بسم الله الرحمن الرحيم

دانشکده علوم ریاضی
گروه ریاضی کاربردی
(کنترل و بهینه‌سازی)

طراحی کنترل‌گر PI برای سیستم MIMO

از:
فروزان هدایتی جکتاجی

استادان راهنما:
دکتر محمد کیانپور- دکتر حامد مجللی

اسفند ۱۳۹۳

پروردگارم راشاکرم که از روی کرم، پدر و مادری استوار و فداکار نصیبم ساخته تا از ریشه آنها شاخ و برگ گیرم و از سایه وجودشان در راه کسب علم و معرفت بهره‌مند گردم. عزیزانی که وجودشان تاج افتخاری است بر سرم و فروغ نگاهشان، گرمی کلامشان و روشنایی رویشان سرمایه‌های جاودانی زندگیم است. باشد که شکر این نعمت را به جای آورم. این اثر ناقابل را به پاس یک عمر از خودگذشتگی و محبت بی دریغ، به پدر و مادرم تقدیم می کنم.

آیین چراغ خاموشی نیست...

خداوند را سپاسگزارم که در سایه لطفش این مهم نیز به سرانجام رسید. برخود لازم می‌دانم از کلیه عزیزانی که بنده را در تدوین و نگارش این پایان نامه یاری نمودند صمیمانه تشکر و قدردانی نمایم. از استادان فرزانه جناب آقای دکتر محمد کیانپور و جناب آقای دکتر حامد مجللی که در کلیه مراحل انجام این پژوهش صبورانه راهنمایم نمودند بی اندازه سپاسگزارم. از سرکار خانم دکتر مهری باقریان و سرکار خانم دکتر کامله نصیری نیز به دلیل ارزیابی این پایان نامه و اعلام نظرات کارشناسی ایشان بر آن سپاسگزارم. از دوستان عزیز سرکار خانم تهمینه زکی زاده، سرکار خانم نفیسه سیار و جناب آقای علی علی نیا و سایر دوستان نیز که در طی این مدت از مشاوره ایشان بهره مند شدم صمیمانه تشکر و قدردانی می نمایم.

فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

عنوان پایان‌نامه ..... الف
تقدیم ..... ب
تقدیر و تشکر ..... پ
فهرست مطالب ..... ت
فهرست جدول‌ها ..... ج
فهرست شکل‌ها ..... چ
چکیده فارسی ..... ح
چکیده انگلیسی ..... خ
پیشگفتار ۱

۱. فصل اول: تعاریف و مقدمات

۱-۱) مقدّمه ۶
۱-۲) سیستم کنترل ۶
۱-۲-۱) تابع تبدیل سیستم ۶
۱-۲-۲) سیستم کنترل حلقه‌باز و بسته ۷
۱-۲-۳) روش بهره میسون ۸
۱-۲-۴) مدل سازی در فضای حالت ۱۰
۱-۲-۵) نرم H_2 ..... ۱۲
۱-۳) تحلیل پایداری ۱۲
۱-۳-۱) روش لیاپانوف ۱۳
۱-۳-۲) تحلیل پایداری در صفحه مختلط ۱۵
۱-۴) کنترل و کنترل‌گر PID ۱۷
۱-۴-۱) تکنولوژی کنترل‌گر PID ۱۷
۱-۴-۲) انواع نمایش کنترل‌گر PID ۱۸
۱-۴-۳) اهمیت کنترل‌گر PID ۲۰

۲. فصل دوم : بهینه سازی انبوه ذرات و الگوریتم‌های آن

۲-۱) مقدّمه ۲۲
۲-۲) بهینه سازی ۲۳
۲-۳) الگوریتم بهینه سازی انبوه ذرات ۲۴
۲-۳-۱) تاریخچه پیدایش ۲۴
۲-۳-۲) شرح الگوریتم ۲۴
۲-۳-۳) پارامترهای PSO ۲۸

۲-۴) نسخه‌های تغییر یافته PSO ۳۱
۲-۴-۱) الگوریتم PSO دودویی گسسته ۳۱
۲-۴-۲) الگوریتم PSO گسسته مبتنی بر احتمالات ۳۲
۲-۴-۳) الگوریتم دودویی اصلاح شده‌یPSO ۳۳

۳. فصل سوم : کاربرد نرم H_2 در تنظیم ضرایب PI

۳-۱) مقدمه ۳۵
۳-۲) مفاهیم نرم $H_۲$ ۳۵
۳-۳) محاسبه‌ی نرم$H_۲$ ۳۵
۳-۴) استفاده از نرم $H_۲$ در تنظیم ضرایب PI ۳۹

۴. نتایج عددی

۴-۱) مقدمه ۴۳
۴-۲) معرفی مدل ۴۳
۴-۳) کاربرد الگوریتم‌های PSO در تنظیم ضرایب PI ۴۷
۴-۴) کاربرد نرم $H_۲$ در تنظیم ضرایب PI ۴۹

