



پردیس علوم

دانشکده فیزیک

عنوان :

محبوس شدگی و ساختار بدیهی خلاء QCD

نگارش :

هادی لوک زاده

استاد راهنما :

خانم دکتر صدیقه دلدار

پایان نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد

رشته فیزیک-گرایش ذرات بنیادی

شهریور ۱۳۸۸

به نام خدا

به نام خالق ذرات

و به نام اول و آخر هستی

و به نام پیدا و پنهان هستی

تقدیم بہ

پدر و مادر عزیز تر از جانم بہ پاس ہمہ خوبی ہا و صبوری ہا۔

تقدیم بہ

برادرانم

و بہ یاد

مادر بزرگ مہربانم و عمہ سی کرامی و پدر بزرگ کرامی۔

چکیده :

در این پایان نامه، از یک مدل پدیده شناختی (مدل ورتکس مرکزی پهن) برای توصیف پتانسیل های محبوس کننده کوآرک استفاده می شود. در مدل ورتکس مرکزی پهن، فقط قسمت غیر بدیهی مراکز گروه پیمانان ای برای پتانسیل های محبوس کننده در نظر گرفته شده است. سوالی که وجود دارد این است که چگونه این مدل را می توان برای گروه های پیمانان ای بدون مرکز غیر بدیهی بکار برد. یکی از این گروه ها گروه $G(2)$ است که یک گروه خاص ریاضی با مرکز بدیهی است. نتایج نظریه پیمانان ای شبکه ای برای این گروه، وجود پتانسیل خطی برای ناحیه میانی و پوشندگی برای مناطق مجانبی را نشان داده است. با اصلاح مدل ورتکس مرکزی پهن پتانسیل خطی برای ناحیه میانی $G(2)$ بدست آوردیم. در واقع، این اصلاح به صورت در نظر گرفتن یک شار برای عنصر مرکز بدیهی $G(2)$ می باشد. با استفاده از زیر جبر کارتان، پتانسیل قابل قبولی برای گروه پیمانان ای $G(2)$ با استفاده از مدل ورتکس مرکزی بدست می آوریم. این بدان معناست که پوشندگی برای ناحیه مجانبی و پتانسیل خطی برای ناحیه میانی بدست می آوریم. علاوه بر این با استفاده از زیر جبر کارتان زیر گروه های $G(2)$ ، توانستیم برخی از رفتارهای پتانسیل ناشی از این مدل را برای گروه $G(2)$ توجیه نماییم. همچنین توانستیم علت تقعر پتانسیل را با مطالعه میزان تاثیر ناحیه بدیهی روی حلقه ویلسون دریابیم. با دانستن اینکه چگونه این تقعرها رخ می دهند، می توان روشی برای حذف این اثرات غیر فیزیکی از پتانسیل های مدل و در گروه های مختلف پیدا کرد.

کلید واژه : کرومودینامیک کوانتومی (QCD)، محبوس شدگی، مدل ورتکس مرکزی

هرچه می دانست آموخت مرا

غیریک اصل که نگفته نهاد

قدر استاد نکو دانستن

حیف استاد به من یاد نداد

با سپاس از سرکار خانم دکتر دلدار برای هدایت و راهنمایی های صبورانه.

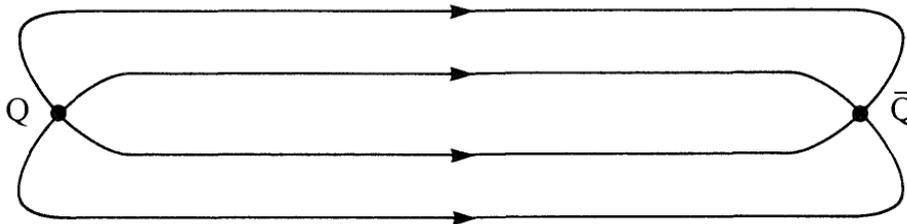
فهرست عناوین

شماره صفحه

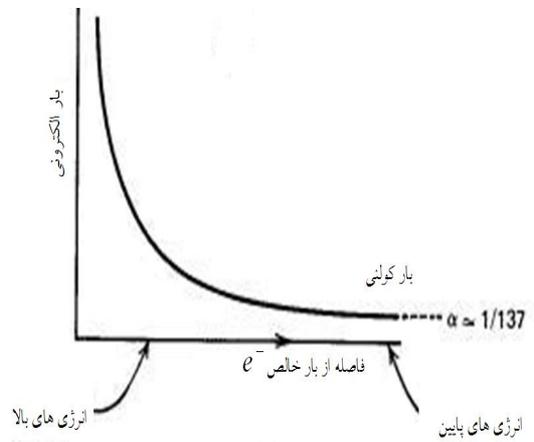
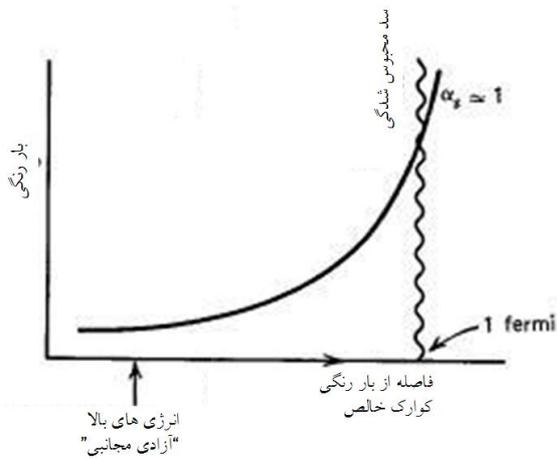
فصل اول : مقدمه	۱
۱-۱ تاریخچه	۱
فصل دوم : مفاهیم	۹
۱-۲ مسیرهای رجی و میدان های رنگی	۹
۲-۲ هوموتوبی	۱۱
۳-۲ همبندی	۱۳
۴-۲ شکست خود بخودی تقارن	۱۶
۱-۴-۲ شکست خود بخودی ناوردایی پیمانہ ای جهانی	۱۶
۲-۴-۲ شکست خودبخودی ناوردایی پیمانہ ای محلی : حالت هیگز	۲۰
۵-۲ ساختاری با انرژی محدود:سالتون	۲۳
۱-۵-۲ حل های کینک	۲۳
۲-۵-۲ سالتون در دو بعد: خطوط ورتکس	۲۵
۶-۲ رونادی برای تشخیص محبوس شدگی	۳۲
۱-۶-۲ کنش شبکه ای ویلسون وحلقه ویلسون	۳۲
۲-۶-۲ عملگر توفت	۳۶
۷-۲ رابطه با مرکز گروه	۴۱
۸-۲ شرایط نیروهای محبوس کننده	۴۴
۱-۸-۲ خطی بودن	۴۴
۲-۸-۲ مقیاس کازیمیر	۴۵
۳-۸-۲ وابستگی N-گانگی	۴۷

