بِسْمِ ٱللَّهِ ٱلرَّحْمَٰنِ ٱلرَّحِيمِ

دانشگاه شهید باهنر کرمان

دانشکده علوم - بخش فیزیک

پایان نامه برای تکمیل دوره کارشناسی ارشد فیزیک

تحت عنوان

کوانتش میدانهای الکترومغناطیسی در کاواک فابری پرو

مؤلف:

داود صدیقی مورنانی

استاد راهنما:

دکتر محمدرضا مطلوب

مهرماه ۱۳۷۶

۱۳۷۹ /۷/ ۲۵

بسمه تعالی

این پایان نامه

به عنوان یکی از شرایط احراز درجه کارشناسی ارشد

به

بخش فیزیک

دانشکده علوم ، دانشگاه شهید باهنر کرمان

تسلیم شده است و هیچ گونه مدرکی به عنوان فراغت از تحصیل دوره مزبور شناخته نمی شود.

امضاء

دانشجو : داود صدیقی مورنانی

استادراهنما: آقای دکتر محمد رضا مطلوب

داور۱: آقای دکتر جعفر جهانپناه

داور۲: آقای دکتر حسن فاطمی امام غیث

داور۳:

داور۴:

ناچیز رهتوشهٔ دانش‌اندوزی‌ام، برگ سبزی است

تقدیم به:

پدر فداکار، مادر دلسوز

و خانوادهٔ عزیـزم

تشکر و قدردانی

من لم یشکرالمخلوق لم یشکرالخالق

لازم می‌دانم که با تقدیم برترین درودها و تحیّات بر استاد بزرگوارم آقای دکتر محمدرضا مطلوب که همواره با سعهٔ صدر و گشاده‌روئی بنده را در حل مشکلات یاری نموده‌اند، صمیمانه تشکر نمایم.

همچنین از سایر اساتید بخش فیزیک، دکتر محمد آقا بلوری‌زاده، دکتر علیرضا بهرامپور، دکتر سیدجلیل‌الدین فاطمی، دکتر مجید رهنما، که در طول این دوره از وجود عالمانهٔ ایشان بهره‌مند بوده‌ام، سپاسگزارم.

از راهنمائی‌ها و نظرات اعضای محترم کمیتهٔ داوری پایان نامه، آقایان دکتر جعفر جهانپناه و دکتر حسن فاطمی امام غیث کمال قدردانی و تشکر را دارم.

از مرکز بین‌المللی علوم و تکنولوژی پیشرفته و علوم محیطی به جهت همکاری و مساعدتهای مالی نیز سپاسگزاری می‌کنم.

داود صدیقی

مهرماه ۱۳۷۶

چکیده

در این پایان‌نامه نخست به روشهای مختلف کوانتش میدانهای الکترومغناطیسی می‌پردازیم. در این راستا ابتدا به کوانتش میدان به روش بسط بر حسب توابع مد و روش لاگرانژی اشاره می‌شود و سپس روش تابع گرین که یکی از روشهای مفید در حضور ماده و سطح یا سطوح مرزی است معرفی شده است، در این روش هیچگونه مدل خاصی برای تابع دی‌الکتریک محیط در نظر گرفته نمی‌شود.

کاواک فابری پرو، شامل دو تیغه دی‌الکتریک موازی با ضخامت محدود در فضای تهی، را در نظر گرفته و عملگرهای میدان کوانتیزه در ناحیه‌های مختلف را با استفاده از روش تابع گرین بدست می‌آوریم. برای اطمینان از صحت کوانتش میدانها، روابط جابجائی بندادی را در هر نقطه از فضا بررسی می‌کنیم. عبارتهای نهایی برای عملگرهای فنای راست‌رو و چپ‌رو با موارد خاصی که در متون علمی وجود دارند مقایسه می‌شوند.

در پایان تابع بستگی میدان خلاء در هر نقطه از فضا محاسبه می‌شود و برای حالت‌های مختلف رسم می‌شود.

فهرست

فصل اول :

مقدمه

مطالعهٔ نظریه کوانتومی نور از زمانی آغاز شد که پلانک (۱۹۰۰) دریافت، توزیع طیف انرژی تابشی از چشمهٔ گرمائی را می‌تواند با فرض کوانتیزه بودن انرژی نوسانگر هماهنگ ساده توضیح دهد. بدین صورت انرژی یک نوسانگر هماهنگ با فرکانس زاویه‌ای ω تنها می‌تواند مضرب درستی از $\hbar\omega$ باشد که در آن $\hbar = h/2\pi$ (h ثابت پلانک) است.در سال ۱۹۰۵ اینشتین پدیدهٔ فوتوالکتریک را با فرض ذره‌ای بودن تابش الکترومغناطیسی توصیف کرد. او نشان داد که در این آزمایش انرژی باریکهٔ نوری در دسته‌های گسسته[1] که بعداً فوتون نامیده شد، توزیع شده است.