نتایج و پیشنهادهای ادامه‌ی کار ۵۴
واژه‌نامه‌ی انگلیسی به فارسی ۵۵
مراجع ۵۸
ضمیمه ۶۲

فهرست جدول‌ها

عنوان **صفحه**

جدول ۴-۱: پارامترهای موتورDC ۴۶
جدول ۴-۲: پارامترهای الگوریتم PSO ۴۸
جدول ۴-۳: پارامترهای کنترل‌گر PI بدست آمده از سه الگوریتم PSO ۴۸
جدول ۴-۴: پارامترهای کنترل‌گر PI بدست آمده از الگوریتم پیشنهادی ۵۲
جدول ۴-۵: مقادیر مقایسه‌ای از کنترل‌گر PI ۵۳

فهرست شکل‌ها

عنوان **صفحه**

شکل ۱-۱: نمودار بلوکی سیستم حلقه‌باز ۷
شکل ۱-۲: نمودار بلوکی سیستم حلقه‌بسته ۷
شکل ۱-۳ : گراف سیگنال گذر ۸
شکل ۱-۴: نمودار بلوکی سیستم حلقه بسته مثال ۱-۱ ..... ۹
شکل ۱-۵ : گراف سیگنال گذر مثال ۱-۱ ..... ۱۰
شکل ۱-۶: نمودار حلقه‌بسته سیستم کنترل در نمایش فضای حالت ۱۲
شکل ۱-۷: انواع نمایش کنترل‌گر PID ۱۸
شکل ۲-۱ : دسته‌ی ماهی‌ها که خطر شکارچی را دفع می‌کنند ۲۲
شکل ۲-۲: فرایند بهینه سازی ۲۴
شکل ۲-۳: مراحل الگوریتم PSO ۲۷
شکل ۳-۱: حلقه داخلی الگوریتم پیشنهادی ۴۰
شکل ۳-۲: حلقه اصلی الگوریتم پیشنهادی ۴۰
شکل ۴-۱: طرحی ساده از موتور DC ۴۳
شکل ۴-۲: مدار الکتریکی موتور DC ۴۴
شکل ۴-۳: نمودار بلوکی طراحی شده برای موتور DC ۴۸
شکل ۴-۴: پاسخ‌های خروجی y_1 و y_2 برای سه الگوریتم PSO ۴۹
شکل ۴-۵: نمودار بلوکی سیستم MIMO ۵۰

چکیده

طراحی کنترل‌گر PI برای سیستم MIMO

فروزان هدایتی جکتاجی

در این پایان‌نامه ابتدا به شرح الگوریتم بهینه‌سازی انبوه ذرات و نسخه‌های مختلف آن به نام‌های، الگوریتمPSO دودویی گسسته، الگوریتم PSO گسسته مبتنی بر احتمالات، الگوریتم دودویی اصلاح شده PSO می‌پردازیم. سپس جهت تعیین پارامترهای کنترل‌گر PI ، یک الگوریتم جدید بر مبنای مینیمم کردن نرم H_2 تابع تبدیل حلقه بسته پیشنهاد داده ایم. در نهایت برای طراحی کنترل‌گر برای موتور DC که سیستمی دو ورودی دو خروجی است، الگوریتم پیشنهادی با الگوریتم‌های PSO مقایسه شده است.

واژه‌های کلیدی: بهینه‌سازی انبوه ذرات، الگوریتمPSO دودویی گسسته، الگوریتمPSO گسسته مبتنی بر احتمالات ، الگوریتم دودویی اصلاح شده PSO

Abstract

PI Controller Design For MIMO System

Forozan Hedayati Jaktaji

In this thesis, at first we describe Particle swarm optimization (PSO) algorithm and its different versions such as discrete binary PSO, Probability based discrete PSO and modified discrete binary PSO. Then, to determine PI controller parameters, a new algorithm is proposed based on minimizing H_2 norm of closed loop transfer function. Finally, to design controller of a DC motor that is a two input-two output system, the new algorithm is compared with the PSO algorithms.

***Keywords*: Particle Swarm Optimization, Discrete binary PSO, Probability based discrete PSO, Modified discrete binary PSO.**

پیشگفتار

کنترل‌گر PID از دیرباز در فعالیت‌های صنعتی مورد استفاده قرارگرفته است. در سال ۱۸۹۰ این کنترل‌گر به‌عنوان پرکاربردترین کنترل‌گر شناخته شده است و با وجود اینکه تاریخ طولانی را گذرانده اما هنوز هم به‌طور گسترده مورد استفاده قرار می‌گیرد [۷ – ۶]. براساس آمارهای موجود، در سال ۱۹۸۹ در حدود ٪۹۰ از فعالیت‌های صنعتی از کنترل‌گر PID استفاده شده است.[۸] این استفاده‌ی گسترده بخاطر ویژگی‌های خاص این کنترل‌گر شامل سادگی و سهولت در پیاده‌سازی است[۹]. انواع گوناگونی از تکنیک‌ها برای تنظیم ضرایب PID وجود دارد که می‌توان آنها را در دو گروه، تکنیک‌های کلاسیک و تکنیک‌های محاسباتی یا بهینه‌سازی دسته‌بندی کرد. تکنیک‌های کلاسیک، یک فرض اولیه(مصنوعی) از سیستم دارند که با استفاده از آن محاسبات ساده‌ای را انجام می‌دهند و جواب‌هایی را به‌دست می‌آورند. اما به علت دارا بودن فرض مصنوعی، معمولا نتایج خیلی مطلوبی برای ضرایب به‌دست نمی‌آورند. روش زیگلر[۱]- نیکولز[۲] یکی از تکنیک‌های کلاسیک می‌باشد که به شرح آن می‌پردازیم:

۱) روش زیگلر و نیکولز: درسال ۱۹۴۹ زیگلر و نیکولز برای طراحی ضرایب PID قوانینی را پیشنهاد کردند که این قوانین در تنظیم ضرایب از مشخصه‌های پاسخ‌گذرا استفاده می‌کنند. این قوانین یک راهکار ساده و مساعد در طراحی کنترل‌گر PID است[۱۰]. دو روش پیشنهاد شده توسط زیگلر و نیکولز به‌صورت تعیین ضرایب از طریق سیستم حلقه‌بسته و حلقه‌باز است که برای تنظیم ضرایب PID در موتور اسپیندل[۳] نیز به‌کار گرفته شده است[۱۱].

در تکنیک‌های محاسباتی یا بهینه‌سازی، هدف الگوریتم‌ها بهتر کردن مقدار تابع هدف طراحی شده برای فرایند است. در زیر برخی از تکنیک‌های بهینه‌سازی که در طراحی کنترل‌گر PID استفاده شده‌اند را بررسی می‌کنیم:

۱) الگوریتم ژنتیک(GA)[۴] : الگوریتم ژنتیک بنا به نظریه تکامل داروین شکل گرفت. این الگوریتم در سال ۱۹۶۰ توسط ریچنبرگ[۵] مطرح شد. الگوریتم ژنتیک در واقع یک نوع روش برنامه‌نویسی است که روند تکامل ژنتیکی را به عنوان الگویی برای حل مسائل بهینه‌سازی به‌کار می‌گیرد [۱۲]. GA در تنظیم ضرایب PID به‌طور متداول مورد استفاده قرار می‌گیرد و در سیستم‌های کنترلی، موجب بهبود برنامه‌های گسترده‌ای شده است [۱۳].گیریش راج[۶] و همکارانش از GA برای بهبود عملکرد کنترل‌گر PID استفاده شده در بیوراکتور[۷] استفاده کردند و این عملکرد را با روش زیگلر- نیکولز اصلاح شده توسط

---

۱ -John Ziegler
۲ -Nathaniel Nichols
۳ - Spindle motor
۴ -Genetic Algorithm
۵ -Rechenberg
۶ - Girishraj
۷ -Bioreactor

اسکاگستاد[۱][۱۴] و قواعد IMC [۱۵] مقایسه کردند[۱۳]. GA هم‌چنین در کنترل موقعیت و سرعت موتور DC [۱۷-۱۶] و در تنظیم ضرایب سیستم‌های سری [۲۰-۱۸] استفاده شده است. از نتایج دیده شد که GA در کاهش فراجهش و کنترل اغتشاش عملکرد بهتری دارد. محدودیت‌های GA در تنظیم ضرایب یک سیستم چندمتغیره در [۲۱] بررسی شده است.

۲) الگوریتم بهینه‌سازی انبوه ذرات[۲]: این الگوریتم توسط جیمز کندی[۳] و راسل سی ابرهارت[۴] در سال ۱۹۹۵ به عنوان یک محک بهینه‌سازی ارائه شد. در این تکنیک، یک جمعیت از ذرات وجود دارد که در فضای جستجو به دنبال نقطه بهینه هستند[۲۲]. PSO برای طراحی کنترل‌گر PID برای یک سیستم توپ و حلقه با تابع هدف انتگرال مربع خطا[۵] به‌کارگرفته شده است و در آن عملکرد بهتری در مقایسه با الگوریتم ژنتیک و روش زیگلر- نیکولز داشته است[۲۲]. در [۲۳] الگوریتم PSO با الگوریتم کلونی مورچه‌ها[۶] و الگوریتم زنبور عسل[۷] مقایسه شده و الگوریتم PSO بهینه‌ترین مقدار تابع هدف را ارائه کرده است. هم‌چنین در [۲۴] الگوریتم PSO برای تنظیم خودکار استفاده و با GA با کدهای حقیقی[۸] (RGA) مقایسه شده شده است که نتایج بهتر از طریق الگوریتم PSO به‌دست آمده است.

