مایع- مایع ۴۴

۳-۴-۲- جریان‌های گاز – جامد ۴۵

۳-۴-۳- جریان‌های مایع- جامد ۴۵

۳-۴-۴- جریان‌های سه‌فازی ۴۶

۳-۴-۵- مثال‌هایی از سیستم‌های چندفازی ۴۶

۳-۴-۶- انتخاب یک مدل چندفازی ۴۷

۳-۴-۷- دیدگاه‌های مدل‌سازی جریان‌های چندفازی ۴۷

۳-۴-۸- دیدگاه اولر – اولر ۴۷
۳-۴-۹- مدل VOF ۴۸
۳-۴-۱۰- مدل مخلوط ۴۸
۳-۴-۱۱- مدل اولری ۴۸
۳-۴-۱۲- مقایسه مدل‌ها ۴۹
۳-۴-۱۳- راهنمای انتخاب میان مدل‌های مخلوط و اولری ۵۰
۳-۴-۱۴- پایداری و همگرایی ۵۱
۳-۴-۱۵- تئوری مدل مخلوط ۵۲
۳-۴-۱۶- محدودیت‌ها ۵۲
۳-۴-۱۷- تئوری مدل اولری ۵۴
۳-۴-۱۸- محدودیت‌ها ۵۵
۳-۵- مدل‌های کاویتاسیون ۵۶
۳-۵-۱- مدل کاویتاسیونی اصلی ۵۷
۳-۵-۲- قابلیت‌های مدل کاویتاسیون ۵۸
۳-۵-۳- محدودیت‌های به‌کار گیری مدل کاویتاسیون در فلوئنت: ۵۸
۳-۵-۴- کسر جرمی بخار و انتقال بخار ۵۹
۳-۵-۵- همگرایی در مدل کاویتاسیون ۶۰
۳-۵-۶- ضرایب آسایش ۶۰
۳-۵-۷- شرایط اولیه ۶۱
۳-۵-۸- گازهای غیر قابل میعان ۶۱
۳-۵-۹- محدودیت‌های متغیرهای وابسته ۶۲
۳-۵-۱۰- ضریب آسایش برای معادله تصحیح فشار ۶۲

۳-۵-۱۱- طرح‌های انفصال‌سازی فشار ۶۲
۳-۵-۱۲- قابلیت مدل کاویتاسیون گسترش یافته ۶۳
۳-۶- تعریف مدل هندسی ۶۳
۳-۶-۱- مدل آشفتگی ۶۴
فصل۴: نتایج ۶۷
۴-۱- بررسی نتایج ۶۸
۴-۱-۱- بررسی ایجاد کاویتاسیون پس از فرآیند قطع، در پایین دست شیر ۶۹
۴-۲- نتیجه‌گیری ۸۰
۴-۳- استقلال از شبکه ۸۱
۴-۴- پیشنهادات برای پژوهش‌های آتی ۸۳
۴-۵- مراجع ۸۴