۴۹	فصل سوم : مدل ورتکس مرکزی پهن
۴۹	۱-۳ مدل ورتکس مرکزی
۵۱	۲-۳ مدل ورتکس مرکزی پهن
۵۸	۳-۳ شکل شار $\vec{\alpha}_C''(x)$
۶۰	۴-۳ مدل ورتکس مرکزی پهن در نظریه پیمانان ای $SU(3)$ و نمایش های بالاتر
۶۵	فصل چهارم : سهم مرکز بدیهی در محبوس شدگی
۶۵	۱-۴ نظریه پیمانان ای $G(2)$
۶۶	۲-۴ سهم مرکز بدیهی در ساختار خلاء
۷۳	۳-۴ در نظر گیری سهم ناحیه بدیهی در نظریه پیمانان ای $G(2)$ در مدل ورتکس مرکزی پهن
۸۶	فصل پنجم : نتیجه گیری
۸۶	نتیجه گیری
۸۸	منابع و مراجع
۹۰	ضمیمه ها
۹۰	ضمیمه الف : قانون گوس برای مورد غیر آبلی
۹۲	ضمیمه ب : مختصری راجع به نظریه پیمانان ای شبکه ای
۱۰۳	ضمیمه پ : ناوردایی پیمانان ای
۱۰۶	ضمیمه ت : سالیتون در $(1+1)$ بعد
۱۱۱	ضمیمه ث : توپولوژی و خلاء
۱۱۹	ضمیمه ح : مولد های قطری نمایش های بالاتر گروه $SU(3)$
۱۲۱	ضمیمه ج : مولدهای $G(2)$
۱۲۲	ضمیمه چ : برنامه های رایانه ای

فصل اول



مقدمه



۱ مقدمه

۱-۱ تاریخچه

آخرین انتخاب برای نظریه بنیادی نیروهای هادرونی، مدل کوآرک ها است که برهم کنش کوآرک ها توسط مبادله ی میدان پیمانه ای غیر آبلی، بیان می شود. مدل کوآرک، مرحله ای جدید از زیر ساختار ذرات هادرونی مانند پروتون می باشد. مدل کوآرک اولین بار توسط گلن و زویگ^۱ در سال ۱۹۶۴ ارائه شد [۱]. شواهد تجربی به شرح زیر از وجود چنین ساختارهایی برای ذرات حکایت می کند [۲].

اول این که، سطح مقطع بزرگ مشاهده شده در پراکندگی عمیق هادرون- لپتون نشان دهنده ی ساختار مهم تری در فواصل مقیاسی کمتر از 10^{-16} سانتی متر می باشد، در حالیکه شعاع الکترومغناطیسی پروتون از مرتبه ی 10^{-13} سانتی متر است. وابستگی زاویه ای مشاهده شده در این آزمایش ها، یک ساختار بار درونی با اسپین نیم صحیح را پیشنهاد می کند. مطالعات این سوال را ایجاد کرد که، آیا از به صورت نظری امکان وجود اشیای نقطه گونه ای در نظریه برهم کنش قوی وجود دارد یا نه. برهم کنش میدان غیر آبلی به صورت مجانبی آزاد، این امکان را به وجود می آورد.

دومین انگیزه برای نظریه کوآرک به طیف هادرون های کم انرژی بر می گردد. در واقع موفقیت مسیر های هشت راه (گلن و نویمان^۲ ۱۹۶۴) به طوراصولی از مدل کوآرک بر می آمد. با داشتن انواع کوآرک می توان ساختار های چند گانه ی مورد نظر، که نمایش های گروه $SU(3)$ است را بدست آورد.

سوم این که، شواهدی مبنی بر ترکیباتی در برانگیختگی هادرون ها وجود دارد. ذرات دارای اندازه حرکت زاویه ای متفاوت به درون مسیرهای معروف به نام "مسیرهای رجی"^۳ (کولینز و اسکوایرز^۴ ۱۹۶۸) می افتند. در این خانواده ی حالت ها، همه ذرات به صورت حالت های برانگیخته مداری یک سیستم درونی، دسته بندی می شوند. تداوم این مسیرها با افزایش اندازه حرکت زاویه ای اشاره به نیروهای بلند برد قوی دارد. این موضوع را به طور کلی می توان توسط ساختار ریسمان شکل مدل هادرون ها بیان کرد. در نهایت، ایده ی کوآرک ها با کشف فیزیک ذرات بنیادی اتم هیدروژن مسلم شد. طیف سنجی ظریف خانواده های اپسیلن و چارمونیم^۵ به طور قابل قبولی توسط مدل های پتانسیل حالت های مقید غیر نسبیتی کوآرک سنگین^۶ بیان شد.