تا سال ۱۹۱۷ که اینشتین مقاله‌ای تحت عنوان نظریهٔ کوانتومی تابش[2] منتشر کرد، همواره فرض بر این بود که اگر مولکولی در یک میدان تابشی واقع شود، این تابش به مولکول مورد نظر انرژی خواهد داد و مولکول این انرژی را جذب خواهد کرد. در آن مقاله اینشتین نشان داد، که علاوه بر پدیدهٔ جذب ممکن است مولکول وادار به تابش انرژی با طول موج تابش فرودی شود. این نوع تابش را تابش القائی[3] نامید، که در برابر تابش معمولی مولکول، تابش خود بخود[4]، قرار دارد. در این صورت انرژی تابش القائی به انرژی میدان تابشی خروجی افزوده خواهد شد، مولکول به جای اینکه انرژی از میدان خارجی بگیرد، به آن انرژی می‌دهد. سرانجام در سال ۱۹۲۶ کوانتای تابش فوتون نامیده شد.

این واقعیت که مکانیک کوانتومی بهترین توصیف از پدیده‌های فیزیکی را در بر دارد، ما را بر آن می دارد که گویاترین تصویر از میدان تابشی را در شکل کوانتومی آن جستجو کنیم، که در آن مشاهده‌پذیرهای میدان $\vec{E}$ و $\vec{B}$ توسط عملگرها نمایش داده می‌شوند. در عمل نیز دیده می‌شود که فرایند کوانتش، اثرهای مکانیک کوانتومی را به خواص میدان تابشی مربوط می‌کند. برای مثال

1- Discrete bundles
2- Quantum Theory of Radiation
3- Stimulated Radiation
4- Spontaneous Radiation

داشتن موج الکترومغناطیسی که دامنه و فازش هر دو به طور دقیق مشخص شده باشند، غیرممکن است. در حقیقت اختلاف اصلی میان حالت کوانتومی و کلاسیک در اصل عدم قطعیت نهفته است.

در فصل دوم این رساله پس از بیان اصول اولیه کوانتش، سازگار با اصل عدم قطعیت، به روابط جابجائی مهمی بین پتانسیل برداری و اندازه حرکت تعمیم یافته آن می‌رسیم که معیاری برای کوانتش صحیح میدانها است. همچنین در این فصل روش جدیدی برای کوانتش میدانهای الکترومغناطیسی با استفاده از تابع گرین، در محیطی مادی که هم ماهیت اتلاف(۱) و هم ماهیت پاشندگی(۲) از خود بروز می‌دهد را در حضور سطوح مرزی ارائه می‌کنیم[۲و۱]. در این فرمولبندی اتلاف بوسیلهٔ نیروی لانجوین(۳) بیان می‌شود. نیروی لانجوین شکل تغییر یافته‌ای از چگالی جریان نوفه(۴) می‌باشد. ویژگی این روش آنستکه در آن از هرگونه مدل خاصی برای تابع دی‌الکتریک(۵) محیط اجتناب می‌شود.

در فصل سوم، ابتدا به معرفی مدلی برای انتشار یک پرتو غیرکلاسیک، در محیطی پاشنده پرداخته و سپس با استفاده از این مدل به محاسبهٔ روابط جابجائی بین عملگرهای خلق و فنا در داخل کاواک فابری پرو(۶) می‌پردازیم و اشاره‌ای به ناهنجاری این روابط خواهیم داشت [۹]. با استفاده از محاسبات انجام شده در[۱۰] دلیل ناهنجاری این روابط را بیان کرده و سپس میدانهای الکترومغناطیسی داخل کاواک را کوانتیزه کرده و روابط جابجایی بندادی(۷) بین مختصه و اندازه حرکت را با استفاده از این میدانها تحقیق خواهیم کرد.