فهرست شکل‌ها

عنوان **صفحه**

شکل (۲-۱) موتور سوخت مایع با سیستم تغذیه‌ی دمشی[۷] ۹
شکل (۲-۲) مسیر عبور سوخت و اکسنده از پمپ‌ها تا محفظه احتراق[۸] ۹
شکل (۲-۳) ۰ موتور سوخت مایع با سیستم تغذیه توربوپمپی[۷] ۱۱
شکل (۲-۴) مدلی از موتور پیشران مایع و سیکل باز آردی-۱۰۷[۸] ۱۱
شکل (۲-۵) شمای کلی از یک ماهواره‌بر سه مرحله ای ۱۷
۱- باک های سوخت ۲- موتورها ۳- محموله ۴- مقاطع اتصال باک ها[۹] ۱۷
شکل (۲-۶) نمای جانبی و برش خورده از انژکتور یک موتور سوخت مایع[۱۱] ۲۴
شکل (۲-۷) تغییر فشار محفظه هنگام خاموشی موتور و مراحل ویژه شکل گیری ضربه پس از قطع[۳] ۲۵
شکل (۲-۸) شیر قطع[۱] ۲۹
شکل (۳-۱) المان سیال مربوط به قوانین بقا[۱۳] ۳۲
شکل (۳-۲) جریان جرمی ورودی و خروجی از المان[۱۳] ۳۳
شکل (۳-۳) مولفه های تنش روی المان سیال[۱۳] ۳۴
شکل (۳-۴) پنجره مش دینامیک در نرم افزار فلوئنت[۱۷] ۳۹
شکل (۳-۵) فشرده شدن ناحیه شبکه‌بندی شده ۴۰
شکل (۳-۶) . لایه‌بندی دینامیکی ۴۲
شکل (۳-۷) نتایج تقسیم لایه با نسبت ثابت در هندسه ولو ۴۳
شکل (۳-۸) نمونه‌هایی از رژیم های چند فازی ۴۶
شکل (۳-۹) هندسه شیر قطع ۶۳
شکل (۳-۱۰) شبکه‌بندی هندسه ۶۴
شکل (۴-۱) تولید بخار آب در پایین دست شیر [۲۲] ۷۰
شکل (۴-۲) پیشروی حباب تولیدی در زمان عملکرد ۰/۱ ثانیه ۷۱
شکل (۴-۳) برگشت حباب تولیدی در زمان عملکرد ۰/۱ ثانیه ۷۱
شکل (۴-۴) از بین رفتن حباب تولیدی در زمان عملکرد ۰/۱ ثانیه ۷۲
شکل (۴-۵) تشکیل حباب هوا در زمان عملکرد ۰/۰۵ ثانیه ۷۲
شکل (۴-۶) برگشت حباب تولیدی در زمان عملکرد ۰/۰۵ ثانیه ۷۳
شکل (۴-۷) از بین رفتن حباب تولیدی در زمان عملکرد ۰/۰۵ ثانیه ۷۳
شکل (۴-۸) تشکیل حباب هوا در زمان عملکرد ۰/۰۱ ثانیه ۷۴
شکل (۴-۹) برگشت حباب تولیدی در زمان عملکرد ۰/۰۱ ثانیه ۷۴
شکل (۴-۱۰) از بین رفتن حباب تولیدی در زمان عملکرد ۰/۰۱ ثانیه ۷۵
شکل (۴-۱۱) تغییرات فشار قبل از انژکتورها در زمان عملکرد ۰/۰۱ ثانیه ۷۷
شکل (۴-۱۲) تغییرات فشار قبل از انژکتورها در زمان عملکرد ۰/۰۵ ثانیه ۷۷
شکل (۴-۱۳) تغییرات فشار قبل از انژکتورها در زمان عملکرد ۰/۱ ثانیه ۷۸
شکل (۴-۱۴) تغییرات دبی قبل از انژکتورها در زمان عملکرد ۰/۱ ثانیه ۷۸

شکل (۴-۱۵) تغییرات دبی قبل از انژکتورها در زمان عملکرد ۰/۰۵ ثانیه ۷۹
شکل (۴-۱۶) تغییرات دبی قبل از انژکتورها در زمان عملکرد ۰/۰۱ ثانیه..... ۷۹
شکل (۴-۱۷) نتایج شبیه سازی ریاضی و سه تست تجربی[۳]..... ۸۰
شکل (۴-۱۸) مقایسه تغییرات دبی جرمی در زمان عملکردهای مختلف..... ۸۱
شکل (۴-۱۹) تغییرات دبی جرمی در زمان عملکرد ۰/۰۵ ثانیه با شبکه‌های مختلف ۸۲

فصل۱: مقدمه

۱-۱- تاریخچه و مرور کارهای قبل

تاکنون در دنیا در خصوص موتور ماهواره بر سوخت مایع و به‌طور خاص در زمینه‌ی شیرآلات این موتورها تحقیقات وسیع و مطالعات گسترده‌ای صورت گرفته است که در این‌جا به برخی از آنها اشاره می‌شود:

در سال ۱۹۶۴ یک دانشمند روسی به نام پروفسور ماخین[۱] برای اولین بار به‌طور مبسوط و کامل قانون اول ترمودینامیک و قانون بقای انرژی را در مورد شیرآلات کنترلی بررسی کرد. در این تحقیقات این دانشمند، همچنین مسائلی از قبیل بررسی تغییرات نسبت دبی اکسنده به دبی سوخت بر حسب زمان در استبیلایزرها و استخراج کامل روابط و معادلات مربوط به پر شدگی مسیرها نیز انجام گرفته است. پروفسور ماخین در کارهای تحقیقاتی خود مقادیر متوسط پارامترها را در نظر گرفته و فرآیندهای دینامیکی را با در نظر گرفتن تغییرات محدود پارامترها بررسی کرده است، بر این اساس تحقیقات وی بر مبنای سیستم معادلات خطی انجام گرفته است و روش خطی کردن و ترتیب تعیین ضرائب معادلات نیز در این تحقیقات ارائه گردیده است. در سال های ۱۹۶۹ تا ۱۹۸۳ دانشمندان دیگری به نام‌های بلیک[۲]، پریسنیاکو[۳] و ماخین اصول تئوری کنترل اتوماتیک را در موتورهای سوخت مایع تعیین کردند. در تحقیقات این دانشمندان دسته‌بندی سیستم‌های کنترل اتوماتیک ارائه گردیده است و همچنین روش‌های محاسبه‌ی مشخصه‌های دینامیکی و استاتیکی شیرآلات کنترلی و سیستم موتور آمده است. مطالب اصلی در این مرجع به مسائل پایداری سیستم های کنترل اتوماتیک و روش‌های بررسی آن‌ها مرتبط می‌باشد. بین سال‌های ۱۹۷۴ تا ۱۹۸۶،پروفسور گلیکمن[۴] اصول تئوری کنترل اتوماتیک در موتورهای سوخت مایع، روش‌های مدل‌سازی ریاضی شیرآلات کنترلی و تعیین و محاسبه‌ی مشخصه‌های دینامیکی موتورهای سوخت مایع را ارائه کرد. در

---

[۱] Moshkin
[۲] Blik
[۳] Prisniakov
[۴] Glikman

مرجع روش‌های تعیین معادلات ریاضی مسیرهای هیدرولیکی و گازی برای دو محدوده‌ی فرکانس بالا و پایین و دینامیک سیستم و نتایج آنالیز ارتعاشی آن بیان شده است.

در سال ۱۹۷۸ دیاتو[۱]، کالنین[۲] و شویاکو[۳] اصول تئوری کنترل و تنظیم المان‌های کنترلی در موتورهای ماهواره‌بر سوخت مایع و روش مدل‌سازی ریاضی سیکل کارکرد آن‌ها را در رژیم‌های کاری مختلف ارائه کردند. تئوری انواع رگولاتورها مورد استفاده در موتورهای ماهواره‌بر سوخت مایع و بررسی مشخصه‌های آن‌ها نیز به‌صورت مبسوط در مرجع فوق شرح داده شده است. قسمت اصلی و عمده این کتاب به بررسی مدل ریاضی فرآیندهای عملکردی رگولاتورها و استبیلایزرها اختصاص یافته است [۱].

در سال ۱۹۹۸ در دو مقاله مربوط به پروفسور گلیکمن و دکتر کریمی به‌طور مشروح در خصوص تعیین مشخصه‌های دینامیکی رگولاتورهای مورد استفاده در موتورهای سوخت مایع به صورت تحلیلی و تجربی و همچنین در زمینه مدل ریاضی آن صحبت شده است [۱].

با توجه به اهمیت صنایع هوافضای در کشور ولزوم توسعه‌ی این صنعت، در چند سال اخیر در داخل کشور تحقیقاتی در زمینه‌ی موتور سوخت مایع و تمامی اجزای تشکیل دهنده‌ی آن، از جمله شیرآلات کنترلی و شیر قطع انجام گرفته است که به برخی از آنها اشاره می‌شود.