¹ Gell-Mann and Zweig

² Gell-Mann and Ne'eman

³ Regge trajectories

⁴ Collins and Squires

⁵ Upsilon and charmonium

⁶ برای مطالعه بیشتر خواص و علت های بررسی کوآرک سنگین مراجعه شود به: Shifman M. Vol 1. ITEP lectures on particle physics and QFT

بر خلاف موفقیت های مدل کوآرک، تا کنون کوآرک آزاد مشاهده نشده است که این بر خلاف مشاهدات تجربی در فیزیک هادرون است، که هرذره ای که در لاگرانژی نظریه وجود دارد باید در طیف وجود داشته باشد. پس سوال اولیه این بود که کوآرک ها کجا هستند؟ عدم وجود کوآرک آزاد با توجه به موفقیت های مدل کوآرک و پارتون و معرفی نظریه QCD در ۱۹۷۲ به عنوان نظریه فیزیک هادرون ها مورد توجه قرار گرفت. در مقاله مربوطه [۳] تحت عنوان "جبر جریان" ^۱ تقارن موجود (جبر گروه) حاکم بر طبیعت، بصورت فرمول بندی ای منظم تر، یعنی فرمول بندی های رایج کوانتاش دوم نظریه میدان های کوانتومی بررسی می شود. موارد جالب توجه در آن مقاله این است که فرض می شود که کوآرک ها همیشه درون ذرات، مثلا باریون یا مزون، قرار دارند و به حالت آزاد وجود ندارد و با توجه به اینکه آمار فرمیون و بوزون برای تابع موج باید به ترتیب پادمقارن و متقارن باشد، کوآرک ها با سه رنگ (قرمز، آبی، سفید) باید درحالت یگانه رنگی قرار گیرند. پس مشکلات تولید کوآرک آزاد به همراه چنین توصیف های قانع کننده ای منجر به گمان هایی جهت محبوس شدگی ^۲ دائمی شد.

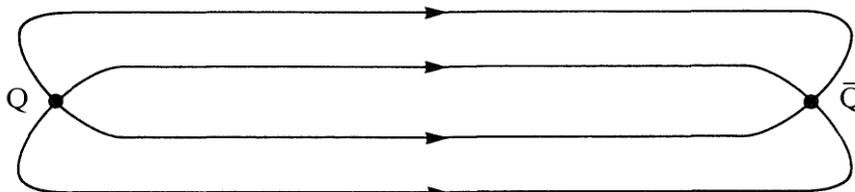
اما چگونه می توانیم این واقعیت را به موجودی که نمی توانیم آن را تولید کنیم نسبت دهیم؟ آیا فقط با یک سری روشهای ریاضی در ارتباط هستیم؟ اکنون در مورد این بحث می کنیم که نظریه های پیمانانه ^۳ ای از نظر کارایی این توانایی را دارند که یک فرایند ساده برای نسبت دهی ساختار های بانرژی بی نهایت، هنگامی که کوآرک ها جدا هستند، ارائه دهند. در شکل ۱-۱ کوآرک- پاد کوآرک یک نیروی جاذب را تجربه می کنند که حتی در فواصل جدایی به طور مجانبی بزرگ نیز وجود دارد. این انرژی پتانسیل که به صورت خطی افزایش می یابد، اساس و پایه ی مدل محبوس شدگی کوآرکی است. در فصل بعدی نشان می دهیم که این خطی بودن در واقع از مدل ساده ای که می تواند توصیف کننده ی ساختارهایی که بتوانند روی مسیر های رجی قرار گیرند، ناشی می شود (یعنی نظریه را بر پایه ی خواص واقعی طیف QCD، چیزی که نظیر آن در QED وجود ندارد، قرار می دهیم).

¹ Current Algebra

² Confinement

³ Gauge theory

با همراه کردن کوارک ها با یک شار میدان الکتریکی رنگی گلوئونی توصیف را آغاز می نمایم. در الکترومغناطیس معمولی خطوط میدان الکتریکی در فضا گسترش می یابد و منجر به قانون میدان کولنی معکوس فاصله می شود. اگر در نظریه بتوانیم به طریقی میدان بدون جرم یعنی فوتون را حذف کنیم، آنگاه میدان کولنی گسترش یافته دیگر جواب نخواهد بود. اگر در برداشتن میدان بدون جرم در مورد غیر آبلی یعنی گلوئون ها، قیدقانون گوس^۱ را، که می گوید کوارک ها منبع شار الکتریکی هستند، نقض نشود، آنگاه خطوط الکتریکی می باید به شکل یک تیوپ شار پایسته مانند شکل ۱-۱ در آیند. تیوپ شار یک موجود فیزیکی واقعی است که حامل انرژی محدودی بر حسب واحد طول است. این محیط منبعی برای افزایش خطی پتانسیل بین کوارکی است [۱،۲].



شکل ۱-۱ تیوپ شار از یک کوارک به پادکوارک [۱].

یک مدل ساده برای این پدیده ابررسانای نوع دوم^۲، به همراه ناخالصی های تک قطبی مغناطیسی است. بدلیل اثر مایسنر^۳، ابررسانا میدان مغناطیسی را قبول نمی کند. به هر حال، اگر یک تک قطبی مغناطیسی فرضی را درون سیستم قرار دهیم خطوط شار مغناطیسی می باید در جایی ختم شوند. در اینجا نقش شار "گلوئو-الکتریک"^۴ توسط میدان مغناطیسی انجام می شود، که یک تیوپ شار تا انتهای دیگر تک قطبی یا مرز سیستم را شامل می شود. چنین تیوپ شاری به صورت تجربی در میدان مغناطیسی کاربردی مشاهده شده است [۲،۴].

از دیگر فرآیندهای موجود مدل کیسه ای^۵ است [۷]. در این مدل میدان های گلوئونی درون یک حالت محفظه ای شکل محدود نیستند (در درون هادرون)، اما با اعمال یک نوع شرایط مرزی خاص

^۱ برای آشنایی با قانون گوس برای مورد غیر آبلی به ضمیمه الف مراجعه شود.