1- Disipation
2- Dispersion
3- Langevin force
4- Source noice
5- Dielectric function
6- Fabry-prot cavity
7- Canonical Commutation Relation

در فصل چهارم جهت آشنایی هر چه بیشتر با روش کوانتش بوسیله تابع گرین بـه کـوانـتش میدانها درکاواک فابری پرو خواهیم پرداخت. در این راستا ابتدا تابع گرین را در بازه‌های مختلف هندسه مورد نظر بدست می‌آوریم و سپس با حل قسمت همگن معادلهٔ موج میدانهای کوانتیزه را در مناطق گوناگون می‌یابیم. برای اطمینان از صحت میدانهای کوانتیزه روابط جابجایی بندادی را در بازه‌های مختلف تحقیق می‌کنیم. در این فصل میدانهای کوانتیزه شده و روابط جابجایی بین عملگرهای خلق و فنا و روابط جابجایی بندادی در داخل کاواک را با نتایج فصل قبل مقایسه می‌کنیم. در پایان فصل چهارم افت و خیزهای میدان خـلاء(1) را در بـازه‌های مـختلف کـاواک بدست می‌آوریم.

انتخاب کاواک فابری پرو و کوانتش میدان الکترومغناطیسی برای این هندسه خاص به دلیل نقش بسیار مهم این وسیلهٔ اپتیکی در آزمایشهای اپتیک کوانتومی است. از آنجا که کاواک فابری پرو در لیزرها و فیلترهای اسپکتروسکپی کاربرد وسیعی دارد، داشتن میدانهای کوانتیزه در مناطق مختلف این هندسه بدون در نظر گرفتن مدل خاصی برای تابع دی الکتریک دیواره‌های کاواک، حائز اهمیت است.

1- Vacuum field fluctuation

فصل دوم :

کوانتش میدانهای الکترومغناطیسی

روند رو به رشد روشهای تجربی در اپتیک کوانتومی در مواد گوناگون باعث توسعهٔ تکنیکهایی برای کوانتش میدانهای الکترومغناطیسی در دی‌الکتریکها یا خلاء شده است. نظریهٔ کوانتومی میدانهای تابشی تشابه زیادی با نظریهٔ کلاسیک دارد. بردار میدان در این نظریه به جای کمیت جبری در نظریه کلاسیک با عملگر(1) نمایش داده می‌شود، اما هر دو نظریه بر معادلات ماکسول(2) استوارند. بدست آوردن نظریه کوانتومی از طریق کلاسیک غیر ممکن است، اما گذار به محدودهٔ کوانتومی آسان‌تر خواهد بود، اگر نظریه الکترومغناطیس کلاسیک به شکل مناسب و گویایی بیان شود. هدف نخستین فصل حاضر کوانتش میدان الکترومغناطیسی با استفاده از تبدیل معادلات ماکسول به شکل نوسانگر هماهنگ ساده است [۳].

۲-۱) کوانتش میدان الکترومغناطیسی در فضای تهی به روش بسط بر حسب توابع مد.

میدان الکترومغناطیسی را می‌توان با وابسته کردن نوسانگرهای هماهنگ ساده کوانتومی به هر مد تابشی به آسانی کوانتیزه کرد.

معادلات ماکسول در محیطی مادی در غیاب چشمه عبارتند از:

$$\vec{\nabla}.\vec{D}=0 \qquad (۱-۲)$$

$$\vec{\nabla}.\vec{B}=0 \qquad (۲-۲)$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \qquad (۳-۲)$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{H}=\frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \qquad (۴-۲)$$

همانطورکه می‌دانیم میدان الکتریکی $\vec{E}$ و میدان مغناطیسی $\vec{B}$ می‌توانند از یک پتانسیل اسکالر ϕ

1- Operator

2- Maxwell equation

و پتانسیل برداری $\vec{A}$ بوسیلهٔ روابط زیر بدست آیند:

$$\vec{E}= -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \vec{\nabla}\phi \tag{۵-۲}$$

$$\vec{B}= \vec{\nabla}\times\vec{A} \tag{۶-۲}$$

در غیاب چشمه بهتر آنستکه برای بدست آوردن میدانهای تابشی[۱] از پیمانهٔ کولمب[۲] $\vec{\nabla}.\vec{A}=0$ با $\phi=0$ استفاده کنیم. معادلات (۲-۱)، (۲-۲) و (۲-۳) با جایگذاری روابط (۲-۵) و (۲-۶) خودبخود برآورده می‌شوند و معادلهٔ (۲-۴) به صورت

$$\nabla^2 \vec{A} - \frac{1}{C^2}\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2}=0 \tag{۷-۲}$$

درمی‌آید. باید توجه کرد که جوابهای معادلهٔ فوق فقط میدانهای تابشی را می‌دهد.