۳) الگوریتم تبرید[۹]: منشأ الگوریتم تبرید، کارهای کریک پاتریک[۱۰] و کرنی[۱۱] و همکارانشان در سال‌های ۱۹۸۳ و ۱۹۸۵ است [۲۶-۲۵]. کریک پاتریک و همکارانش، متخصصانی در زمینه فیزیک آماری بودند. آنها برای حل مسائل سخت بهینه‌سازی، روشی مبتنی بر تکنیک تبرید تدریجی پیشنهاد نمودند. تکنیک تبرید تدریجی، به‌وسیله متالورژیست‌ها برای رسیدن به‌حالتی که در آن ماده جامد، به‌خوبی مرتب و انرژی آن کمینه شده باشد، استفاده می‌شود. این تکنیک شامل قرار دادن ماده در دمای بالاو سپس کم‌کردن تدریجی این دماست. دراین روش به بررسی نقاط نزدیک به نقطه داده شده در فضای‌جستجو می‌پردازیم. عملکرد الگوریتم به این‌صورت است که اگر نقطه جدید تابع هدف را کاهش دهد، به‌عنوان نقطه جدید در فضای‌جستجو انتخاب می‌شود، اما اگرکاهش صورت نگیرد براساس یک تابع احتمالی انتخاب می‌شود [۲۷]. الگوریتم تبرید در [۲۸] برای طراحی کنترل‌گر PID، برای سیستم‌های تاخیری در فرایند مته‌کاری استفاده شده است. الگوریتم استاندارد SA به‌علت دارا بودن، فضای جستجوی نمایی غیرخطی و خیلی‌بزرگ، محاسبات زیادی دارد[۲۹]. بنابراین اصلاحی بر آن انجام گرفته است که

---

۱ -Skogestad
۲ -Particle Swarm Optimization
۳ - James Kennedy
۴ - Russell C.Eberhart
۵ -integral square error
۶ - Ant colony Optimization
۷ - Bees algorithm
۸ - Real Coded Genetic Algorithm
۹ - Simulated Annealing
۱۰ -Kirkpatrick
۱۱ -Cerny

الگوریتم حاصل، الگوریتم تبرید متعامد[۱] (OSA) نامیده شده است. در[۳۰] برای بهینه‌سازی هم‌زمان شبکه‌های فازی چندگانه چندگانه در حضور انواع گوناگون کنترل‌گرهای PID از OSA استفاده شده است.

۴) الگوریتم کلونی مورچه‌ها: بهینه‌سازی کلونی مورچه‌ها به‌عنوان یک روش فراابتکاری برای حل مسائل بهینه‌سازی ارائه شده است[۳۲-۳۱]. این الگوریتم برای اولین‌بار در سال ۱۹۹۲ توسط دوریگو و همکارانش ارائه شد. هدف آنها از طراحی این الگوریتم ارائه راه‌حل چند عامله برای مسائل بهینه‌سازی پیچیده بود. به‌طور مختصر ایده این الگوریتم، پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر برای به‌دست آوردن غذا است. بهینه‌سازی کلونی مورچه‌ها در [۳۳] برای طراحی کنترل‌گر PID استفاده شد. این الگوریتم برای مینیمم کردن تابع چندهدفه استفاده و نتایج حاصل نشان از برتری این الگوریتم نسبت به الگوریتم ژنتیک و روش زیگلر- نیکولز دارد. نتایج ACO و PSO و سایر الگوریتم‌ها در [۲۳] ارائه و باهم مقایسه شده‌اند.

۵) شبکه‌های عصبی مصنوعی[۲]: یک شبکه عصبی مصنوعی (ANN) که عموما شبکه عصبی[۳] نامیده می‌شود (NN) یک مدل مدل ریاضی یا مدل محاسباتی است که در تلاش برای شبیه‌سازی یک ساختار یا ویژگی تابعی از شبکه‌های عصبی بیولوژیکی است. تقریبا همه‌ی کارهای انجام شده در شبکه‌های عصبی برای تنظیم خودکار کنترل‌گر PID است. در [۲۰] از شبکه‌های عصبی برای تنظیم خودکار کنترل‌گر PID گسسته استفاده شده است.

اما هریک از این روش‌های اشاره شده در بالا دارای ضعف‌هایی هستند که محققین را به سمت طراحی الگوریتم‌های جدید سوق می‌دهد. از معایب الگوریتم‌های بالا می‌توان به موارد زیر اشاره کرد: مقادیر پارامترهایی که در روش زیگلر و نیکولز تخمین زده می‌شوند، نقطه شروعی برای تنظیم دقیق هستند و مقادیر تنظیم نهایی از ضرایب را یکباره به‌دست نمی‌دهند. معایب الگوریتم ژنتیک: یک مشکل در الگوریتم ژنتیک چگونگی نوشتن تابع برازندگی است، که منجر به بهترین راه‌حل برای مسئله شود. اگر تابع ارزیابی به‌خوبی و قوی انتخاب نشود، ممکن است باعث شود که راه‌حلی برای مسئله پیدا نشود. به‌علاوه برای انتخاب تابع ارزیابی مناسب، پارامترهای دیگری مثل اندازه جمعیت، نرخ جهش، نرخ ترکیب، قدرت و نوع انتخاب هم باید مورد توجه قرار گیرند. معایب دیگر عبارتند از: عدم ضمانت همگرایی به جواب بهینه در زمان محدود، ضعف تئوری، حافظه‌ی زیادی برای محاسبه لازم است، زیرا تعداد پارامترها، ثابت‌ها، متغیرها و توابع بسیار زیادند. معایب الگوریتم بهینه‌سازی انبوه ذرات: بعد از همگرایی نمی‌تواند دقت جواب یافته شده را افزایش دهد و برای مسائلی که بین مجهول‌ها رابطه‌ی خاصی وجود دارد، به‌گونه‌ای که نشود فضای حل هر مجهول را از دیگران جدا نمود، کارایی این روش با مشکل مواجه می‌شود. معایب الگوریتم تبرید: از مشکلات این الگوریتم وابستگی آن به مقادیر اولیه پارامترها است. زمانی که مقادیر نامناسب برای دمای اولیه