^۲ برای تئوری ابررسانایی با توجه به عمق و نحوه نفوذ شار مغناطیسی به درون ابررسانا دو نوع ابررسانایی داریم. تنها در ابررسانایی نوع دوم شار مغناطیسی به صورت ورتکس وجود دارد [۴،۵،۶].

^۳ Meissner effect

^۴ Gluo-electric

^۵ Bag model

نمی توانند به خارج نفوذ کنند. جهت خارج کردن یک کوآرک تنها از یک پروتون، می باید یک محفظه پوسته ای طولانی حامل شار گلوئون-الکتریکی به همراه ساختار باقیمانده^۱ وجود داشته باشد.

این ها مدل های جالب پدیده شناختی هستند، که البته در هر دوی آنها، آزادی مجانبی^۲ وجود دارد، اما جهت یک نظریه بنیادی، ابتدایی هستند. برای جستجوی یک مدل بهتر، نظریه دانان به مورد میدان های پیمانیه ای غیر آبلی توجه کردند[۱]. بدین ترتیب کوآرک ها حاوی یک تقارن داخلی تحت تبدیلات این میدان غیر آبلی می باشند. در این سیستم دینامیکی همانند الکترو دینامیک که فوتون به عنوان میدان پیمانیه ای مسئول برهم کنش با ذرات باردار میدان می باشد، در اینجا یک سری از میدان های پیمانیه ای بدون جرم (گلوئون ها) با کوآرک ها بر هم کنش می کنند. با استفاده از این آزادی تقارن داخلی جدید که به عنوان تقارن رنگی آن را می شناسیم، کنش نظریه حاوی خود جفت شدگی^۳ گلوئونی می باشد (گلوئون ها بر خلاف فوتون با هم بر هم کنش می کنند). پس میدان های بدون جرم خالص، حامل باررنگی هستند و گمان می رود محبوس شدگی به علت برهم کنش این گلوئون ها ایجاد می شود. در نتیجه شار گلوئونی حول کوآرک ها، تیوپ های مورد نیاز برای محبوس شدگی خطی را ایجاد می نمایند. حال با این مقدمه می توان محبوس شدگی را بیان کرد.

پدیده محبوس شدگی، نظریه بر هم کنش قوی را به صورت کیفی از نظریه های نیروهای الکترومغناطیسی و ضعیف متفاوت کرده است. میدان های بنیادی موجود در لاگرانژی (کوآرک ها و گلوئون ها) در طیف هادرونی به صورت آزاد حضور ندارند. عدم مشاهده کوآرک های آزاد و گلوئون ها به این واقعیت منجر می شود که تمامی بر هم کنش های قوی قابل مشاهده ی ذرات، حالت های یگانه ی مقید پیمانیه ی این ساختارهای بنیادی هستند. در مدل معمول کوآرکی، باریون ها حالت های مقید از سه کوآرک هستند. بنابراین میدان پیمانیه ای می باید حالت های یگانه رنگی را از سه شی در نمایش بنیادی تشکیل دهند. این منجر به استفاده از $SU_c(3)$ به عنوان گروه بر هم کنش قوی شد. این تقارن درونی را نباید با مورد $SU_f(3)$ شکست یافته در طیف حالت های چندگانه اشتباه گرفت[۲]. یکی از نتایج اصلی وجود کوآرک ها وجود این تقارن درونی است. این تقارن که در

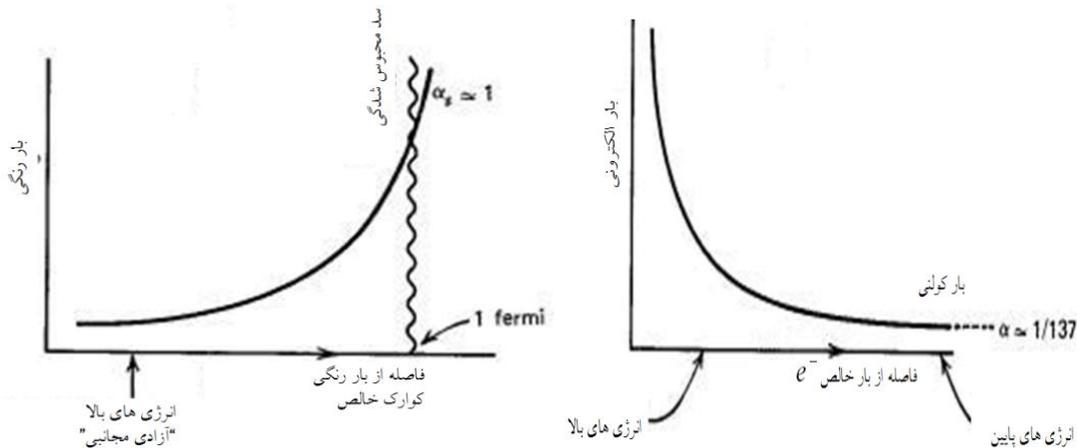
^۱ برای مثال در مورد مزون این ساختار باقیمانده یک پاد کوآرک و در مورد باریون دو کوآرک می باشد.

^۲ Asymptotic freedom

^۳ Self coupling

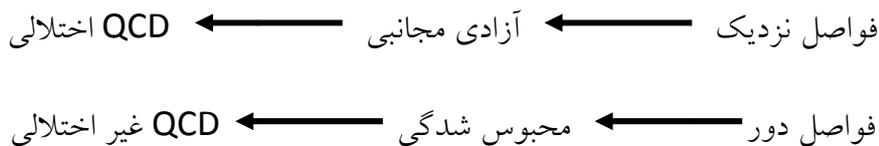
اینجا در نظر گرفته می شود درون فرایند محبوس شدگی نهفته است، که فقط به ما اجازه مشاهده حالت های یگانه رنگی را می دهد.