تبدیل فوریه پتانسیل برداری، یا معادل آن بسط فوریه پتانسیل برداری بر حسب توابع مد[۳] در جعبه مکعب شکلی به حجم $\Omega=L^3$ را در نظر می‌گیریم. با اینکار در حقیقت یک مجموعه از توابع مد پیوسته را با مجموعه‌ای گسسته جایگزین می‌کنیم. پتانسیل برداری را بر حسب این مجموعهٔ گسسته از توابع مد متعامد یکه بسط می‌دهیم. با تعیین ضرایب فوریه، پتانسیل برداری و سپس میدانهای الکترومغناطیسی بدست می‌آیند.

$$\vec{A}(\vec{r},t)= \sum_{k}\sum_{\sigma=1,2} \left(\frac{\hbar}{2\omega_k\varepsilon_0\Omega}\right)^{1/2} \hat{U}_{k\sigma} \{a_{k\sigma}(t)e^{i\vec{k}.\vec{r}}+a^*_{k\sigma}(t)e^{-i\vec{k}.\vec{r}}\} \tag{۸-۲}$$

مقدار ثابت $\left(\frac{\hbar}{2\omega_k\varepsilon_0\Omega}\right)^{1/2}$ ضریب بهنجارش[۴]، $a_{k\sigma}$ ضریب فوریه و $U_{k\sigma}$ (σ=۱و۲) بردارهای واحدی هستند که جهت قطبش میدان را نشان می‌دهند و بر جهت انتشار $\vec{k}$ عمودند. با اعمال شرایط مرزی پریودیک برای جعبه مولفه‌های $\vec{k}$ تنها می‌توانند مقادیر $\frac{2\pi}{L}(n_x,n_y,n_z)$ را اختیار

1- Radiation feilds
2- Coulomb gauge
3- Mode function
4- Normalization factor

کنند، که در آن n_iها مقادیر صحیح هستند.

جایگذاری رابطه (۲-۸) در (۲-۷) منجر به معادله زیر می‌شود:

$$\frac{d^2}{dt^2} a_{k\sigma}+\omega_k^2 a_{k\sigma}=0 \qquad (۲-۹)$$

که در آن $\omega_k=kc$ است. جواب این معادله به صورت:

$$a_{k\sigma}(t)= a_{k\sigma}(0)e^{-i\omega_k t} \qquad (۲-۱۰)$$

است. معادلهٔ حرکت میدان را می‌توان به طریق مستقیم به شکل زیر نیز نوشت:

$$\frac{d}{dt} a_{k\sigma}= - i\omega_k a_{k\sigma} \qquad (۲-۱۱)$$

این معادله را می‌توان با محاسبه هامیلتونی، که انرژی کل میدان است، بدست آورد.

$$H_{rad}= \frac{1}{2} \int(\varepsilon_0 E^2+\mu_0 H^2)\, dv \qquad (۲-۱۲)$$

به کمک روابط (۲-۵)، (۲-۶)، (۲-۸) و (۲-۱۰) می‌توان (۲-۱۲) را به صورت زیر نوشت:

$$H_{rad}= \frac{1}{2} \sum_{k,\sigma} \hbar\omega_k(a_{k\sigma}a^*_{k\sigma}+a^*_{k\sigma}a_{k\sigma}) \qquad (۲-۱۳)$$

از مقایسه این هامیلتونی با هامیلتونی یک مجموعه از نوسانگرهای هارمونیک ساده شباهت این دو را می‌توان دید.

برای گذار به محدودهٔ کوانتومی ضرایب $a_{k\sigma}$ و $a^*_{k\sigma}$ را به صورت دو عملگر $\hat{a}_{k\sigma}$ و $\hat{a}^\dagger_{k\sigma}$ در نظر می‌گیریم که به دلیل ماهیت بوزونی فوتونها، دارای روابط جابجایی زیرند:

$$[\hat{a}_{k\sigma}, \hat{a}^\dagger_{k'\sigma'}]= \delta_{kk'}\, \delta_{\sigma\sigma'} \qquad (۲-۱۴)$$

با استفاده از این رابطه $\hat{H}_{rad}$ به صورت زیر در می‌آید:

$$\hat{H}_{rad}=\sum_{k,\sigma} \hbar\omega_k \left(\hat{a}^\dagger_{k\sigma}\, \hat{a}_{k\sigma}+\frac{1}{2}\right) \qquad (۲-۱۵)$$