بین سالهای ۱۳۸۱ تا ۱۳۸۳ دکتر کریمی، دکتر نصیر هرند، مهندس جعفر قلی، مهندس بهشتی و ... در زمینه شبیه‌سازی و مدل‌سازی غیر خطی موتورهای سوخت مایع، مدل چند ورودی – چندخروجی و تک ورودی- تک خروجی موتور سوخت مایع در حوزه فرکانس، طراحی رگولاتور تراست، استبیلایزر و رداکتور هیدرولیکی در موتور سوخت مایع، بررسی پدیده هیسترزیس در رگولاتو تراست و ... مطالعات گسترده‌ای انجام دادند[۱].

---

[۱] Diatov

[۲] Kalnin

[۳] Sheviakov

در سال ۱۳۸۳ تحلیل جامعی توسط مهندس خاوری و دکتر کریمی روی یک شیر کنترلی استبیلایزر صورت پذیرفت که در آن مدل‌سازی و شبیه‌سازی کاملی از استبیلایزر یک موتور خاص انجام شده است[۲]. در سال ۱۳۸۵ نیز تحلیلی توسط دکتر کریمی، دکتر نصیرهرند و مهندس جعفرقلی در مورد فرآیند قطع صورت پذیرفت که در آن مدل‌سازی فرآیند قطع یک موتور خاص بر اساس تخمین کاهش در دبی ورودی شیرهای قطع، به دنبال حل مسیرهای هیدرولیکی با استفاده از روش نیوتن رافسون بررسی گردید [۳].

در سال ۱۳۹۱ نیز تحلیل دیگری توسط مهندس شفیعی، دکتر کریمی، دکتر ابراهیمی و مهندس کلب خوانی در مورد شبیه‌سازی ریاضی فرآیند قطع صورت گرفت[۴].

۱-۲- هدف از انجام تحقیق

تاکنون در زمینه تحلیل فرآیند قطع، تحقیقات انجام گرفته، بر روی تغییرات جریان در بالا دست مد نظر بوده است و تقریباً تمامی پژوهش‌ها و مقالات، به مباحث ضربه هیدرولیکی و اثرات آن اختصاص یافته است اما در تحقیق حاضر با توجه به اهمیت تحلیل جریان در پایین دست شیر، جهت تخمین هر چه صحیح‌تر رفتار موتور در رژیم خاموشی، به تحلیل فیزیک جریان و حل عددی جریان در پایین دست شیر پرداخته می‌شود.

هدف اصلی انجام این پژوهش به‌دست آوردن نحوه تغییرات دبی جرمی و تغییرات فشار پس از فرآیند قطع در پایین دست شیر قطع، جهت پیش‌بینی میزان ایمپالس پس از قطع در موتور می‌باشد. همچنین تحقیق و بررسی دینامیک سریع فرآیند قطع و تحلیل فیزیک جریان سیال پس از قطع شیر، در فاصله بین پیستون و انژکتورها یکی از اهداف انجام این پژوهش می‌باشد که این امر با بررسی سرعت عملکردهای متفاوت برای حرکت پیستون و انسداد مسیر مورد بررسی قرار گرفته است و نتایج آن به‌صورت کانتور و نمودار تغییرات دبی جرمی و فشار به تفصیل در قسمت نتایج آورده شده

است.

۱-۳- ساختار گزارش

این پژوهش در چهار فصل تدوین گردیده است. در فصل اول، به صورت اجمالی عملکرد موتورهای سوخت مایع و اجزا و متعلقات آن مورد بررسی قرار گرفته است. در فصل دوم اهمیت رژیم خاموشی در موتورهای سوخت مایع بیان گردیده است و به تفصیل در این مورد مطالبی بیان شده است و در ادامه این فصل، فرآیند قطع در رژیم خاموشی این موتورها تشریح گردیده است. فصل سوم به حل عددی و مباحث پیرامون آن از جمله شبکه دینامیکی اختصاص یافته است و پس از بیان مطالبی پیرامون جریان‌های چند فازی، در انتهای این فصل هندسه مورد بررسی، تشریح گردیده است. آخرین فصل این پژوهش نیز، شامل نتایج به‌دست آمده از شبیه سازی انجام گرفته و بررسی و مقایسه‌ی آن‌ها با داده‌های تجربی می‌باشد.

فصل ۲: مفاهیم پایه