برهم کنش بین گلوئون ها باعث می شود تا ثابت جفت شدگی میدان در تئوری QCD متفاوت از تئوری QED شود. نمودار پوشندگی بارالکترونی و باررنگی در شکل ۱-۲ نشان داده شده است [۸]. همان طور که در شکل ۱-۲ (الف) مشاهده می شود، در انرژی های بالا یعنی در فواصل کم، مقدار بار خالص بیشتر است و به این ترتیب جفت شدگی نیز بیشتر می باشد. اما در شکل ۱-۲ (ب)، بار رنگی خالص با افزایش فاصله بیشتر می شود. پس در QCD جفت شدگی خلاف جفت شدگی در QED عمل می نماید. در انرژی های بالا یعنی فواصل کم ثابت جفت شدگی کوچکتر از نقاط دور می باشد و می توان از روش های اختلالی استفاده کرد.



شکل ۱-۲ پوشندگی (الف) الکترون (ب) بار رنگی در نظریه میدان های کوانتومی [۸].

برای مطالعه محبوس شدگی دیگر نمی توان از روش های اختلالی استفاده نمود. به طور کلی دو رهیافت برای بررسی QCD وجود دارد [۱]:



نظریه اختلالی تا هر مرتبه ی محدودی از انتگرال مسیره های فاینمن در QCD طیف ذرات کوآرکی و گلوئونی را بدست می دهد، پس در عمل با یک مجموعه از حالت های مقید کوآرک روبرو هستیم و نه

خود کوارک ها و پاد کوارک ها. پس برای توصیف محبوس شدگی نیازمند روش غیر اختلالی هستیم. مدل های پدیده شناختی و نظریه پیمانانه ای شبکه ای از جمله ی این روش ها هستند. شبکه در واقع یک رهیافت ریاضی است، که امکان مطالعه نظریه را در فواصل دور ایجاد می کند. با توجه به این که در نظریه پیمانانه ای شبکه ای علاوه بر جبر گروه می توان با عناصر گروه نیز سروکار داشت، امکان بررسی خواص جهانی گروه در این روش فراهم می شود [۹]. در مدل های پدیده شناختی از توصیف های ریاضی فیزیکی جهت مقید نمودن کوارک استفاده می شود. در عده ای از این مدل ها محبوس شدگی را به علت وجود موجودات توپولوژیکی موجود در خلاء مسئله نسبت می دهند که از این میان می توان تک قطبی^۱، ورتکس^۲، اینستنتون^۳ ها^۴ را نام برد.

یکی از این مدل های پدیده شناختی مدل ورتکس مرکزی توفت^۴ می باشد، که در اواخر دهه ۱۹۷۰ ارائه شد و با توجه به این مدل می توان نوعی محبوس شدگی دائمی برای کوارک را نتیجه گرفت. به دنبال دستاوردهای نظریه جهت توجیه محبوس شدگی کوارک، در نهایت شبیه سازی کامپیوتری QCD که توسط کرویتز در ۱۹۸۰ انجام شد، نتایج قابل قبولی به دنبال داشت [۱]. پس از آن با فراهم آمدن امکان مطالعه ی این نوع موجودات توپولوژیکی در تئوری پیمانانه ای شبکه ای، محاسبات عددی توانست اثر چنین موجوداتی را در محبوس شدگی تقویت نماید. هنوز با گذشت چهاردهه، بدست آوردن محبوس شدگی از یک اصل اولیه امکان پذیر نیست. برای توجیه بهتر رفتار محبوس شدگی از جمله توصیف قسمت خطی پتانسیل در ناحیه میانی و نیز توصیف رفتار در نمایش های بالاتر گروه و نیز توجیه مقیاس کازیمیر، فابرو^۵ و همکارانش در اواخر دهه ۱۹۹۰ مدل ورتکس های مرکزی را به مدل ورتکس های مرکزی پهن تعمیم دادند [۱۰].

یکی از موارد جالبی که اخیراً توجه فیزیکدانان را جلب کرده است، بررسی محبوس شدگی در گروه هایی بود که در آن ورتکس مرکزی نمی تواند بوجود آید [۱۱، ۱۲، ۱۳]. $G(2)$ یکی از این گروه ها می باشد. $G(2)$ یک گروه خاص ریاضی است که تنها حاوی مرکز گروه^۶ بدیهی است و دارای نمایش

¹ Monopole
² Vortex
³ Instantons
⁴ t Hooft
⁵ M.Faber

⁶ مرکز گروه عناصری از گروه هستند که با تمام اعضای گروه جابجا می شوند. مرکز گروه بدیهی همان عنصر همانی است.

پایه ی هفت بعدی است. به طور کلی $G(2)$ می تواند نقش یک آزمایشگاه ریاضی را بازی کند، به طوری که این گروه خواص متفاوتی از گروه های معمول در فیزیک را دارد. در واقع با استفاده از این گروه می توان خواصی را که در نظریه های $SU(N)$ وجود ندارد، بررسی نمود. محاسبات عددی بر پایه ی نظریه ی پیمانه ای شبکه ای برای این گروه پیمانه ای، وجود پوشندگی رنگی در فواصل دور و نیز رفتار خطی در ناحیه میانی را نشان می دهد. بدیهی است بررسی پتانسیل کواریکی در این نظریه می تواند خواص پتانسیل کواریکی را در نظریه های $SU(N)$ روشن تر نماید.