[۱] - Orthogonal Simulated Annealing
[۲] - Artificial Neural Networks
[۳] - Neural Networks

انتخاب شود در بسیاری از موارد تابع هزینه در یک ناحیه محصور می‌شود (بهینه‌محلی) و این باعث می‌شود نتوانیم تابع هزینه را به‌صورت دلخواه کنترل کنیم. معایب الگوریتم کلونی مورچه‌ها نیز بدین شرح است: این الگوریتم به علت نحوه‌ی بررسی آن، حافظه‌ی زیادی اشغال می‌کند. زیرا تمام راه‌های ممکن را بررسی می‌کند. هم‌چنین سرعت هم‌گرایی آن به جواب کند است. معایب شبکه‌های عصبی: با اینکه ANN قادر به مدل‌سازی سیستم‌های غیرخطی از مرتبه‌های بالا است اما در کنترل، به‌دلیل قابلیت اجرای محدود در طراحی کنترل‌گر PID نمی‌تواند استفاده شود[۳۴]. تعداد لایه‌ها و تعداد رشته‌های مغزی در هر لایه بیشتر اوقات خیلی سخت محاسبه می‌شوند. این کمبودها به‌طور ذاتی در تئوری این روش وجود دارد.

می‌دانیم که نرم H_2 در یک سیستم، بیان‌گر انرژی سیستم می‌باشد. دراین پایان‌نامه، معیار مینیمم کردن نرم H_2 را در نظر گرفته و یک روش فراابتکاری برای طراحی کنترل‌گر PI ارائه کرده‌ایم.

پایان نامه در ۴ فصل آماده شده است. در فصل اول به ارائه مفاهیم مقدماتی و پیش‌نیاز برای ادامه کار پرداخته‌ایم که شامل مواردی هم‌چون نظریه سیستم و کنترل، تحلیل پایداری و کنترل‌گر PID است. در فصل دوم توضیحی از الگوریتم بهینه سازی انبوه ذرات را بیان کرده‌ایم و الگوریتم‌های مختلف آن را توضیح می‌دهیم. در فصل سوم ابتدا به شرح نرم H_2 پرداخته و شرایط متناهی‌بودن آن را توضیح می‌دهیم و سپس الگوریتم طراحی شده با محک مینیمم‌سازی نرم H_2 را توضیح می‌دهیم و در فصل آخر، ابتدا مدلی که الگوریتم‌ها بر آن پیاده سازی می‌شوند که سیستم دو ورودی، دو خروجی از موتور DC است را بیان می‌کنیم و سپس نتایج عددی حاصل از الگوریتم‌ها را باهم مقایسه می‌کنیم.

فصل اول: تعاریف و مقدمات

۱-۱ مقدمه

در فصل اول به توضیح مفاهیم ابتدایی می‌پردازیم. فصل اول متشکل از ۴ بخش است. در بخش اول تعاریفی از سیستم، تابع تبدیل، سیستم کنترل حلقه‌باز و بسته، روش میسون و نرم H_2 را ارائه می‌کنیم. در بخش دوم تحلیل پایداری سیستم مورد بررسی قرار می‌گیرد که شامل روش لیاپانوف و راث است. در بخش سوم نوعی از کنترل‌گر به نام کنترل‌گر PID و انواع نمایش آن را بررسی می‌کنیم.

۱-۲ سیستم کنترل

۱-۲-۱ تابع تبدیل سیستم

تعریف۱-۱: سیستم ترکیبی از اجزاء است که برای انجام عملی خاص با یکدیگر کار می‌کنند. کلمه سیستم تنها به سیستم‌های فیزیکی اطلاق نمی‌شود، مفهوم سیستم می‌تواند همه‌ی سیستم‌های فیزیکی، زیستی، اقتصادی ونظیر آن را شامل شود.

تعریف۱-۲: مدل ریاضی یک سیستم دینامیکی مجموعه‌ای از معادلات است که دینامیک سیستم را به‌دقت یا حداقل به‌خوبی نمایش می‌دهد. متذکر می‌شویم که یک مدل ریاضی برای یک سیستم منحصر به فرد نمی‌باشد. رفتار دینامیکی سیستم‌ها اعم از مکانیکی، الکتریکی، حرارتی و غیره را می‌توان برحسب معادلات دیفرانسیل توصیف نمود.