در این پایان نامه مدل ورتکس مرکزی پهن را برای گروه $G(2)$ بررسی می کنیم. به دلیل عدم وجود عنصر غیر بدیهی عضو مرکز در این گروه، ورتکس مرکزی نمی تواند وجود داشته باشد. عدم وجود ورتکس مرکزی به معنای عدم وجود کشش ریسمان مجانبی است. پس در این ناحیه گروه $G(2)$ مغایرتی با مدل ورتکس مرکزی پهن ندارد. اما چگونه می توان رفتار ناحیه میانی پتانسیل را توجیه نمود. به دنبال این با فرایندی سعی شد سهم عنصر بدیهی مرکز نیز در پتانسیل اضافه شود. برای این کار به هر عنصر مرکز گروه یک ناحیه نسبت داده می شود. با استفاده از این روش و با استفاده از مدل ورتکس مرکزی توانستیم پتانسیل کواریکی را برای ناحیه میانی و نواحی دور در تطابق با محاسبات عددی بدست آوریم. تقعر بوجود آمده در ناحیه میانی برای گروه $G(2)$ را می توان با بررسی تاثیر ناحیه بدیهی روی حلقه ویلسون توجیه کرد. از آنجا که گروه $G(2)$ حاوی زیر جبر های $SU(3)$ و $SU(2)$ است، می توان خواص مدل ورتکس مرکزی پهن را برای گروه $G(2)$ ، با استفاده از این زیر گروه ها توجیه کرد. پس این حدس وجود دارد که به نوعی بتوان خواص محبوس شدگی را به وجود این زیرگروه ها در گروه $G(2)$ نسبت داد.

در فصل بعدی مفاهیم اولیه مورد نیاز ارائه می شود. ابتدا نگاهی به متفاوت ترین مشخصه طیف QCD از QED یعنی مسیرهای رجی¹ انداخته و سعی می شود از این خاصیت برای توصیف رفتار پتانسیل استفاده شود. سپس مفاهیم هوموتوپی مورد نیاز برای مسئله ورتکس ها مانند رده های هوموتوپی، همبندی،... بیان می شود. برای درک بهتر مطلب، دو گروه فیزیکی $SU(2)$ و $SO(3)$ بصورت خلاصه مورد بررسی قرار می گیرند. از آنجا که ورتکس یک ساختار توپولوژیکی پایدار با

¹ Regge trajectories

انرژی محدود است، برای درک عمیق مسئله نیازمند آشنایی مختصری با شکست خود به خودی تقارن هستیم. بعد از آن به سراغ سالیتون ها رفته و با مثال حل های کینک آشنا می شویم. در ادامه شرایط برای بررسی خواص مورد نیاز ورتکس ها مهیا است و خواهیم دید چگونه می توان از یک لاگرانژی هیگز، ساختاری ورتکس گونه بدست آورد. چگونگی استفاده از مفاهیم هوموتوپی¹ را مطالعه خواهیم کرد. سپس از میان معیارهای های تشخیص محبوس شدگی، به حلقه ویلسون می پردازیم، که با استفاده از آن می توان پتانسیل کوآرک های ایستا² را بدست آورد. در ادامه عملگر توفت³ مورد مطالعه قرار می گیرد که در واقع عملگر تولید ورتکس مرکزی است و ارتباط آن با عملگر ویلسون بیان می شود. علاوه براین، شرایطی را که پتانسیل کوآرکی باید داشته باشد، از جمله خطی بودن، مقیاس کازیمیر و وابستگی به N -گانگی را مورد بررسی قرار خواهیم داد.

در فصل سوم مدل ورتکس مرکزی بیان می شود. تعمیم مدل به مدل ورتکس مرکزی پهن برای توصیف ناحیه کازیمیر و تطابق با خواص پتانسیل کوآرکی در گروه های بالاتر بیان می شود و به عنوان نمونه، مدل را در نظریه پیمانانه ای $SU(3)$ و نمایش های بالاتر بررسی می کنیم.

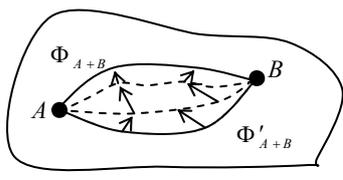
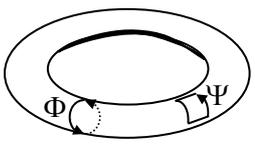
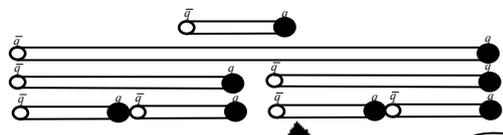
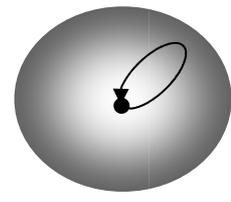
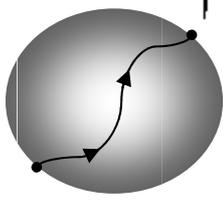
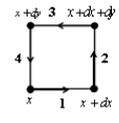
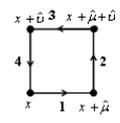
در فصل چهارم ابتدا خواص کلی گروه $G(2)$ را ارائه کرده و علت های مراجعه به این گروه را توضیح می دهیم. سهم مرکز بدیهی در ساختار خلاء مسئله، با در نظر گیری یک ناحیه برای عنصر بدیهی مورد مطالعه قرار می گیرد. پس از آن با استفاده از یک توزیع شار معین، نشان داده می شود که چگونه می توان کازیمیر و N -گانگی صحیح را بادر نظر گیری سهم ناحیه بدیهی بدست آورد. سهم ناحیه بدیهی را برای ناحیه بدیهی برای نظریه پیمانانه ای $G(2)$ در نظر می گیریم و سپس به مطالعه نتایج حاصل در این گروه و پتانسیل مربوط به آن می پردازیم. پتانسیل بدست آمده برای نمایش پایه گروه $G(2)$ در توافق با نتایج محاسبات عددی است. خواصی از این مدل را توسط زیرگروه های موجود در این گروه توجیه می نماییم. همچنین علت تقعر بوجود آمده در ناحیه میانی این پتانسیل را که اثری غیر فیزیکی است، می توان با مطالعه تاثیر ناحیه بدیهی روی حلقه ویلسون بدست آورد.

¹ Homotopy

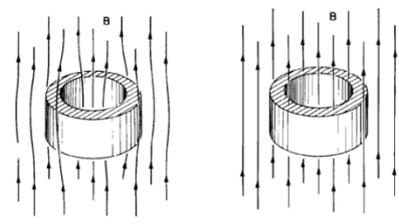
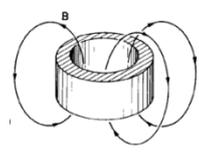
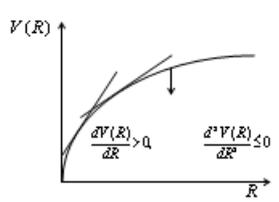
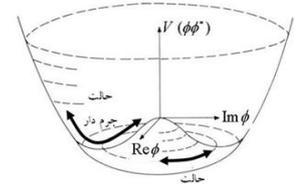
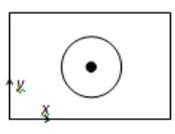
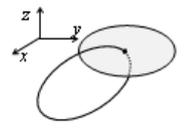
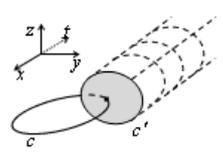
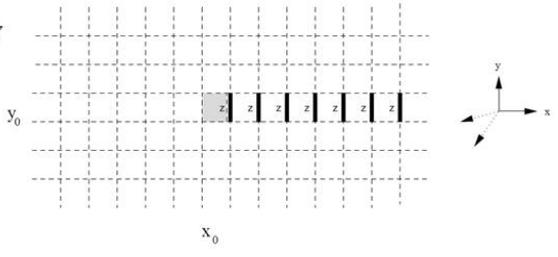
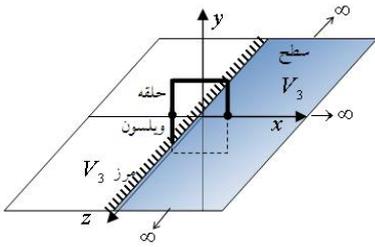
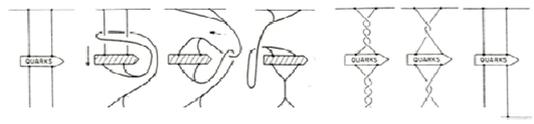
² Static quarks

³ t Hooft operator

فصل دوم



مفاهیم

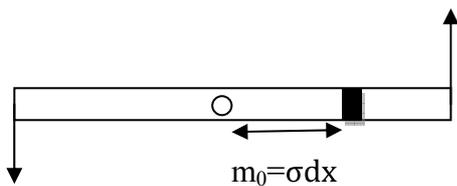


فصل دوم

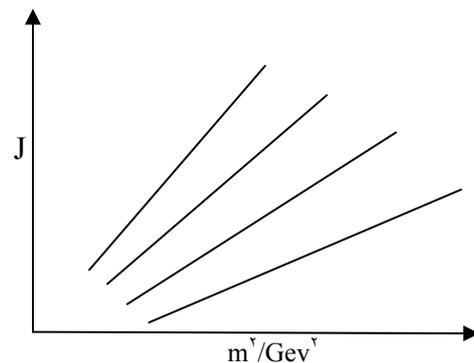
مفاهیم اولیه

۱-۲ مسیرهای رجی و میدان های رنگی

یکی از مواردی که در طیف QCD مشاهده می شود و در QED مشابه آن وجود ندارد، مسیرهای رجی است [۱،۹]. در رسم نمودار J مزونها بر حسب تابعی از m^2 به نظر می رسد نقاط به صورت گروهی روی یک خط صاف قرار می گیرند، که تقریباً شیب یکسانی دارند (شکل ۱-۲). به این خطوط مسیرهای رجی خطی می گویند و تمامی ذرات روی یک خط، عددکوانتومی با طعم یکسان دارند. برای باریون ها نیز مسیرهایی این چنین تا $J=11/2$ پیدا شده است. این خاصیت پدیده شناختی هادرون ها را می شود با مدل ساده ای تولید کرد. فرض کنید که مزون از یک جسم خطی شکل به طول $L=2R$ با چگالی انرژی ثابت σ بر واحد طول تشکیل شده است که یک کوارک بدون جرم در یک انتهای آن و یک پاد کوارک در سمت دیگر آن وجود دارد. کوارک و پادکوارک دارای عددطعمی اند و تقریباً بدون جرم و با سرعت نور حرکت می کنند.



شکل ۱-۲ مدلی ساده برای ساختار های با مسیر های رجی، جسم خطی شکل با چگالی ثابت، که کوارک و پاد کوارک در انتهای آن با سرعت نور حول مرکز می گردند.



شکل ۱-۲ مسیر های رجی

برای جرم m داریم

$$L = 2R, (P^2 + m^2 = E^2) \Rightarrow E = \int_0^R \frac{\sigma dr}{\sqrt{1 - \frac{v^2(r)}{c^2}}} \quad (1-2)$$

که $m_0 = \sigma dr$ و $m = m_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$. برای میله صلب با سرعت زاویه ای ثابت داریم:

$$v(R)/R = v(r)/r \quad (1-2')$$

پس انتگرال رابطه (۱-۲) برابر می شود با:

$$m = 2 \int_0^R \frac{\sigma dr}{\sqrt{1-(r^2/R^2)}} \Rightarrow (r/R = \sin \theta, dr/R = \cos \theta d\theta, \theta = 0, 2\pi) = 2\sigma R \int_0^{\pi/2} \frac{\cos \theta d\theta}{\cos \theta} = \pi R \sigma \quad (2-2)$$

و برای اندازه حرکت زاویه ای داریم

$$\vec{L} = (\vec{r} \times \vec{P}) \rightarrow J = \int_0^R \frac{\sigma r v(r) dr}{\sqrt{1-\frac{v^2(r)}{c^2}}} = (2/R) \int_0^R \frac{\sigma r^2 dr}{\sqrt{1-\frac{r^2}{R^2}}} = \frac{1}{2} \pi \sigma R^2 \quad (3-2)$$

با مقایسه دو رابطه (2-2) و (3-2) داریم

$$J = \frac{m^2}{2\pi\sigma} \quad (4-2)$$

رابطه فوق نشان می دهد که نمودار J بر حسب m^2 ، خطی است که مبدا را قطع می نماید و شیب آن برابر $\alpha = \frac{1}{2\pi\sigma}$ بوده که شیب رجی نامیده می شود.