تعریف۱-۳: در تئوری کنترل، برای مشخص کردن رابطه‌ی ورودی- خروجی اجزاء یا سیستم‌هایی که به‌وسیله‌ی معادلات دیفرانسیل خطی مستقل از زمان توصیف می‌شوند، از توابعی به نام تابع تبدیل استفاده می‌کنند.

تعریف۱-۴: تابع تبدیل یک معادله دیفرانسیل خطی مستقل از زمان به‌صورت نسبت لاپلاس خروجی(تابع پاسخ) به تبدیل لاپلاس ورودی(تابع تحریک) تعریف می‌شود به شرطی که همه‌ی مقادیر اولیه صفر باشند.

سیستم‌های خطی مستقل از زمان تعریف شده با معادلات دیفرانسیل زیر را در نظر بگیرید:

$$a_0 y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \cdots + a_{n-1} y' + a_n y = b_0 x^{(m)} + b_1 x^{(m-1)} + \cdots + b_{m-1} x' + b_m x \quad (۱-۱)$$

که در آن y خروجی سیستم و x ورودی سیستم و $n \geq m$ می‌باشد.

تابع تبدیل این سیستم نسبت لاپلاس خروجی به لاپلاس ورودی است به‌شرطی که مقادیر اولیه صفر باشند یا

$$G(s) = \frac{\mathcal{L}[output]}{\mathcal{L}[input]}\Big|_{\text{مقدار اولیه صفر}} = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_0 s^m + \cdots + b_{m-1} s^1 + b_m}{a_0 s^n + \cdots + a_{n-1} s^1 + a_n} \quad (۲-۱)$$

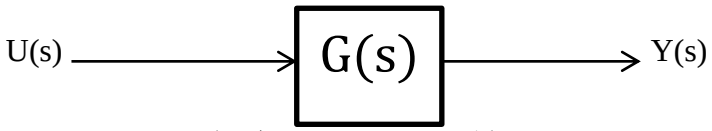
با استفاده از مفهوم تابع تبدیل می‌توان رفتار دینامیکی سیستم را با معادلات جبری بر حسب s نشان داد.

۱-۲-۲ سیستم کنترل حلقه‌باز و حلقه‌بسته

تعریف۱-۵: کنترل به معنی اندازه‌گیری متغیر تحت کنترل در یک سیستم و اعمال سیگنال کنترل بر سیستم برای اصلاح یا محدود کردن انحراف مقدار اندازه‌گیری شده از مقدار مطلوب است.

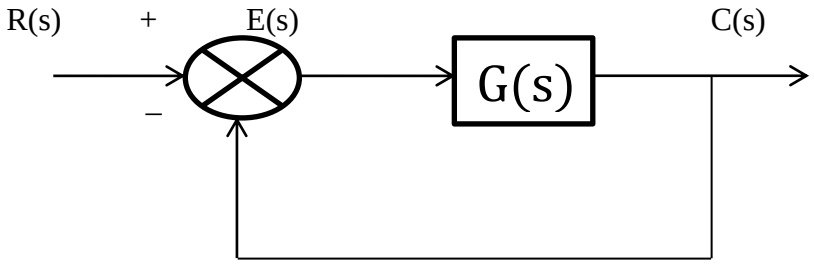
تعریف۱-۶: سیستم‌هایی که در آن خروجی تاثیری بر عمل کنترل ندارد، سیستم‌های حلقه‌باز خوانده می‌شوند، به بیان دیگر در یک سیستم کنترل حلقه‌باز، خروجی برای مقایسه با ورودی پسخورد نمی‌گردد.

نمودار بلوکی برای چنین سیستم کنترلی به‌صورت زیر است:



شکل۱ – ۱ : سیستم حلقه باز

تعریف۱-۷: سیستمی که برای ایجاد ارتباط مطلوب بین خروجی و ورودی از مقایسه و تفاضل آنها استفاده می‌کند را سیستم کنترل پسخوردی یا حلقه‌بسته می‌نامند. در این‌حالت خطای محرک که در واقع همان اختلاف بین دو سیگنال ورودی و خروجی است طوری به کنترل‌گر اعمال می‌شود تا خطا را کاهش داده و خروجی سیستم را به حد مطلوب برساند. منظور از کنترل حلقه‌بسته استفاده از پسخورد برای کاهش خطای سیستم می‌باشد[۱]. نمودار بلوکی[۱] برای سیستم حلقه‌بسته به‌صورت زیر است:



شکل۱ – ۲ : نمودار حلقه بسته

[۱] -Block Diagram

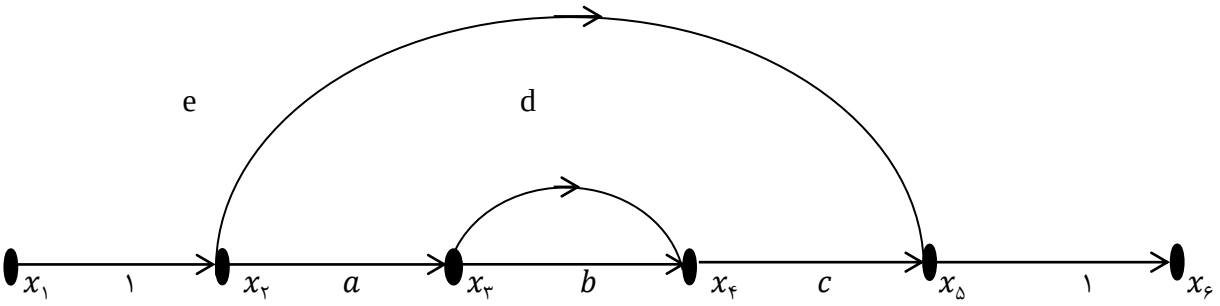
۱-۲-۳ روش بهره میسون

به‌دست آوردن تابع تبدیل حلقه‌بسته نکته‌ای قابل توجه می‌باشد. یکی از روش‌ها برای به‌دست آوردن تابع تبدیل حلقه‌بسته یک سیستم روش بهره میسون است که در زیر به بحث درمورد آن می‌پردازیم.

درابتدا تعاریفی ازگراف سیگنال‌گذرکه در روش میسون روابط تابع تبدیل از روی این گراف به‌دست می‌آید می‌پردازیم.

تعریف۱-۸: به‌دست آوردن تابع تبدیل از روی نمودار بلوکی برای سیستم‌های پیچیده بسیار مشکل می‌باشد. به‌همین جهت از نمودار سیگنال‌گذر که ساده‌تر و راحت‌تر است استفاده می‌شود. روش سیگنال‌گذر در واقع همان روش حل گرافیکی معادلات جبری است که تحلیل را ساده‌تر می‌کند.

نمونه‌ای از این گراف به‌صورت زیر است:



شکل۱ – ۳ : گراف سیگنال گذر

برای به‌دست آوردن تابع تبدیل در گراف سیگنال‌گذر از فرمول بهره میسون استفاده می‌شود[۲].

۱-۲-۳-۱ فرمول بهره میسون

در بسیاری از حالات عملی ما می‌خواهیم یک رابطه بین متغیرهای ورودی وخروجی از گراف سیستم به‌دست آوریم، فرمول بهره میسون یک ابزار کاربردی برای به‌دست آوردن این ارتباطات می‌باشد. روابط در این روش به‌صورت زیر دنبال می‌شود:

$$P = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\sum P_k \Delta_k}{\Delta} \qquad (۳-۱)$$

که در آن P_k بهره در مسیر پیشرو kام است.

$$\Delta = ۱ - (\text{مجموع همه تک حلقه ها}) + (\text{مجموع همه ترکیبات ممکن از دو حلقه های جدا ازهم})$$

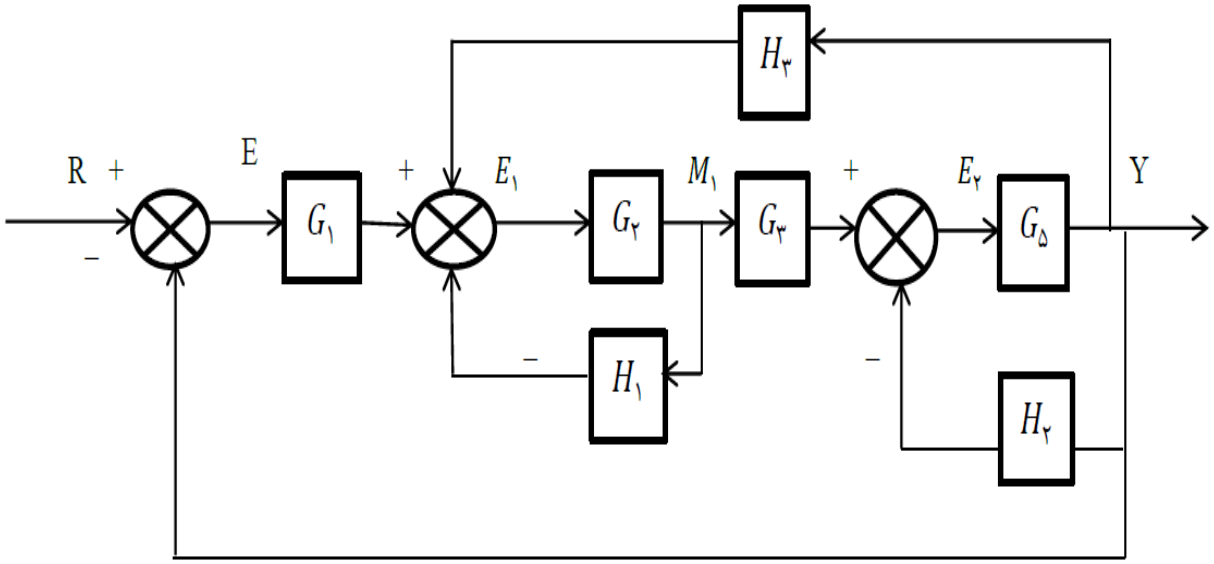
$$- (\text{مجموع همه ترکیبات ممکن از سه حلقه های جدا ازهم}) + \cdots$$

$$\Delta_k = ۱ - (\text{مجموع همه حلقه های جدا از مسیر } k) + (\text{مجموع همه دو حلقه های جدا از مسیر } k) - \cdots$$

نکته۱-۱: توجه داریم که در این جمع یابی‌ها باید تمامی مسیرها از ورودی به خروجی را در نظر بگیریم[۱].

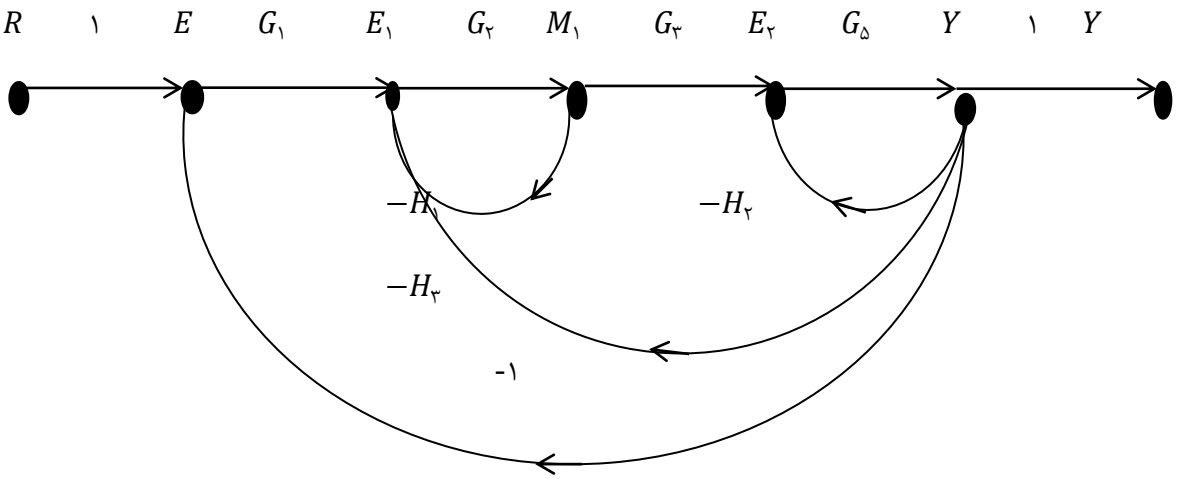
در مثال زیر نمونه‌ای از کاربرد فرمول بهره میسون برای به‌دست آوردن تابع تبدیل ارائه شده است:

مثال۱-۱: تابع تبدیل نمودار بلوکی زیر را تعیین کنید؟



شکل۱ – ۴ : نمودار بلوکی حلقه بسته

ابتدا گراف سیگنال گذر نمودار بلوکی را رسم می‌کنیم:



شکل ۱ – ۵ :گراف سیگنال گذر

حلقه‌ها:

$$L_۱ = -G_۲H_۱\ ,\ L_۲ = -G_۵H_۲\ , L_۳ = -G_۲G_۳G_۵H_۳\ ,\ L_۴ = -G_۱G_۲G_۳G_۵$$

حلقه $L_۱$ و $L_۲$ جدا از هم هستند.

مسیر پیشرو:

$$P_۱ = G_۱G_۲G_۳G_۵ \quad , \quad \Delta_۱ = ۱$$

$$\Delta = ۱ + G_۲H_۱ + G_۵H_۲ + G_۱G_۲G_۳G_۵ + G_۲G_۳G_۵H_۳ + G_۲G_۵H_۱H_۲$$

$$P = \frac{P_۱\Delta_۱}{\Delta} = \frac{G_۱G_۲G_۳G_۵}{۱ + G_۲H_۱ + G_۵H_۲ + G_۱G_۲G_۳G_۵ + G_۲G_۳G_۵H_۳ + G_۲G_۵H_۱H_۲}$$

۱-۲-۴ مدل‌سازی در فضای‌حالت

سیر طراحی سیستم‌های مهندسی به سمت پیچیدگی بیشتر است و دلیل آن هم نیاز به انجام کارهای پیچیده و دقت بیشتر می‌باشد. سیستم‌های پیچیده ممکن است چندین ورودی و چندین خروجی داشته و وابسته به زمان نیز باشند. به‌منظور برآوردن قیدهای پیچیده‌تر بر رفتار سیستم‌های کنترل، افزایش توان محاسباتی سیستم‌ها و سادگی دسترسی به کامپیوترهای جدید، روشی جدید برای تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل از حدود سال‌های ۱۹۶۰ گسترش یافت که این روش جدید بر