دو مشکل وجود دارد، اول اینکه کوارک ها جرم دارند، پس دو سر این میله نمی تواند با سرعت نور حرکت کند، این مشکل را می توان با اضافه کردن دو جرم کوارک و پادکوارک به انتهای میله و حذف سرعت نور بدست آورد [9]. دوم اینکه ممکن است فکر شود سرعت ذرات نسبیتی نیست، اما در اینجا سرعت ذرات به عنوان معلومات مسئله از روی قید میله ی صلب بدست می آید، پس در این رابطه نیز مشکلی وجود ندارد.

از ذرات و اطلاعات تجربی آنها این شیب برابر است با

$$\alpha = \frac{1}{2\pi\sigma} \approx 0.9 \text{ GeV}^{-2} \quad (5-2)$$

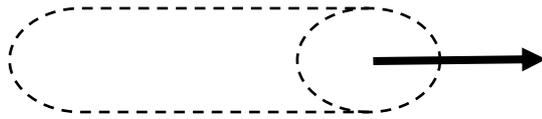
پس برای چگالی انرژی بر واحد طول بین دو کوارک داریم

$$\sigma \approx 0.18 \text{ GeV}^{-2} \approx 0.9 \text{ GeV} / \text{fm} \quad (6-2)$$

مسیرهای رجی واقعی محورها را در مبدا قطع نمی نمایند. شیب ها هم کمی متفاوت است، در مدل واقعی تر اجازه نوسانات عرضی به عناصر خطی میله داده می شود، که در نظریه ریسمان بررسی می شود.

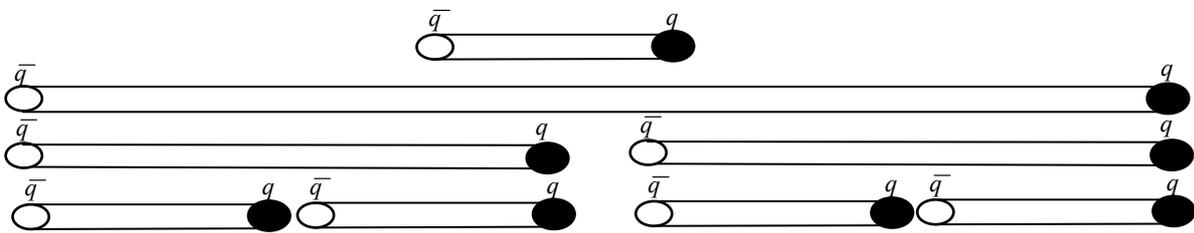
پس این مشخصه QCD می تواند با مدل پدیده شناختی ساده ای مطابقت نماید اگر به دلایلی به جای شکل واگرای میدان الکتریکی بین کوارک و پادکوارک، میدان درون یک تیوپ شار با مقطع عرضی ثابت فشرده شود. در این حالت کشش ریسمان برابر می شود با:

$$\sigma = \int d^2x_{\perp} \left(\frac{1}{2} \vec{E}^a \cdot \vec{E}^a \right) \quad (7-2)$$



در رابطه فوق، انتگرال گیری در صفحه ای بین کوارک ها و عمود بر محور تیوپ همانند شکل بالا است. مسئله اصلی این است که چرا به جای گسترش شار باید یک شکل تیوپ مانند داشته باشیم. اگر یک کوارک و پاد کوارک سنگین، ناگهانی با فاصله ی زیادی از هم جدا شوند (در مقایسه با مقیاس درونی هادرون های معمولی) میدان جمع شده بین کوارک ها دیگر برای مدت طولانی باقی نخواهند ماند (شکل ۲-۳) [۱]. بجای آن تیوپ شارالکتریکی به حالت های بانرژی کمتر با عمل شکست ریسمان تبدیل می شود، که معادل است با تولید جفت کوارک-پاد کوارک در وسط تیوپ که دو حالت مزونی یا بیشتررا ایجاد می نماید. در نهایت میدان رنگی کوارک سنگین توسط کوارک های سبک دچار پوشندگی می شوند. این پدیده همچنین توجیه ناپایداری حالت های ذره برانگیخته در مسیرهای رجی می باشد.

با این وجود اگر تمامی کوارک ها بسیار سنگین باشند، تولید زوج کاهش می یابد. فرض کنید کوارک سبک جرم m_q دارد. پس انرژی بین دو کوارک ایستادار حدود σL است. جرم تولید زوج در شکست ریسمان حداقل $2m_q$ است. پس حالت های تیوپ شار در مقابل شکست ریسمان تا جدایی به میزان



شکل ۲-۳ در اثر افزایش ناگهانی فاصله ریسمان پاره می شود. این یک شکست خودبخودی نیست.

تقریباً $L = \frac{2m_q}{\sigma}$ پایدارند. پس محبوس شدگی در این توصیف تبدیل می شود به نشان دادن این که در حدی که تمامی کوارک ها جرمشان به سمت بی نهایت برود، کار مورد نیاز جهت جدایی کوارک در سیستم کوارک-پاد کوارک با فاصله ی L ، برابر با مقدار مجانبی σL برابر باشد، که در آن سیگما یک ثابت می باشد.

۲-۲ هوموتوپی

برای درک مسئله ورتکس ها نیازمند کمی اطلاعات ریاضی هستیم. در این بخش سعی می کنیم این مفاهیم را بصورت بسیار مختصر و کوتاه به طوری که بتواند مطالبی که در آینده بیان می شود را روشن نماید، بیان کنیم.